DET KONGELIGE DANSKE

VIDENSKABERNES SELSKABS SKRIFTER

SYVENDE RÆKKE

NATURVIDENSKABELIG OG MATHEMATISK AFDELING

SJETTE BIND

KØBENHAVN
BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI
1912

INDHOLD

		Side
	Fortegnelse over Selskabets Medlemmer Juni 1912	V
1.	**Hansen, C.:** Recherches sur les singularités de certaines séries speciales sur leur cercle de Convergence	1— 37
2.	**Jungersen, Hector F. E.:** Ichthyotomical Contributions I. The Structure of the Genera Amphisile and Centriscus. With 2 Plates	39—109
3.	**Brezina, Aristides:** Der Meteorsteinfall zu Mern. Mit 3 Tafeln	111—125
4.	**Brünnich Nielsen, K.:** Brachiopoderne i Danmarks Kridtaflejringer. Med 2 Tavler	127—178
5.	**Christensen, A.:** Om Klorets Indvirkning paa Kinin	179—211
6.	**Hempel, Jenny:** Researches into the Effect of Etherization on Plant-Metabolism	213—278
7.	**Hjelmslev, J.:** Om Regning med lineære Transformationer	279—306
8.	**Nørlund, N. E.:** Ueber lineare Differenzengleichungen	307—326
9.	**Nørlund, N. E.:** Untersuchungen über die Eigenbewegungen für 140 Sternen des IV. Secchischen Typus mittels älterer und eigener Beobachtungen	329—371

FORTEGNELSE

OVER

DET KONGELIGE DANSKE VIDENSKABERNES SELSKABS MEDLEMMER

Juni 1912

Protektor:

Hans Majestæt Kongen.

Præsident:
Vilh. Thomsen.

Formand for den hist.-filos. Klasse: *L. F. A. Wimmer.*
Formand for den naturv.-math. Klasse: *S. M. Jørgensen.*

Sekretær: *H. G. Zeuthen.*
Redaktør: *J. L. Heiberg.*
Kasserer: *W. L. Johannsen.*

Kasse-Kommissionen.
P. E. Holm. *J. P. Gram.* *H. Høffding.* *O. T. Christensen.*

Revisorer.
H. Valentiner. *Martin Knudsen.*

Kommissionen for Registrering af litterære Kilder til dansk Historie i Udlandet.
Joh. Steenstrup. *J. A. Fridericia.* *H. O. Lange.*

Udvalg for den internationale Katalog over naturvidenskabelige Arbejder.
H. G. Zeuthen. *S. M. Jørgensen.* *C. Christiansen.* *L. Kolderup Rosenvinge.*
H. Jungersen. *V. Henriques.* *Th. Thoroddsen.*

Medlemmer af det staaende Udvalg for den internationale Association af Akademier.
H. G. Zeuthen. *J. L. Heiberg.*

Indenlandske Medlemmer.

Holm, Peter Edvard, Dr. phil., fh. Professor i Historie ved Københavns Universitet, Storkors af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af St. Olafsordenen.

Rørdam, Holger Frederik, Dr. phil. & theol., Sognepræst i Lyngby, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand.

Zeuthen, Hieronymus Georg, Dr. phil. & math., fh. Professor i Mathematik ved Københavns Universitet og den polytekniske Læreanstalt, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af Nordstjernen, Selskabets Sekretær.

Jørgensen, Sofus Mads, Dr. phil., fh. Professor i Kemi ved Københavns Universitet og den polytekniske Læreanstalt, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Formand i Selskabets naturvidenskabelig-mathematiske Klasse.

Christiansen, Christian, Dr. med., Professor i Fysik ved Københavns Universitet og den polytekniske Læreanstalt, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand.

Krabbe, Harald, Dr. med., fh. Professor i Anatomi ved den Kgl. Veterinær- og Landbohøjskole, Kommandør af Danebrog og Dannebrogsmand, Ridder af St. Olafsordenen.

Thomsen, Vilhelm Ludvig Peter, Dr. phil., Professor i sammenlignende Sprogvidenskab ved Københavns Universitet, Ridder af Elefanten, Storkors af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af den preussiske Røde Ørns Orden, dekoreret med Fortjenstmedaillen i Guld og med den preussiske Orden Pour le Mérite, Selskabets Præsident.

Wimmer, Ludvig Frands Adalbert, Dr. phil. & litt., fh. Professor i de nordiske Sprog ved Københavns Universitet, Storkors af Danebrog og Danebrogsmand, dekoreret med Fortjenstmedaillen i Guld, Formand i Selskabets historisk-filosofiske Klasse.

Topsøe, Haldor Frederik Axel, Dr. phil., Direktør for Arbejds- og Fabriktilsynet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, dekoreret med Fortjenstmedaillen i Guld.

Warming, Johannes Eugenius Bülow, Dr. phil., fh. Professor i Botanik ved Københavns Universitet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af den storbritanniske Victoriaorden, Ridder af den brasilianske Roseorden.

Goos, August Herman Ferdinand Carl, Dr. jur., Gehejme-Etatsraad, extraord. Assessor i Højesteret, Storkors af Danebrog og Danebrogsmand, dekoreret med Majestæternes Guldbryllups-Erindringstegn, Storkors af den belgiske Leopoldsorden, Kommandør af den russiske St. Annaorden, Nordstjernen og den italienske Kroneorden.

Steenstrup, Johannes Christopher Hagemann Reinhardt, Dr. jur. & phil., Professor Rostgardianus i nordisk Historie og Antikviteter ved Københavns Universitet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af Nordstjernen, Ridder af Æreslegionen.

Gertz, Martin Clarentius, Dr. phil., Professor i klassisk Filologi ved Københavns Universitet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af den italienske Kroneorden og af Nordstjernen.

Heiberg, Johan Ludvig, Dr. phil., litt., med. & sc., Professor i klassisk Filologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog, Selskabets Redaktør.

Høffding, Harald, Dr. phil., jur., sc. & litt., Professor i Filosofi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af St. Olafs Ordenen og Nordstjernen, Officier de l'instruction publique.

Kroman, Kristian Frederik Vilhelm, Dr. phil., Professor i Filosofi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand.

Müller, Peter Erasmus, Dr. phil., Kammerherre, Hofjægermester, fh. Overførster for anden Inspektion, Storkors af Danebrog og Danebrogsmand, dekoreret med Majestæternes Guldbryllups-Erindringstegn, Kommandør af St. Olafsordenen, af den russiske St. Annaorden, af den spanske Carl III's Orden, af den græske Frelserorden og af den preussiske Røde Ørns Orden.

Gram, Jørgen Pedersen, Dr. phil., Formand i Forsikringsraadet, Ridder af Danebrog og af St. Olafsordenen.

Valentiner, Herman, Dr. phil., Direktør for Forsikringsselskabet «Dan» i København.

Erslev, Kristian Sofus August, Dr. phil., Professor i Historie ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand.

Fridericia, Julius Albert, Dr. phil., Professor i Historie ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.

Christensen, Odin Tidemand, Dr. phil., Professor i Kemi ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af St. Olafsordenen.

Boas, Johan Erik Vesti, Dr. phil., Professor i Zoologi ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole, Ridder af Danebrog og St. Olafsordenen.

Petersen, Otto Georg, Dr. phil., Professor i Botanik ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole, Ridder af Danebrog.

Prytz, Peter Kristian, Professor i Fysik ved den polytekniske Læreanstalt, Ridder af Danebrog.

Salomonsen, Carl Julius, Dr. med. & sc., Professor i Pathologi ved Københavns Universitet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af den preussiske Kroneorden, af den russiske St. Stanislausorden og af den svenske Vasaorden, Ridder af Nordstjernen og af St. Olafsordenen, Officier de l'instruction publique.

Sørensen, William, Dr. phil., Privatlærer.

Møller, Hermann, Dr. phil., Professor i germansk Filologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.

Pechüle, Carl Frederik, Observator ved Universitetets astronomiske Observatorium, Ridder af den russiske St. Annaorden.

Jónsson, Finnur, Dr. phil., Professor i nordisk Filologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og af den norske St. Olavsorden.

Müller, Sophus Otto, Dr. phil., Direktør for Nationalmuseets første Afdeling, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af Æreslegionen.

Bergh, Rudolph Sophus, Dr. phil., fh. Docent i Histologi ved Københavns Universitet.

Johannsen, Wilhelm Ludvig, Dr. med. & phil., Professor i Plantefysiologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog, Selskabets Kasserer.

Jespersen, Jens Otto Harry, Dr. phil. & litt., Professor i engelsk Sprog og Litteratur ved Københavns Universitet.

Nyrop, Kristoffer, Dr. phil., Professor i romansk Sprog og Litteratur ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Officier de l'instruction publique, Ridder af den italienske Kroneorden og af Æreslegionen, dekoreret med rumænsk Fortjenstmedaille i Guld.

Bang, Bernhard Laurits Frederik, Dr. med., Veterinærfysikus, Professor i Veterinær-Lægevidenskab ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole ved København, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af Nordstjernen, Kommandør af St. Olafsordenen.

Juel, Christian Sophus, Dr. phil., Professor i Mathematik ved den polytekniske Læreanstalt i København.

Buhl, Frantz Peter William, Dr. phil. & theol., Professor i semitisk-orientalsk Filologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af Nordstjernen og af Kongeriget Sachsens Civil Fortjeneste Orden.

Kålund, Peter Erasmus Kristian, Dr. phil., Bibliotekar ved den Arnamagnæanske Haandskriftsamling paa Universitetsbiblioteket i København, Ridder af Danebrog og af den norske St. Olavsorden.

Rosenvinge, Janus Laurits Andreas Kolderup, Dr. phil., Docent i Botanik ved Københavns Universitet.

Troels-Lund, Troels Frederik, Dr. phil., Professor, Ordens-Historiograf, Storkors af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af den græske Frelserorden.

Dreyer, Johan Ludvig Emil, Dr. phil., Director of the Armagh Observatory, Irland, Ridder af Danebrog.

Jungersen, Hector Frederik Estrup, Dr. phil. & sc., Professor i Zoologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.

Levinsen, Georg Marius Reinald, Inspektor ved det zoologiske Museum i København, Ridder af Danebrog.

Lehmann, Alfred Georg Ludvig, Dr. phil., Professor i experimental Psykologi ved Københavns Universitet.

Rubin, Marcus, Generaldirektør for Skatteväsenet, Historiker, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Storkomtur af den meklenburgske Grif-Orden, Kommandør af den russiske St. Stanilausorden.

Raunkiær, Christen, Mag. sc., Professor i Botanik ved Københavns Universitet.

Steenstrup, Knud Johannes Vogelius, Dr. phil., Geolog, Ridder af Danebrog.

Drachmann, Anders Bjørn, Dr. phil., Professor i klassisk Filologi ved Københavns Universitet.

Hude, Karl, Dr. phil., Rektor ved Frederiksborg lærde Skole.

Christensen, Anders Christian, Professor i Kemi ved den farmaceutiske Læreanstalt i København.

Henriques, Valdemar, Dr. med., Professor i Fysiologi ved Københavns Universitet.

Jensen, Carl Oluf, Dr. med., Professor i almindelig Pathologi og pathologisk Anatomi ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole ved København, Ridder af Danebrog, af St. Olafsordenen og af Nordstjerneordenen.

Pedersen, Holger, Dr. phil., Professor ekstr. i slavisk Filologi og sammenlignende Sprogvidenskab ved Københavns Universitet.

Lange, Hans Ostenfeldt, Overbibliotekar ved det kongelige Bibliotek i København, Ridder af Danebrog og St. Olafsordenen.

Sørensen, Søren Peter Lauritz, Dr. phil., Professor, Forstander for Carlsberg-Laboratoriets kemiske Afdeling, København.

Olrik, Axel, Dr. phil., Docent i nordiske Folkeminder ved Københavns Universitet, Forstander for Dansk Folkemindesamling.

Jensen, Johan Ludvig William Valdemar, Telefoningeniør, Ridder af Danebrog.

Andersen, Dines, Dr. phil., Professor i indisk-østerlandsk Filologi ved Københavns Universitet.

Knudsen, Martin, Docent i Fysik ved Københavns Universitet.

Thoroddsen, Thorvaldur, Dr. phil., Professor, Geolog, Ridder af Danebrog.

Ólsen, Bjørn Magnússon, Dr. phil., Professor ved Universitetet i Reykjavík, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand.

Madsen, Thorvald Johannes Marius, Dr. med., Direktør for Statens Seruminstitut, Ridder af Danebrog, af den preussiske Røde Ørns Orden og af den svenske Nordstjerneorden.

Winge, Adolph Herluf, Viceinspektør ved Københavns Universitets zoologiske Museum.

Udenlandske Medlemmer.

Lord *Avebury, John Lubbock,* D. C. L., LL. D., Præsident for Society of Antiquaries i London, High Elms Down, Kent.

Malmström, Carl Gustaf, Dr. phil., fh. kgl. svensk Rigsarkivar, Stockholm.

Retzius, Magnus Gustav, Dr. med. & phil., fh. Professor i Histologi ved det Karolinske mediko-kirurgiske Institut i Stockholm.

Conze, Alexander Christian Leopold, Dr. phil., Professor, Generalsekretær ved Direktionen for det tyske arkæologiske Institut, Berlin.

Meyer, Marie-Paul-Hyacinthe, Medlem af det franske Institut, Direktør for École des Chartes, Professor i sydeuropæiske Sprog og Litteraturer ved Collège de France, Paris.

Sievers, Eduard, Dr. phil., Professor i germansk Filologi ved Universitetet i Leipzig.

Wundt, Wilhelm, Dr. phil., Professor i Filosofi ved Universitetet i Leipzig.

Leffler, Gösta Mittag-, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Højskolen i Stockholm, Kommandør af Danebrog.

Nathorst, Alfred Gabriel, Dr. phil., Professor, Intendant ved Riksmuseets botanisk-palæontologiske Afdeling i Stockholm.

Darboux, Gaston, livsvarig Sekretær ved Académie des Sciences, Professor i højere Geometri ved Faculté des Sciences i Paris.

Sars, Georg Ossian, Professor i Zoologi ved Universitetet i Kristiania.

Tieghem, Philippe van, livsvarig Sekretær ved Académie des Sciences, Professor i Botanik ved Muséum d'histoire naturelle i Paris.

d'Ancona, Alessandro, Professor i italiensk Litteratur ved Universitetet i Pisa.

Bréal, Michel-Jules-Alfred, Medlem af det franske Institut, Professor i sammenlignende Sprogvidenskab ved Collège de France, Paris.

Brefeld, Oscar, Dr. phil., Professor i Botanik, Direktør for det botaniske Institut i Breslau.

Tegnér, Esaias Henrik Vilhelm, Dr. phil. & theol., fh. Professor i østerlandske Sprog ved Universitetet i Lund.

Brøgger, Valdemar Christofer, Professor i Mineralogi og Geologi ved Universitetet i Kristiania, Ridder af Danebrog.

Hammarsten, Olof, Dr. med. & phil., Professor i medicinsk og fysiologisk Kemi ved Universitetet i Upsala.

Klein, Felix, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Universitetet i Göttingen.

Schwartz, Carl Hermann Amandus, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Universitetet i Berlin.

Storm, Johan Frederik Breda, LL.D., Professor i romansk og engelsk Filologi ved Universitetet i Kristiania.

Comparetti, Domenico, fhv. Professor i Græsk, Firenze.

Schwendener, Simon, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Berlin.

Söderwall, Knut Frederik, Dr. phil., Professor i nordiske Sprog ved Universitetet i Lund.

Dörpfeld, Wilhelm, Professor, Dr. phil., første Sekretær ved det tyske arkæologiske Institut i Athen.

Pfeffer, Wilhelm, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Leipzig.

Fries, Theodorus Magnus, Dr. phil., fh. Professor i Botanik ved Universitetet og Direktør for dets botaniske Have i Upsala.

Wittrock, Veit Brecher, Dr. phil., Professor Bergianus og Intendant ved Rigsmuseet i Stockholm.

Bäcklund, Albert Victor, Dr. phil., Professor i Fysik ved Universitetet i Lund.

Hittorf, Wilhelm, Dr. phil., Professor i Fysik ved Universitetet i Münster.

Lord *Rayleigh, John William Strutt,* Dr. phil., D. C. L., Professor i Fysik ved Royal Institution, London.

Wilamowitz-Moellendorff, Ulrich von, Dr. phil., Professor i klassisk Filologi ved Universitetet i Berlin.

Collett, Robert, Professor i Zoologi ved Universitetet i Kristiania.

Dunér, Nils Christoffer, Dr. phil., Professor i Astronomi ved Universitetet i Upsala.

Schmoller, Gustav, Dr. phil., Historiker, Professor i Statsvidenskaberne ved Universitetet i Berlin.

Hertwig, Oscar, Dr. med., Professor i sammenlignende Anatomi og Direktør for det 2det anatomisk-biologiske Institut ved Universitetet i Berlin.

Fouillée, Alfred, Medlem af det franske Institut, fh. Professor i Filosofi, Paris.

Dastre, Albert-Jules-Frank, Professor i Fysiologi ved la Faculté des Sciences, Paris.

Picard, Charles-Emile, Medlem af det franske Institut, Professor i højere Algebra ved la Faculté des Sciences, Paris.

Poincaré, Henri, Medlem af det franske Institut, Professor i mathematisk Astronomi ved la Faculté des Sciences, Paris.

Ehrlich, Paul, Dr. med., Direktør for det kgl. preussiske Institut for experimentel Therapi i Frankfurt a. M., Kommandør af Danebrog.

Helmert, Friedrich Robert, Dr. phil., Professor ved Universitetet i Berlin, Direktør for det geodætiske Institut og den internationale Gradmaalings Bureau i Potsdam, Kommandør af Danebrog.

Henry, Louis, Professor i Kemi ved Universitetet i Louvain.

Vries, Hugo de, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Amsterdam.

Pettersson, Otto, Dr. phil., Professor i Kemi ved Stockholms Højskole, Kommandør af Danebrog.

Brugmann, Friedrich Karl, Dr. phil., Professor i indo-germansk Filologi ved Universitetet i Leipzig.

Engler, Adolph, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Berlin.

Goebel, Karl, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i München.

Ramsay, Sir *William,* Professor i Kemi ved University College i London.

Hasselberg, Klas Bernhard, Professor, Fysiker ved Vetenskapsakademien i Stockholm.

Diels, Hermann, Dr. phil., Professor i klassisk Filologi ved Universitetet i Berlin.

Gomperz, Theodor, Dr. phil., fh. Professor i klassisk Filologi ved Universitetet i Wien.

Mohn, H., Professor i Meteorologi ved Universitetet i Kristiania.

Pavlov, Ivan Petrovič, Professor i Fysiologi ved det kejserlige militærmedicinske Akademi i St. Petersborg.

Rhys Davids, T. W., Professor i Pali og buddhistisk Litteratur ved University College i London.

Arrhenius, Svante, Dr. phil., Professor i Fysik ved Højskolen i Stockholm, Kommandør af Danebrog.

Kock, Axel, Dr. phil., Professor i nordiske Sprog ved Universitetet i Lund.

Noreen, Adolf Gotthardt, Dr. phil., Professor i de nordiske Sprog ved Universitetet i Upsala.

Torp, Alf, Dr. phil., Professor i Sanskrit og sammenlignende Sprogvidenskab ved Universitetet i Kristiania.

Meyer, Eduard, Dr. phil., Professor i Historie ved Universitetet i Berlin.

Wellhausen, Julius, Dr. phil., Professor i semitisk Filologi ved Universitetet i Göttingen.

Hildebrandsson, H. H., Professor i Meteorologi og Geografi ved Universitetet i Upsala, Kommandør af Danebrog.

Törnebohm, A. E., Dr. phil., Professor, Chef for Sveriges geologiske Undersøgelse i Stockholm.

Wille, N., Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Kristiania.

Vogt, J. H. L., Professor i Metallurgi ved Universitetet i Kristiania.

Boveri, Theodor, Dr. phil., Professor i Zoologi ved Universitetet i Würzburg.

Suess, Eduard, Dr. phil., Professor i Geologi ved Universitetet og Præsident for Videnskabernes Akademi i Wien.

Wiesner, Julius, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Wien.

Théel, Hjalmar, Dr. phil., Professor, Bestyrer af Rigsmuseets Evertebratafdeling i Stockholm.

Tullberg, Tycho F., Dr. phil., Professor i Zoologi ved Universitetet i Upsala.

Hilbert, David, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Universitetet i Göttingen.

Ostwald, Friedrich Wilhelm, Dr. phil., Professor i Kemi ved Universitetet i Leipzig.

Amira, Karl Konrad Ferd. Maria v., Dr. phil., Professor i tysk Ret og Retshistorie ved Universitetet i München.

Viollet, Paul-Marie, Professor ved École des Chartes, Overbibliothekar ved École de Droit i Paris.

Widman, Oskar, Dr. phil., Professor i Kemi ved Universitetet i Upsala.

Dewar, Sir *James,* Professor i Kemi ved Universitetet i Cambridge.

Noether, Max, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Universitetet i Erlangen.

Penck, Albrecht, Dr. phil., Professor i Geografi ved Universitetet i Berlin.

Segre, Corrado, Dr. phil., Professor i højere Geometri ved Universitetet i Turin.

Omont, Henri-Auguste, Konservator ved Manuskript-Departementet i Bibliothèque Nationale i Paris.

Eriksson, Jakob, Dr. phil., Professor, Forstander for den plantefysiologiske og landbrugsbotaniske Afdeling af Landbruks-Akademiens Experimentalfält ved Stockholm.

Hiortdahl, Thorstein Hallager, Dr. phil., Professor i Kemi ved Universitetet i Kristiania.

Tigerstedt, Robert, Dr., Professor i Fysiologi ved Universitetet i Helsingfors.

Fischer, Emil, Dr. phil., Professor i Kemi ved Universitetet i Berlin.

Langley, J. N., Dr., Professor i Fysiologi ved Universitetet i Cambridge (England).

Schück, J. Henrik E., Dr. phil., Professor i Æsthetik samt Litteratur- og Kunsthistorie ved Universitetet i Upsala.

Taranger, Absalon, Dr. jur., Professor i Retsvidenskab ved Universitetet i Kristiania.

Lavisse, Ernest, Professor i moderne Historie, Direktør for École normale supérieure, Medlem af Académie Francaise, Paris.

Leo, Friedrich, Dr. phil., Professor i klassisk Filologi ved Universitetet i Göttingen.

Vinogradoff, Paul, Corpus Professor i Retsvidenskab ved Universitetet i Oxford.

Dreyer, Georges, Dr. med. Professor i Pathologi ved Universitetet i Oxford.

Kossel, Albrecht, Dr. med., Professor i Fysiologi ved Universitetet i Heidelberg.

Montelius, Oscar, Dr. phil., Professor, Riksantiquarie, Stockholm, Kommandør af Danebrog.

Cederschiöld, Gustaf, Dr. phil., Professor i nordiske Sprog ved Göteborgs Højskole.

Erman, Adolf, Dr. phil., Professor i Ægyptologie ved Universitetet og Direktør for det Ægyptiske Museum i Berlin.

Saussure, Ferdinand de, Professor i Sanskrit og sammenlignende Sprogvidenskab ved Universitetet i Genève.

Geikie, Sir *Archibald,* Geolog og Mineralog, Præsident for Royal Society i London.

Voigt, Woldemar, Dr. phil., Professor i Fysik ved Universitetet og Bestyrer af det fysiske Institut i Göttingen.

Goldziher, Ignacz, Dr. phil., Professor i semitisk Filologi ved Universitetet i Budapest.

Bertrand, Gabriel, Professor i biologisk Kemi ved Sorbonne og Direktør for det biologiske Laboratorium ved Institut Pasteur i Paris.

Haller, Albin, Professor i organisk Kemi ved Sorbonne i Paris.

Nernst, Walter, Dr. phil., Professor i fysisk Kemi og Direktør for det fysisk-kemiske Institut ved Universitetet i Berlin.

Rosenbusch, Heinrich, Dr. phil., fh. Professor i Geologi ved Universitetet i Heidelberg.

Griffith, Francis Llewellyn, Reader i Ægyptologi ved Universitetet i Oxford.

Hunt, Arthur Surridge, Dr., Lecturer i Papyrologi ved Universitetet i Oxford.

Scott, Dunkinfield Henry, fh. Honorary Keeper of the Jodrell Laboratory, Royal Botanic Gardens, Kew, Præsident for Linnean Socicty of London og for Microscopical Society of London, East Oakley House.

Warburg, Emil, Dr. phil., Professor, Præsident for den fysisk-tekniske Rigsanstalt, Charlottenburg, Berlin.

RECHERCHES

SUR LES

SINGULARITÉS DE CERTAINES SÉRIES SPÉCIALES SUR LEUR CERCLE DE CONVERGENCE

PAR

C. HANSEN

D. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter, 7. Række, naturvidensk. og mathem. Afd. VI 1

KØBENHAVN

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1908

§ 1. Le problème de la détermination des fonctions analytiques présentant des singularités spéciales a conduit à établir de nombreux exemples de fonctions qui admettent leur contour de convergence comme ligne singulière mais qui diffèrent beaucoup en ce qui concerne la nature des points singuliers[1]). La note suivante est consacrée à étudier le caractère des singularités offertes par quelques fonctions spéciales qui ne se laissent pas prolonger au-delà du cercle de convergence; et parmi les fonctions dont nous traitons on en trouvera dont les développements asymptotiques ne sont valables que le long d'une ligne droite issue de l'origine. Tel sera le cas pour la fonction $\Phi(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s^n}{1+s^{2n}}$ dont nous traitons dans le dernier paragraphe. Comme on le verra, nous arriverons en ce qui concerne cette fonction au résultat suivant: Sur un arc quelconque du cercle de convergence, aussi petit qu'on voudra, il y aura une infinité de points jouissant de cette propriété que la fonction convergera vers une valeur constante en s'approchant des points considerés suivant un rayon vecteur issu de l'origine et une infinité de points au voisinage desquels la fonction est indéfiniment croissante.

§ 2. Dans une note[2]) que nous avons eu l'honneur de présenter à l'Académie royale des sciences et des lettres de Danemark, nous avons étudié le caractère analytique des fonctions définies par l'expression:

$$F(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s^{rn+t}}{1-s^{rn+t}} \tag{1}$$

où r et t sont des nombres entiers positifs quelconques. Chaque série de cette forme est convergente pour toute valeur du variable complexe s, dont le module reste inférieur à l'unité.

Dans la note citée nous avons démontré que la fonction $F(s)$ ne pourra être prolongé au de-là du cercle de convergence. En désignant par α une racine

[1]) Voir par exemple l'excellent livre de M. Hadamard: La série de Taylor et son prolongement analytique, chapitre IV. Paris 1901.

[2]) Bulletin de l'Académie royale des sciences et des lettres de Danemark, année 1907, p. 3—19.

primitive[1]) de l'équation $x^{rm+t} = 1$, dans laquelle m est un entier positif quelconque, et en posant $s = \alpha u$, u étant une quantité réelle située dans l'intervalle

$$0 \leqq u < 1,$$

nous avons démontré la formule[2])

$$F(\alpha u) = F_1 + \frac{1}{r(rm+t)\,lu}\left[\frac{r(rm+t)\,lu}{1-u^{rm+t}}\,u^{rm+t} + l\left(1-u^{(\frac{r}{2}+1)(rm+t)}\right) + F_2 + F_3 + F_4\right], \quad (2)$$

où nous avons posé pour abréger:

$$F_1 = \sum_{p=1}^{p=m-1} \frac{\alpha^{rp+t}u^{rp+t}}{1-\alpha^{rp+t}u^{rp+t}} + \sum_{r=m+1}^{p=rm+t} \frac{\alpha^{rp+t}u^{rp+t}}{1-\alpha^{rp+t}u^{rp+t}},$$

$$F_2 = \sum_{p=1}^{p=m-1} l\left(1-\alpha^{rp+t}u^{\frac{r}{2}(rm+t)+pr+t}\right) + \sum_{p=m+1}^{p=rm+t} l\left(1-\alpha^{rp+t}u^{\frac{r}{2}(rm+t)+pr+t}\right),$$

$$F_3 = 2\sum_{p=1}^{p=m-1}\int_0^\infty \frac{r(rm+t)\cdot lu\cdot\alpha^{rp+t}\cdot u^{\frac{r}{2}(rm+t)+pr+t}\cdot\sin r(rm+t)ylu}{1-2\alpha^{rp+t}u^{\frac{r}{2}(rm+t)+pr+t}\cos r(rm+t)ylu+\alpha^{2rp+2t}u^{r(rm+t)+2pr+2t}}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1} \quad (3)$$

$$+2\sum_{p=m+1}^{p=rm+t}\int_0^\infty \frac{r(rm+t)\cdot lu\cdot\alpha^{rp+t}u^{\frac{r}{2}(rm+t)+pr+t}\cdot\sin r(rm+t)ylu}{1-2\alpha^{rp+t}u^{\frac{r}{2}(rm+t)+pr+t}\cos r(rm+t)ylu+\alpha^{2rp+2t}u^{r(rm+t)+2pr+2}}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1},$$

$$F_4 = 2r(rm+t)\int_0^\infty \frac{lu\cdot u^{(\frac{r}{2}+1)(rm+t)}\cdot\sin r(rm+t)ylu}{1-2u^{(\frac{r}{2}+1)(rm+t)}\cos r(rm+t)ylu+u^{(r+2)(rm+t)}}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Le logarithme a sa détermination principale.

En étudiant la formule (2) nous sommes arrivé à ce résultat que le cercle de convergence est une coupure essentielle pour les fonctions $F(s)$.

Les recherches suivantes ont pour but de déterminer le caractère des singularités de certaines fonctions spéciales de la forme (1) sur le cercle de convergence et, comme nous le verrons, les fonctions jouissent de propriétés très remarquables. C'est pour simplifier les calculs que nous traitons des fonctions spéciales et non pas la fonction la plus générale de la forme (1).

Comme nous l'avons dit, on conclut de l'équation (2) que la fonction $F(s)$ ne pourra être prolongée au-delà du cercle de convergence, et pour le faire voir il faut examiner comment varient les modules des quantités que nous avons désignées par les lettres F_1, F_2, F_3 et F_4 quand u tend vers l'unité.

Quand aux quantités F_1 et F_2 on voit tout de suite qu'elles ont des valeurs finies four $u = 1$.

[1]) La dénomination de racine primitive est employée en ce sens que ladite racine ne doit pas satisfaire à une équation de la même forme correspondant à une valeur inférieure de m.

[2]) L'équation (10) page 11 dans la note citée.

Considérons alors la quantité F_3. Elle est composée d'un nombre fini d'intégrales définies, et nous allons démontrer que ces intégrales convergent vers zéro pour $u = 1$ [1]).

Posons pour abréger l'écriture

$$u^{\frac{r}{2}(rm+t)+pr+} = k,$$

$$\frac{r(rm+t)}{\frac{r}{2}(rm+t)+pr+t} = \mu$$

et désignons la quantité complexe a^{rp+t} par $a+ib$, où a et b sont des quantités réelles qui satisfont à l'équation $a^2+b^2=1$. Il s'agit alors de considérer l'intégrale:

$$I = \int_0^\infty \frac{lk \sin \mu ylk}{1-2(a+ib)k\cos\mu ylk+(a+ib)^2k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Nous remarquons d'abord qu'on a:

$$|I| \leq \int_0^\infty \frac{|lk| \cdot |\sin \mu ylk|}{|1-2(a+ib)k\cos\mu ylk+(a+ib)^2k^2|} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

c'est à dire:

$$|I| \leq \int_0^\infty \frac{|lk| \cdot |\sin \mu ylk|}{+\sqrt{[1-2ak\cos\mu ylk+(2a^2-1)k^2]^2+4(1-a^2)k^2[\cos\mu ylk-ak]^2}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

en tenant compte de la relation $a^2+b^2=1$.

Cherchons maintenant le minimum de la fonction

$$[1-2akz+(2a^2-1)k^2]^2+4k^2(1-a^2)[z-ak]^2$$

où z désigne un variable réel.

La méthode élémentaire montre que la valeur de z, pour laquelle la fonction devient minimum, est déterminée par l'équation

$$-2ak(1-2akz+(2a^2-1)k^2)+4k^2(1-a^2)(z-ak) = 0.$$

De cette équation on tire:

$$z = a \cdot \frac{k^2+1}{2k}.$$

On s'assure tout de suite que la fonction en question devient minimum pour cette valeur de z, et on a par conséquent:

[1]) Cette démonstration ne se trouve pas dans notre note citée page 1; pour combler cette lacune nous la donnons ici.

$$+\sqrt{[1-2ak\cos\mu ylk+(2a^2-1)k^2]^2+4k^2(1-a^2)[\cos\mu ylk-ak]^2}$$

$$\geqq+\sqrt{\left[1-2ak\cdot\frac{a(k^2+1)}{2k}+(2a^2-1)k^2\right]^2+4k^2(1-a^2)\left[\frac{a(k^2+1)}{2k}-ak\right]^2}$$

$$\geqq+(1-k^2)\sqrt{1-a^2}.$$

On obtient ainsi:

$$|I|\leqq\int_0^\infty\frac{|lk|\cdot|\sin\mu ylk|}{(1-k^2)|\sqrt{1-a^2}|}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

et à fortiori:

$$|I|\leqq\frac{\mu\cdot|lk|\cdot|lk|}{(1-k^2)|\sqrt{1-a^2}|}\int_0^\infty\frac{y\,dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Posons encore $k=1-\varepsilon$. Pour des valeurs assez petites de ε on a $|lk|<2\varepsilon$, d'où il suit:

$$|I|\leqq\frac{\mu}{|\sqrt{1-a^2}|}\cdot\frac{4\varepsilon}{2-\varepsilon}\int_0^\infty\frac{y\,dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Cette inégalité montre que le module de l'intégrale I converge vers zéro en faisant tendre vers zéro la quantité ε, pourvu que la quantité réelle a soit différente de $+1$ ou -1. Dans ces deux cas l'inégalité ne nous dit rien en ce qui concerne le module de I.

Nous sommes ainsi forcés d'étudier ces deux cas particulièrement. D'abord nous remarquons que nous avons posé

$$\alpha^{rp+t}=a+ib,$$

où α désigne une racine primitive de l'équation $x^{rm+t}=1$. On voit dès lors qu'il faut donner à p la valeur de m pour que a aie la valeur de $+1$ et la valeur de $\frac{rm-t}{2r}$ pour que a aie la valeur de -1.

Comme on le voit par l'équation (3), la quantité F_3 est composée des intégrales qui correspondent aux valeurs suivantes de p:

$$p=1,\ 2,\ 3\ \ldots\ m-1,\ m+1,\ \ldots\ rm+t.$$

Le nombre m ne se trouve pas dans cette série, mais il peut arriver qu'elle contienne le nombre $\frac{rm-t}{2r}$ et il nous faut alors considérer l'intégrale

$$I_1=\int_0^\infty\frac{lk\sin\mu ylk}{1+2k\cos\mu ylk+k^2}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1},$$

à laquelle se réduit l'intégrale I en posant $a+ib=-1$. La fraction sous le signe $\int$ ne converge pas uniformément vers zéro quand k tend vers l'unité, mais néanmoins l'intégrale s'évanouit pour $k=1$ comme nous allons le montrer à présent.

Supposons donnée une quantité réelle positive δ aussi petite qu'on voudra. Nous écrivons l'intégrale I_1 sous la forme

$$I_1 = I_2 + I_3 ,$$

où

$$I_2 = \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{lk \cdot \sin \mu y l k}{1 + 2k \cos \mu y l k + k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y} + 1} ,$$

$$I_3 = \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{lk \cdot \sin \mu y l k}{1 + 2k \cos \mu y l k + k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y} + 1} .$$

Posons encore $k = 1 - \varepsilon$ et considérons d'abord l'intégrale I_2:

$$I_2 = \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{l(1-\varepsilon) \sin \mu y l (1-\varepsilon)}{4(1-\varepsilon) \cos^2 \frac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon) + \varepsilon^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y} + 1} .$$

Pour des valeurs de y dans l'intervalle $0 \leqq y \leqq \frac{1}{\delta}$ la fraction

$$\frac{l(1-\varepsilon) \sin \mu y l (1-\varepsilon)}{4(1-\varepsilon) \cos^2 \frac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon) + \varepsilon^2}$$

convergera uniformément vers zéro pour $\varepsilon = 0$.

Pour le faire voir, il faut démontrer que l'inégalité

$$\frac{|l(1-\varepsilon)| \cdot |\sin \mu y l (1-\varepsilon)|}{4(1-\varepsilon) \cos^2 \frac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon) + \varepsilon^2} < \delta \qquad (4)$$

est satisfaite pour des valeurs de ε assez petites quelle que soit la valeur de y dans l'intervalle $0 \leqq y \leqq \frac{1}{\delta}$.

Dans cet intervalle on a:

$$|\sin \mu y l (1-\varepsilon)| = 2 |\sin \tfrac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon) \cdot \cos \tfrac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon)| \leqq \mu y \, |l(1-\varepsilon)| \cdot |\cos \tfrac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon)|$$

$$\leqq \frac{\mu}{\delta} |l(1-\varepsilon)| \cdot |\cos \tfrac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon)|.$$

Supposons maintenant la quantité ε si petite qu'on ait

$$|l(1-\varepsilon)| \leqq \frac{\delta^2}{\mu},$$

il en résulte:

$$|\sin \mu y l (1-\varepsilon)| \leqq \delta \, |\cos \tfrac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon)| .$$

Il s'ensuit que l'inégalité (4) sera satisfaite pour toute valeur de $\cos \frac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon)$ qui satisfait à l'inégalité

$$\frac{|l(1-\varepsilon)| \cdot \delta \cdot \left|\cos \tfrac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon)\right|}{4(1-\varepsilon) \cos^2 \frac{\mu}{2} y l (1-\varepsilon) + \varepsilon^2} < \delta.$$

Nous écrivons cette inégalité sous la forme:

$$0 < 4(1-\varepsilon)\cos^2\frac{\mu}{2}yl(1-\varepsilon) - |l(1-\varepsilon)| \cdot |\cos\frac{\mu}{2}yl(1-\varepsilon)| + \varepsilon^2.$$

La condition nécessaire et suffisante pour que le polynôme du second membre de cette inégalité soit positif quelle que soit la valeur de $\cos\frac{\mu}{2}yl(1-\varepsilon)$, est la suivante:

$$l^2(1-\varepsilon) < 16\varepsilon^2(1-\varepsilon).$$

Pour des valeurs de ε assez petites on a $|l(1-\varepsilon)| < 2\varepsilon$, d'où il suit que cette condition est remplie, et à fortiori l'inégalité (4). On a ainsi:

$$|I_2| \leqq \delta\int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} < \delta\int_0^{\infty} \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} < \frac{l2}{2\pi}\delta$$

c'est à dire: l'intégrale I_2 converge vers zéro, quand k tend vers l'unité.

Quant à l'intégrale I_3, elle convergera aussi vers zéro pour $k=1$, ce qu'on voit par les calculs suivants. On conclut de l'expression

$$I_3 = \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{l(1-\varepsilon)\sin\mu yl(1-\varepsilon)}{4(1-\varepsilon)\cos^2\frac{\mu}{2}yl(1-\varepsilon)+\varepsilon^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

qu'on a:

$$|I_3| \leqq \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{\mu \cdot l^2(1-\varepsilon)\cdot y}{4(1-\varepsilon)\cos^2\frac{\mu}{2}yl(1-\varepsilon)+\varepsilon^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

$$\leqq \mu\int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{l^2(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2} \cdot \frac{y\,dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Supposons qu'on ait $|l(1-\varepsilon)| < 2\varepsilon$, ce qui est toujours permis; on a alors:

$$|I_3| < 4\mu\int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{y\,dy}{e^{2\pi y}+1} < 4\mu\int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{dy}{e^{\pi y}+1} = -\frac{4\mu}{\pi}\left[l(1+e^{-\pi y})\right]_{\frac{1}{\delta}}^{\infty}$$

c'est à dire $|I_3| < \frac{4\mu}{\pi}l\left(1+e^{-\frac{\pi}{\delta}}\right) < \frac{4\mu}{\pi}\delta$

d'où il suit que le module de l'intégrale I_3 s'évanouit pour $k=1$, et par conséquent l'intégrale I_1 tendra aussi vers zéro.

Il nous reste alors à considérer l'intégrale F_4 (page 4). En y posant $u^{(\frac{r}{2}+1)(rm+t)} = k$, $\frac{r(rm+t)}{\left(\frac{r}{2}+1\right)(rm+t)} = \mu$, nous aurons une intégrale I_4 de la forme:

$$I_4 = \int_0^\infty \frac{lk \cdot \sin \mu ylk}{1 - 2k \cos \mu ylk + k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y} + 1}.$$

Pour $k = 1$ la fonction sous le signe $\int$ prend la forme $\frac{0}{0}$; or elle a une vraie valeur finie, ce qu'on voit par un calcul élémentaire. Dans le paragraphe suivant nous déterminons la limite vers laquelle converge l'intégrale I_4 en faisant tendre u vers l'unité. Mais il suffit à présent de savoir que le module de I_4 reste fini pour $k = 1$, se qu'on voit aisément.

Posons encore $k = 1 - \varepsilon$, ε étant une quantité réelle positive. Pour des valeurs assez petites de ε et quelle que soit la valeur de $y \geq 0$ nous allons démontrer qu'on a:

$$\left| \frac{l(1-\varepsilon) \cdot \sin \mu yl(1-\varepsilon)}{1 - 2(1-\varepsilon) \cos \mu yl(1-\varepsilon) + (1-\varepsilon)^2} \right| < 1. \tag{5}$$

Nous mettons cette inégalité sous la forme:

$$|l(1-\varepsilon)| \cdot |\sin \mu yl(1-\varepsilon)| < 4(1-\varepsilon) \sin^2 \frac{\mu}{2} yl(1-\varepsilon) + \varepsilon^2.$$

Il est évident que cette inégalité est satisfaite par des valeurs de ε et de y, pour lesquelles l'inégalité

$$2\,|l(1-\varepsilon)| \cdot |\sin \tfrac{\mu}{2} yl(1-\varepsilon)| < 4(1-\varepsilon) \sin^2 \tfrac{\mu}{2} yl(1-\varepsilon) + \varepsilon^2$$

est remplie.

Ecrivons cette inégalité sous la forme:

$$0 < 4(1-\varepsilon) \sin^2 \tfrac{\mu}{2} yl(1-\varepsilon) - 2\,|l(1-\varepsilon)| \cdot |\sin \tfrac{\mu}{2} yl(1-\varepsilon)| + \varepsilon^2.$$

La condition nécessaire et suffisante pour que le polynôme du second membre soit positif quelle que soit la valeur de y, est:

$$l^2(1-\varepsilon) < 4\varepsilon^2(1-\varepsilon).$$

On voit tout de suite que cette condition a lieu pour des valeurs de ε assez petites. Il suffit de supposer $|l(1-\varepsilon)| < \frac{3}{2}\varepsilon$, ce qui est toujours permis.

La démonstration de l'existence de l'inégalité (5) est ainsi établie, et on a par conséquent:

$$|I_4| < \int_0^\infty \frac{dy}{e^{2\pi y} + 1}$$

d'où on conclut que le module de I_4 ne pourra être infini pour $k = 1$.

D'après toutes ces remarques nous sommes en mesure d'examiner comment varie le module de la fonction $F(au)$, quand u tend vers l'unité.

Considérons l'équation (2) de la page 4. Nous savons à présent que les modules des quantités F_1, F_2, F_3, F_4 restent finis pour $u = 1$. Quant à la fraction

$$\frac{r(rm+t)\, u^{rm+t} \cdot lu}{1 - u^{rm+t}}$$

elle a pour limite -1 et le terme $l\left(1 - u^{(\frac{r}{2}+1)(rm+t)}\right)$ croît à l'infini pour $u = 1$.

En d'autres termes, le module de $F(au)$ surpasse chaque limite finie, quand u tend vers l'unité, c'est-à-dire que le module de $F(s)$ croît indéfiniment quand le variable s s'approche d'un point du cercle de convergence $s = e^{\frac{2p\pi i}{rm+t}}$ suivant le rayon vecteur.

Or, sur un arc de la circonférence aussi petit qu'on voudra, il y a un nombre infini de ces points, et par consequent la fonction $F(s)$ ne pourra être prolongée au-delà de ce cercle.

§ 3. Dans les paragraphes qui vont suivre nous ne nous occuperons plus de la fonction la plus générale de la forme (1). Au contraire nous allons traiter des fonctions spéciales de cette forme et notre but est de faire une étude détaillée du caractère des singularités des fonctions considérées sur le cercle de convergence et d'établir des développements asymptotiques pour les fonctions en question.

Nous commençons par traiter la série de Lambert $L(s)$ définie par l'équation

$$L(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s^n}{1-s^n}.$$

Cette fonction est un cas spécial des fonctions $F(s)$.

En posant $t = 0$ et $r = 1$ dans l'équation (2) on aura la formule:

$$L(au) = \sum_{p=1}^{p=m-1} \frac{a^p u^p}{1-a^p u^p} + \frac{u^m}{1-u^m} + \frac{1}{mlu} \sum_{p=1}^{p=m-1} l(1-a^p u^{\frac{m}{2}+p}) + \frac{1}{mlu}\, l(1-u^{\frac{3m}{2}}) \qquad (6)$$

$$+ 2 \sum_{p=1}^{p=m-1} \int_0^{\infty} \frac{a^p u^{\frac{m}{2}+p} \sin mylu}{1-2a^p u^{\frac{m}{2}+p} \cos mylu + a^{2p} u^{m+2p}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

$$+ 2 \int_0^{\infty} \frac{u^{\frac{3m}{2}} \sin mylu}{1-2u^{\frac{3m}{2}} \cos mylu + u^{3m}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

m étant un entier positif quelconque et a désignant une racine primitive de l'équation $x^m = 1$.

Faisons tendre maintenant u vers l'unité dans l'équation (6). Le second membre de cette équation contient la série $\sum_{p=1}^{p=m-1} \frac{a^p u^p}{1-a^p u^p}$, qui pour $u = 1$ prend la forme $\sum_{p=1}^{p=m-1} \frac{a^p}{1-a^p}$. Pour trouver la somme de cette série, nous remarquons que toutes les racines de l'équation $x^m = 1$ sont les nombres

$$1,\ a,\ a^2 \ldots\ a^{m-1}$$

ce qui entraîne qu'on a identiquement

$$(x-1)(x-a)(x-a^2) \ldots (x-a^{m-1}) = x^m - 1$$

et par conséquent:

$$(x-\alpha)(x-\alpha^2)\ \ldots\ (x-\alpha^{m-1}) = x^{m-1}+x^{m-2}+\ \ldots\ +1. \qquad (7)$$

De cette identité on conclut:

$$\frac{1}{x-\alpha}+\frac{1}{x-\alpha^2}+\ \ldots\ +\frac{1}{x-\alpha^{m-1}} = \frac{(m-1)x^{m-2}+(m-2)x^{m-3}+\ \ldots\ +1}{x^{m-1}+x^{m-2}+\ \ldots\ +1}$$

ce qui donne pour $x=1$

$$\frac{1}{1-\alpha}+\frac{1}{1-\alpha^2}+\ \ldots\ +\frac{1}{1-\alpha^{m-1}} = \frac{m-1}{2}.$$

Posons:

$$\frac{\alpha}{1-\alpha}+\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}+\ \ldots\ +\frac{\alpha^{m-1}}{1-\alpha^{m-1}} = P.$$

En retranchant ces deux équations on aura:

$$m-1 = \frac{m-1}{2}-P$$

d'où l'on tire:

$$P = -\frac{m-1}{2}.$$

Quant à la série $\sum_{p=1}^{p=m-1} l(1-\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p})$ qui figure aussi au second membre de l'équation (6) on trouvera tout de suite la valeur pour $u=1$ à l'aide de l'équation (7). En y posant $x=1$ on obtient:

$$\sum_{p=1}^{p=m-1} l(1-\alpha^p) = lm.$$

Il s'agit alors d'évaluer la série

$$\sum_{p=1}^{p=m-1}\int_0^{\infty} \frac{\alpha^p \cdot u^{\frac{m}{2}+p}\sin mylu}{1-2\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}\cos mylu+\alpha^{2p}u^{m+2p}}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1} \qquad (8)$$

pour $u=1$.

Posons pour abréger: $u^{\frac{m}{2}+p}=k$, $\frac{m}{\frac{m}{2}+p}=\mu$ et $\alpha^p = a+ib$ où a et b sont des quantités réelles, qui satisfont à l'équation $a^2+b^2=1$. Chaque terme de la série (8) a la forme

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin \mu ylk}{1-2(a+ib)k\cos\mu ylk+(a+ib)^2k^2}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}. \qquad (9)$$

Dans le paragraphe précédent nous avons démontré que l'intégrale

$$\int_0^{\infty} \frac{lk\sin\mu ylk}{1-2(a+ib)k\cos\mu ylk+(a+ib)^2k^2}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

convergera vers zéro quand k tend vers l'unité, pourvu que a soit différent de 1.

L'intégrale (9) jouit de la même propriété, ce qu'on démontre en modifiant un peu la démonstration du paragraphe précédent.

Supposons donnée une quantité réelle positive δ aussi petite qu'on voudra et divisons l'intégrale (9) en deux parties A_1 et A_2 de manière qu'on pose:

$$A_1 = \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{\sin \mu ylk}{1-2(a+ib)k\cos \mu ylk+(a+ib)^2k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

$$A_2 = \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{\sin \mu ylk}{1-2(a+ib)k\cos \mu ylk+(a+ib)^2k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Nous savons par la page (6) qu'on a

$$|1-2(a+ib)k\cos \mu ylk+(a+ib)^2k^2| \geq (1-k^2)\cdot|\sqrt{1-a^2}|$$

quelle que soit la valeur de y et par conséquent

$$|A_2| \leq \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{\mu y|lk|}{(1-k^2)\cdot|\sqrt{1-a^2}|} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Posons $k=1-\varepsilon$, ε positif, et supposons qu'on ait $|l(1-\varepsilon)|<2\varepsilon$. On obtient alors:

$$|A_2| < \frac{\mu}{|\sqrt{1-a^2}|} \cdot \frac{2}{2-\varepsilon} \cdot \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{ydy}{e^{2\pi y}+1}$$

et à fortiori (voir page 8):

$$|A_2| < \frac{2\mu}{\pi|\sqrt{1-a^2}|} \cdot \delta.$$

Considérons alors l'intégrale A_1. On a:

$$|1-2(a+ib)k\cos \mu ylk+(a+ib)^2k^2|$$

$$= +\sqrt{[1-2ak\cos \mu ylk+(a^2-b^2)k^2]^2+4b^2k^2[\cos \mu ylk-ak]^2}$$

d'où il suit:

$$|1-2(a+ib)k\cos \mu ylk+(a+ib)^2k^2| \geq |2bk|\,|\cos \mu ylk-ak|.$$

En développant la fonction $\cos \mu ylk-ak$ en série de Taylor on obtient:

$$\cos \mu ylk-ak = 1-ak-\frac{\mu^2y^2l^2k}{2!}+\frac{\mu^4y^4l^4k}{4!}-\frac{\mu^6y^6l^6k}{6!}+\ldots. \qquad (10)$$

Pour des valeurs de y dans l'intervalle $0 \leq y \leq \frac{1}{\delta}$ on a:

$$\frac{\mu^6y^6l^6k}{6!} < \frac{\mu^4y^4l^4k}{4!}$$

c'est-à-dire:

$$\mu y|lk| < \sqrt{30}$$

en considérant seulement des valeurs de k si près de l'unité, qu'on a $|lk|<\delta^2$, ce qu'il est toujours possible de faire.

Il suit de l'équation (10) qu'on a:

$$|\cos \mu ylk - ak| > 1 - ak - \delta,$$

car pour des valeurs considérées de y et de lk on a:

$$\frac{\mu^2 y^2 l^2 k}{2!} < \frac{\mu^2 \cdot \delta^4}{2!\,\delta^2} < \delta.$$

Or rien n'empêche de supposer $\delta < \frac{1}{2}(1-ak)$, de sorte qu'on a

$$|\cos \mu ylk - ak| > \tfrac{1}{2}(1-ak).$$

Cela posé, on a:

$$|A_1| < \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{\mu y\,|lk|}{\frac{1}{2}(1-ak)\,|2bk|} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

d'où il suit:

$$|A_1| < \frac{\mu\,|lk|}{k\,|b|\,(1-ak)} \cdot C$$

en désignant par la constante C la valeur de l'intégrale $\int_0^\infty \frac{y dy}{e^{2\pi y}+1}$.

Nous avons ainsi démontré qu'on a

$$\left| \int_0^\infty \frac{\sin \mu ylk}{1-2(a+ib)k\cos \mu ylk + (a+ib)^2 k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} \right| < \frac{2\mu}{\pi\,|\sqrt{1-a^2}|} \cdot \delta + \frac{\mu C}{k\,|b|\,(1-ak)} \cdot |lk|.$$

Cette inégalité nous montre que l'intégrale du premier membre convergera vers zéro, quand k tend vers l'unité, pourvu que a soit différent de $+1$ ou -1, ce qui entraîne que b soit différent de zéro, car $a^2+b^2=1$.

Nous sommes ainsi forcés d'examiner particulièrement le cas $a=-1$. Le cas $a=+1$ ne peut pas rentrer ici, parce que la série (8), dont il s'agit, ne contient pas le terme pour lequel $\alpha^p = 1$.

Pour $a=-1$ l'intégrale (9) prend la forme:

$$B = \int_0^\infty \frac{\sin \mu ylk}{1+2k\cos \mu ylk + k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Cette intégrale convergera aussi vers zéro pour $k=1$, comme nous allons le montrer à présent.

Supposons donnée de nouveau une quantité positive δ aussi petite qu'on voudra et écrivons:

$$B = B_1 + B_2$$

où

$$B_1 = \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{\sin \mu ylk}{1+2k\cos \mu ylk + k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1},$$

$$B_2 = \int_{\frac{1}{\delta}}^{\cdot} \frac{\sin \mu ylk}{1+2k\cos \mu ylk + k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

D'abord nous allons démontrer que la fonction sous le signe $\int$ converge uniformément vers zéro, quand k tend vers l'unité, pour des valeurs de y dans l'intervalle $0 \leqq y \leqq \frac{1}{\delta}$.

Posons encore $k = 1-\varepsilon$, ε étant réel positif. L'intégrale B_1 prend alors la forme:

$$B_1 = \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{\sin \mu y l(1-\varepsilon)}{4(1-\varepsilon)\cos^2 \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Il s'agit de vérifier l'existence de l'inégalité

$$\frac{|\sin \mu y l(1-\varepsilon)|}{4(1-\varepsilon)\cos^2 \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2} < \delta$$

que nous écrivons sous la forme

$$|2 \sin \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) \cos \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)| < 4\delta(1-\varepsilon)\cos^2 \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) + \delta\varepsilon^2.$$

En posant

$$\cos^2 \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) = 1 - \sin^2 \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)$$

cette inégalité se laisse écrire:

$$2\left|\sin \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right| \left[\left|\cos \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right| + 2\delta(1-\varepsilon)\left|\sin \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right|\right] < 4\delta(1-\varepsilon) + \delta\varepsilon^2. \quad (11)$$

On voit tout de suite qu'on a

$$\left|\cos \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right| + 2\delta(1-\varepsilon)\left|\sin \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right| < 2$$

en supposant δ assez petit.

En outre nous supposerons ε si petit qu'on a $|l(1-\varepsilon)| < \frac{\delta^2}{\mu}$.

Pour des valeurs de y dans l'intervalle $0 \leqq y \leqq \frac{1}{\delta}$ on a alors

$$\left|\sin \tfrac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right| < \frac{\mu}{2} \cdot y \cdot |l(1-\varepsilon)| < \frac{\mu}{2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\delta^2}{\mu} < \frac{1}{2}\delta.$$

Cela entraîne que la quantité au premier membre de l'inégalité (11) reste plus petite que 2δ et cette inégalité est ainsi satisfaite.

Il s'ensuit qu'on a:

$$|B_1| < \delta \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} < \delta \int_0^{\infty} \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Mais $\int_0^{\infty} \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} = \frac{l2}{2\pi}$ et ainsi:

$$|B_1| < \frac{l2}{2\pi}\delta.$$

Considérons alors l'intégrale B_2. On démontre aisément qu'on a:

$$\frac{|\sin \mu y l(1-\varepsilon)|}{4(1-\varepsilon)\cos^2 \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2} < \frac{\mu}{2}\delta \cdot y^2 \qquad (12)$$

pour $y \geq \frac{1}{\delta}$.

Nous mettons cette inégalité sous la forme:

$$2\left|\sin \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right| \left|\cos \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right| < \frac{\mu}{2}\delta y^2 \left[4(1-\varepsilon)\cos^2 \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2\right].$$

Cette inégalité est sûrement vérifiée pour des valeurs de y et de ε qui satisfont à l'inégalité:

$$2|l(1-\varepsilon)| \left|\cos \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right| < \delta y \left[4(1-\varepsilon)\cos^2 \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2\right].$$

Pour des valeurs de $y \leq \frac{1}{\delta}$ la quantité au second membre de cette inégalité est plus grande que

$$4(1-\varepsilon)\cos^2 \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2$$

et on vérifie facilement que l'inégalité

$$2|l(1-\varepsilon)| \left|\cos \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right| < 4(1-\varepsilon)\cos^2 \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2$$

c'est-à-dire:

$$0 < 4(1-\varepsilon)\cos^2 \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon) - 2|l(1-\varepsilon)| \left|\cos \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)\right| + \varepsilon^2 \qquad (13)$$

est satisfaite quelle que soit la valeur de $\cos \frac{\mu}{2} y l(1-\varepsilon)$ en supposant ε assez petit, car la condition nécessaire et suffisante pour que le polynôme au second membre de l'inégalité (13) soit toujours positif est la suivante:

$$l^2(1-\varepsilon) < 4\varepsilon^2(1-\varepsilon)$$

et cette condition est remplie en supposant par exemple $|l(1-\varepsilon)| < \frac{3}{2}\varepsilon$, ce qu'on peut toujours faire.

L'inégalité (13) et à fortiori l'inégalité (12) sont ainsi justes, ce qui entraîne par rapport à l'intégrale B_2:

$$|B_2| < \frac{\mu}{2}\delta \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{y^2 dy}{e^{2\pi y}+1} < \delta \int_0^{\infty} \frac{dy}{e^{\pi y}+1}$$

c'est-à-dire:

$$|B_2| < \frac{l2}{\pi}\delta$$

et par conséquent:

$$|B| < \frac{3l2}{2\pi}\delta.$$

En d'autres termes, l'intégrale B convergera vers zéro pour $k = 1$.

Appliquons les résultats obtenus à l'équation (6) page 10. En faisant tendre u vers l'unité on obtient l'expression asymptotique:

$$L(\alpha u) = -\frac{m-1}{2} + \frac{u^m}{1-u^m} + \frac{lm}{mlu} + \frac{l(1-u^{\frac{3m}{2}})}{mlu} + 2\int_0^\infty \frac{u^{\frac{3m}{2}} \sin mylu}{1-2u^{\frac{3m}{2}} \cos mylu + u^{3m}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

L'intégrale qui figure au second membre de cette équation croît à l'infini pour $u = 1$ comme la fonction $\frac{1}{lu}$. Multiplions les deux membres de l'équation par lu et cherchons la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$\int_0^\infty \frac{lu \cdot \sin mylu}{1-2u^{\frac{3m}{2}} \cos mylu + u^{3m}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} \tag{14}$$

quand u tend vers l'unité.

La fonction sous le signe $\int$ prend la forme $\frac{0}{0}$ pour $u = 1$ en supposant y fini. Un calcul élémentaire montre qu'elle a pour vraie valeur la quantité $\frac{4y}{m(4y^2+9)}$.

Maintenant nous allons démontrer que la limite de l'intégrale (14) existe pour $u = 1$ et sera égale à l'intégrale:

$$\int_0^\infty \frac{4y}{m(4y^2+9)} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Nous commençons par vérifier l'inégalité

$$\frac{|lu| \cdot \sin my\,|lu|}{1-2u^{\frac{3m}{2}} \cos mylu + u^{3m}} \geqq \frac{4y}{m(4y^2+9)} \tag{15}$$

quelle que soit la valeur de y dans l'intervalle

$$0 \leqq y \leqq \frac{1}{\delta},$$

δ étant une quantité réelle positive aussi petite qu'on voudra, pourvu que u ait des valeurs assez proches de l'unité.

Posons $u^{\frac{3m}{2}} = 1-\varepsilon$, ε positif, et écrivons l'inégalité (15) sous la forme:

$$\frac{|l(1-\varepsilon)|}{3}(4y^2+9)\sin\frac{2}{3}y\,|l(1-\varepsilon)| \geqq 2y\left[4(1-\varepsilon)\sin^2\frac{y}{3}l(1-\varepsilon)+\varepsilon^2\right]. \tag{16}$$

D'ailleurs nous supposerons $|l(1-\varepsilon)| < 2\varepsilon < \delta^2$, ce qui suffira.

Du développement

$$\sin\frac{2}{3}yl(1-\varepsilon) = \frac{2}{3}yl(1-\varepsilon) - \frac{2^3}{3!\,3^3}y^3l^3(1-\varepsilon) + \frac{2^5}{5!\,3^5}y^5l^5(1-\varepsilon) - \frac{2^7}{7!\,3^7}y^7l^7(1-\varepsilon) + \ldots$$

on conclut:

$$|\sin\frac{2}{3}yl(1-\varepsilon)| \geq \frac{2}{3}y|l(1-\varepsilon)| - \frac{2^3}{3!\,3^3}y^3|l^3(1-\varepsilon)|$$

car on a:

$$\frac{2^7}{7!\,3^7}y^7|l^7(1-\varepsilon)| < \frac{2^5}{5!\,3^5}y^5|l^5(1-\varepsilon)|$$

c'est-à-dire:

$$y^2l^2(1-\varepsilon) < 3^2\cdot 6\cdot 7$$

pour des valeurs de y dans l'intervalle $0 \leq y \leq \frac{1}{\delta}$ et pour des valeurs de ε telles que $|l(1-\varepsilon)| < \delta^2$.

Il suit de là que la quantité au prémier membre de l'inégalité (16) est supérieure à

$$\frac{1}{3}|l(1-\varepsilon)|(4y^2+9)\cdot\left[\frac{2}{3}y|l(1-\varepsilon)| - \frac{2^3}{3!\,3^3}y^3|l^3(1-\varepsilon)|\right].$$

D'ailleurs la quantité au second membre de l'inégalité (16) est inférieure à

$$2y\left[4(1-\varepsilon)\cdot\frac{y^2}{9}l^2(1-\varepsilon)+\varepsilon^2\right]$$

et l'inégalité (16) est par conséquent satisfaite pour des valeurs de ε et de y qui satisfont à l'inégalité:

$$\frac{2}{9}yl^2(1-\varepsilon)(4y^2+9)\left[1-\frac{2}{27}y^2l^2(1-\varepsilon)\right] > 2y\left[\frac{4}{9}(1-\varepsilon)y^2l^2(1-\varepsilon)+\varepsilon^2\right]. \quad (17)$$

On démontre aisément que les deux inégalités suivantes

$$\frac{2}{9}yl^2(1-\varepsilon)\cdot 4y^2\cdot\left[1-\frac{2}{27}y^2l^2(1-\varepsilon)\right] > 2y\cdot\frac{4}{9}(1-\varepsilon)y^2l^2(1-\varepsilon) \quad (18)$$

et

$$\frac{2}{9}yl^2(1\quad\varepsilon)\cdot 9\cdot\left[1-\frac{2}{27}y^2l^2(1-\varepsilon)\right] > 2y\varepsilon^2 \quad (19)$$

sont justes pour des valeurs de y et de ε que nous considérons, car la première de ces inégalités se réduit à

$$1-\frac{2}{27}y^2l^2(1-\varepsilon) > 1-\varepsilon$$

c'est-à-dire:

$$y^2l^2(1-\varepsilon) < \frac{27}{2}\varepsilon \quad (20)$$

et lorsque $y \leq \frac{1}{\delta}$ et $|l(1-\varepsilon)| < 2\varepsilon < \delta^2$, on trouve

$$y^2l^2(1-\varepsilon) \leq \frac{1}{\delta^2}\cdot 4\varepsilon^2 < 2\varepsilon$$

d'où il suit que l'inégalité (20) est vraie et par suite aussi l'inégalité (18).

Quant à l'inégalité (19), elle se réduit à

$$l^2(1-\varepsilon)\left[1-\frac{2}{27}y^2l^2(1-\varepsilon)\right] > \varepsilon^2$$

que nous écrivons:

$$\frac{2}{27}y^2l^4(1-\varepsilon) < l^2(1-\varepsilon)-\varepsilon^2. \quad (21)$$

Or on a $|l(1-\varepsilon)| > \varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{2}$, c'est-à-dire $l^2(1-\varepsilon) - \varepsilon^2 > \varepsilon^3 + \frac{\varepsilon^4}{4}$; et, d'après les hypothèses faites sur y et ε, on a encore

$$\frac{2}{27} y^2 l^4 (1-\varepsilon) < \frac{2}{27} \cdot \frac{1}{\delta^2} \cdot 16\varepsilon^4 < \varepsilon^3.$$

L'inégalité (21) est ainsi juste et par conséquent aussi l'inégalité (19).

Cela posé, on arrive à l'inégalité (17) par l'addition des deux inégalités (18) et (19) et la démonstration de l'existence de l'inégalité (15) est ainsi établie. Il sera utile pour les recherches qui viennent ci-après d'énoncer le résultat obtenu de la manière suivante: Pour des valeurs de y dans l'intervalle $0 \leqq y \leqq \frac{1}{\delta}$ on a:

$$\left| \frac{|l(1-\varepsilon)|}{3} (4y^2+9) \sin \frac{2}{3} y\, |l(1-\varepsilon)| - 2y \left[4(1-\varepsilon) \sin^2 \frac{y}{3} l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2 \right] \right| = \frac{|l(1-\varepsilon)|}{3} (4y^2+9) \sin \frac{2}{3} y\, |l(1-\varepsilon)| - 2y \left[4(1-\varepsilon) \sin^2 \frac{y}{3} l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2 \right] \quad (22)$$

en supposant $|l(1-\varepsilon)| < 2\varepsilon < \delta^2$.

Ce résultat obtenu, nous sommes en état de démontrer que la fonction sous le signe $\int$ de l'intégrale (14)

$$\frac{lu \cdot \sin mylu}{1 - 2u^{\frac{3m}{2}} \cos mylu + u^{3m}}$$

convergera uniformément vers la quantité

$$\frac{4y}{m(4y^2+9)}$$

pour $u = 1$, supposé que $0 \leqq y \leqq \frac{1}{\delta}$ et $|l(1-\varepsilon)| < \varepsilon + \varepsilon^2 < 2\varepsilon < \delta^2$, ayant posé $u^{\frac{3m}{2}} = 1-\varepsilon$.

En d'autres termes, il s'agit de démontrer qu'on a:

$$\left| \frac{|lu| \cdot \sin my\, |lu|}{1 - 2u^{\frac{3m}{2}} \cos mylu + u^{3m}} - \frac{4y}{m(4y^2+9)} \right| < \delta, \quad (23\,a)$$

δ étant une quantité réelle positive aussi petite qu'on le voudra.

Posons $u^{\frac{3m}{2}} = 1-\varepsilon$, et l'inégalité prend la forme

$$\left| \frac{\frac{2}{3m} |l(1-\varepsilon)| \sin \frac{2}{3} y\, |l(1-\varepsilon)|}{4(1-\varepsilon) \sin^2 \frac{y}{3} l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2} - \frac{4y}{m(4y^2+9)} \right| < \delta.$$

En la mettant sous forme entière on aura:

$$\left| \frac{2}{3} |l(1-\varepsilon)| (4y^2+9) \sin \frac{2}{3} y\, |l(1-\varepsilon)| - 4y \left[4(1-\varepsilon) \sin^2 \frac{y}{3} l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2 \right] \right| < \delta m (4y^2+9) \left[4(1-\varepsilon) \sin^2 \frac{y}{3} l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2 \right]$$

ou, en vertu de l'équation (22):

$$\left.\begin{aligned}\frac{2}{3}|l(1-\varepsilon)|(4y^2+9)\sin\frac{2}{3}y|l(1-\varepsilon)| - 4y\left[4(1-\varepsilon)\sin^2\frac{y}{3}l(1-\varepsilon)+\varepsilon^2\right] \\ < \delta m(4y^2+9)\left[4(1-\varepsilon)\sin^2\frac{y}{3}l(1-\varepsilon)+\varepsilon^2\right].\end{aligned}\right\} \quad (23\,b)$$

Pour faire voir que cette inégalité est juste, nous allons démontrer les deux inégalités suivantes:

$$\frac{8}{3}y^2|l(1-\varepsilon)|\sin\frac{2}{3}y|l(1-\varepsilon)| < \sin^2\frac{y}{3}l(1-\varepsilon)\left[16y(1-\varepsilon)+4(1-\varepsilon)m\delta(4y^2+9)\right] \quad (24)$$

et

$$6|l(1-\varepsilon)|\sin\frac{2}{3}y|l(1-\varepsilon)| < 4y\varepsilon^2+m\delta\varepsilon^2(4y^2+9). \quad (25)$$

Par l'addition de ces deux inégalités on obtient l'inégalité (23 b). On conclut du développement:

$$\sin\frac{y}{3}l(1-\varepsilon) = \frac{y}{3}l(1-\varepsilon)-\frac{y^3}{3!\,3^3}l^3(1-\varepsilon)+\frac{y^5}{5!\,3^5}l^5(1-\varepsilon)-\frac{y^7}{7!\,3^7}l^7(1-\varepsilon)+\ldots.$$

qu'on a:

$$\left|\sin\frac{y}{3}l(1-\varepsilon)\right| > \frac{y}{3}|l(1-\varepsilon)|-\frac{y^3}{3!\,3^3}|l^3(1-\varepsilon)|, \quad (26)$$

car

$$\frac{y^7}{7!\,3^7}|l^7(1-\varepsilon)| < \frac{y^5}{5!\,3^5}|l^5(1-\varepsilon)|$$

c'est-à-dire:

$$y^2l^2(1-\varepsilon) < 3^2\cdot 6\cdot 7$$

dans les hypothèses faites sur ε et y.

De l'inégalité (26) il suit:

$$\sin^2\frac{y}{3}l(1-\varepsilon) > \frac{y^2}{9}l^2(1-\varepsilon)\cdot\left[1-\frac{y^2l^2(1-\varepsilon)}{27}+\frac{y^4l^4(1-\varepsilon)}{2^2\cdot 3^6}\right] > \frac{y^2}{9}l^2(1-\varepsilon)\cdot(1-\varepsilon),$$

car l'inégalité:

$$1-\frac{y^2l^2(1-\varepsilon)}{27}+\frac{y^4l^4(1-\varepsilon)}{2^2\cdot 3^6} > 1-\varepsilon$$

c'est-à-dire:

$$\frac{y^2l^2(1-\varepsilon)}{27} < \varepsilon+\frac{y^4l^4(1-\varepsilon)}{2^2\cdot 3^6}$$

est sûrement juste, parce qu'on a:

$$\frac{y^2l^2(1-\varepsilon)}{27} < \frac{4\varepsilon^2}{27\delta^2} < \frac{4}{27}\varepsilon\cdot\frac{1}{2} < \varepsilon.$$

Il en résulte que la quantité au second membre de l'inégalité (24) reste supérieure à

$$\frac{y^2}{9}l^2(1-\varepsilon)\cdot(1-\varepsilon)^2[16y+36m\delta].$$

Quant à la quantité au premier membre de l'inégalité en question, elle est inférieure à $\frac{16}{9}y^3l^2(1-\varepsilon)$, et nous allons montrer qu'on a l'inégalité:

$$\frac{16}{9} y^3 l^2(1-\varepsilon) < \frac{y^2}{9} l^2(1-\varepsilon)\cdot(1-\varepsilon)^2[16y + 36m\delta], \tag{27}$$

qui se réduit à

$$16y < (1-\varepsilon)^2[16y + 36m\delta].$$

Nous mettons cette inégalité sous la forme:

$$32\varepsilon y < 36m\delta(1-\varepsilon)^2 + 16y\varepsilon^2.$$

On voit tout de suite qu'elle est vraie, car on a pour les valeurs considérées de y et de ε:

$$32\varepsilon y < 32\cdot\frac{1}{\delta}\cdot\frac{1}{2}\delta^2 < 16\delta.$$

L'inégalité (27) entraîne que l'inégalité (24) est satisfaite.

Il nous reste alors à verifier l'inégalité (25). Nous remarquons qu'on a:

$$6\,|l(1-\varepsilon)|\left|\sin\frac{2}{3}yl(1-\varepsilon)\right| \leqq 4yl^2(1-\varepsilon) < 4y\varepsilon^3(1+\varepsilon)^2$$

en faisant usage de l'hypothèse $|l(1-\varepsilon)| < \varepsilon+\varepsilon^2$.

En remplaçant la quantité au premier membre de l'inégalité (25) par $4y\varepsilon^2(1+\varepsilon)^2$ et la quantité au second membre par $4y\varepsilon^2 + 9m\delta\varepsilon^2$, nous avons à vérifier l'inégalité

$$4y\varepsilon^2(1+\varepsilon)^2 < 4y\varepsilon^2 + 9m\delta\varepsilon^2$$

qui se réduit à

$$8y\varepsilon + 4y\varepsilon^2 < 9m\delta.$$

D'après les hypothèses faites sur ε et y on a:

$$8y\varepsilon + 4y\varepsilon^2 < 8\cdot\frac{1}{\delta}\cdot\frac{1}{2}\delta^2 + \frac{1}{\delta}\cdot\delta^4 < 4\delta + \delta^3$$

et cette quantité est sûrement inférieure à $9m\delta$ en supposant δ assez petit.

Les deux inégalités (24) et (25) sont ainsi vérifiées, et par l'addition on arrive à l'inégalité (23 b), d'où il résulte que l'inégalité (23 a) est satisfaite en supposant $y \leqq \frac{1}{\delta}$, $|l(1-\varepsilon)| < \varepsilon+\varepsilon^2 < 2\varepsilon < \delta^2$. Ce résultat obtenu, on démontre aisément que

$$\lim_{u=1}\int_0^\infty \frac{lu\sin mylu}{1-2u^{\frac{3m}{2}}\cos mylu + u^{3m}}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1} = \int_0^\infty \frac{4y}{m(4y^2+9)}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Pour le mettre en évidence, nous considérons l'intégrale

$$I = \int_0^\infty \left\{\frac{|lu|\cdot\sin my|lu|}{1-2u^{\frac{3m}{2}}\cos mylu + u^{3m}} - \frac{4y}{m(4y^2+9)}\right\}\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

que nous divisons en deux parties I_1 et I_2 de manière que

$$I_1 = \int_0^\delta \left\{\frac{|lu|\cdot\sin my|lu|}{1-2u^{\frac{3m}{2}}\cos mylu + u^{3m}} - \frac{4y}{m(4y^2+9)}\right\}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

et

$$I_2 = \int_{\frac{1}{\delta}}^\infty \left\{\frac{|lu|\cdot\sin my|lu|}{1-2u^{\frac{3m}{2}}\cos mylu + u^{3m}} - \frac{4y}{m(4y^2+9)}\right\}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

En vertu de l'inégalité (23 a) on a:

$$|I_1| < \delta \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

et à fortiori $|I_1| < \delta.$

D'ailleurs on trouve:

$$|I_2| \leqq \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \left| \frac{|lu| \sin my\,|lu|}{1-2u^{\frac{3m}{2}} \cos mylu + u^{3m}} - \frac{4y}{m(4y^2+9)} \right| \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

$$< \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{|lu \cdot \sin mylu|}{1-2u^{\frac{3m}{2}} \cos mylu + u^{3m}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} + \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{4y}{m(4y^2+9)} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Posons encore $u^{\frac{3m}{2}} = 1-\varepsilon$. De l'inégalité:

$$|I_2| < \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{\frac{2}{3m}|l(1-\varepsilon)|\,|\sin \frac{2}{3}y\,l(1-\varepsilon)|}{4(1-\varepsilon)\sin^2 \frac{y}{3} l(1-\varepsilon) + \varepsilon^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} + \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{4y}{m(4y^2+9)} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

on conclut:

$$|I_2| < \frac{4}{9m} \cdot \frac{l^2(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2} \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{ydy}{e^{2\pi y}+1} + \frac{1}{m} \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{ydy}{e^{2\pi y}+1}$$

et en tenant compte de l'inégalité $|l(1-\varepsilon)| < 2\varepsilon$:

$$|I_2| < \left(\frac{16}{9m} + \frac{1}{m}\right) \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{ydy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Or on a:

$$\int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{ydy}{e^{2\pi y}+1} < \delta \quad \text{(voir page 8)}$$

d'où résulte:

$$|I_2| < c \,.\, \delta$$

en désignant par c la constante $\frac{25}{9m}$.

D'après cela on a:

$$|I| < \delta + c \cdot \delta,$$

δ étant aussi petit qu'on le veut, ou en d'autres termes l'intégrale:

$$\int_0^{\infty} \frac{|lu| \sin my\,|lu|}{1-2u^{\frac{3m}{2}} \cos mylu + u^{3m}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

convergera vers l'intégrale $\frac{4}{m}\int_0^\infty \frac{y\,dy}{(4y^2+9)(e^{2\pi y}+1)}$ en faisant tendre u vers l'unité.

Revenons alors à l'expression asymptotique pour $L(au)$ que nous avons établie à la page 16. Cette expression était:

$$\left.\begin{aligned} L(au) = &-\frac{m-1}{2}+\frac{u^m}{1-u^m}+\frac{lm}{mlu}+\frac{l(1-u^{\frac{3m}{2}})}{mlu} \\ &+2\int_0^\infty \frac{u^{\frac{3m}{2}}\sin mylu}{1-2u^{\frac{3m}{2}}\cos mylu+u^{3m}}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}. \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

En multipliant les deux membres de cette équation par lu et en faisant tendre u vers l'unité on obtient en vertu du résultat que nous venons d'établir l'expression asymptotique suivante:

$$lu\cdot L(au) = -\frac{1}{m}+\frac{lm}{m}+\frac{1}{m}l(1-u^{\frac{3m}{2}})+\frac{8}{m}\int_0^\infty \frac{y}{4y^2+9}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

De cette expression asymptotique pour $lu\cdot L(au)$ on en obtient une autre pour la fonction $\frac{lu\,.\,L(au)}{l(1-\sqrt{u})}$ en divisant par $l(1-\sqrt{u})$ et en faisant tendre u vers 1. On arrive à l'expression:

$$\operatorname*{Lim}_{u=1}\frac{lu\cdot L(au)}{l(1-\sqrt{u})} = \frac{1}{m}.$$

Ce résultat bien simple est digne d'intérêt, il me semble[1]). Il montre par rapport à la série de Lambert $L(s)$ que la fonction $\frac{lu\cdot L(au)}{l(1-\sqrt{u})}$ tend vers $\frac{1}{m}$ quand le variable complexe s suivant le rayon vecteur s'approche d'un point du cercle de convergence dont l'affixe est une racine primitive de l'équation $x^m = 1$. Pour $m = 1$, c'est-à-dire $a = 1$, l'expression est celle bien connue:

$$\operatorname{Lim}\frac{ls\cdot L(s)}{l(1-\sqrt{s})} = 1.$$

§ 4. Dans ce paragraphe nous allons étudier la fonction

$$\varphi(s) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{s^n}{1+s^n}$$

sur le cercle de convergence.

[1]) Après [avoir terminé ces recherches nous avons reçu de M. Knopp ses thèses de doctorat intitulées: Grenzwerte von Reihen bei der Annäherung an die Konvergenzgrenze, Berlin 1907, dans lesquelles l'auteur a obtenu la même proposition (page 31 du mémoire cité) d'une toute autre manière mais sans avoir l'expression pour $L(au)$ et les expressions asymptotiques pour $L(au)$ et $lu\,.\,L(au)$ que nous avons établies.

Cette fonction est liée étroitement à la série de Lambert, comme le montre l'équation:

$$\varphi(s) = L(s) - 2L(s^2).$$

A l'aide de cette identité et en faisant usage de l'expression asymptotique pour la fonction $L(au)$ on obtient facilement une expression asymptotique pour $\varphi(au)$ où a et u ont les mêmes désignations que dans les paragraphes précédents.

Posons $s = au$, on a alors:

$$\varphi(au) = L(au) - 2L(a^2u^2). \tag{29}$$

Il s'agit maintenant d'établir une expression asymptotique pour $L(a^2u^2)$, où a désigne une racine primitive dans l'équation $x^m = 1$.

Il faut alors distinguer les deux cas: m pair et m impair. Considérons d'abord le cas où m est impair. Dans ce cas la quantité a^2 est aussi une racine primitive de l'équation $x^m = 1$, et on aura par conséquent une expression asymptotique pour la fonction $L(a^2u^2)$ en remplaçant a par a^2 et u par u^2 dans l'équation (28) sans changer le nombre m. On arrive alors à l'expression:

$$L(a^2u^2) = -\frac{m-1}{2} + \frac{u^{2m}}{1-u^{2m}} + \frac{lm}{2mlu} + \frac{l(1-u^{3m})}{2mlu} + 2\int_0^\infty \frac{u^{3m}\sin 2mylu}{1-2u^{3m}\cos 2mylu + u^{6m}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

En substituant ces expressions asymptotiques pour $L(au)$ et $L(a^2u^2)$ dans l'équation (29), on obtient pour $\varphi(au)$ l'expression:

$$\varphi(au) = \frac{m-1}{2} + \frac{u^m}{1+u^m} - \frac{l(1+u^{\frac{3m}{2}})}{mlu} + 2\int_0^\infty \frac{u^{\frac{3m}{2}}\sin mylu}{1+2u^{\frac{3m}{2}}\cos mylu + u^{3m}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}. \tag{30}$$

Or l'intégrale du second membre de cette équation converge vers zéro en faisant tendre u vers l'unité, comme nous l'avons démontré à la page 13, d'où il suit qu'on a l'expression asymptotique:

$$\varphi(au) = \frac{m}{2} - \frac{l(1+u^{\frac{3m}{2}})}{mlu} \tag{31}$$

pourvu que m soit un entier impair.

Posons spécialement $m = 1$; l'équation (31) montre qu'on a asymptotiquement:

$$\varphi(s) = \frac{1}{2} - \frac{l(1+s\sqrt{s})}{ls}$$

valable sur l'axe des nombres réels positifs. Cette expression asymptotique n'est autre chose que la suivante:

$$\varphi(s) = -\frac{l(1+\sqrt{s})}{ls}$$

que nous avons établie à la page 16 dans la note citée page 3, car on voit aisé-

ment qu'on a:

$$\lim_{s=1}\left[\frac{1}{2}-\frac{l(1+s\sqrt{s})}{ls}+\frac{l(1+\sqrt{s})}{ls}\right]=0.$$

Considérons alors le cas où m désigne un entier pair. Pour obtenir une expression asymptotique pour la fonction $L(\alpha^2u^2)$ il faut remplaçer α par α^2, u par u^2 et m par $\frac{m}{2}$ dans l'équation (28) parce que α^2 est une racine primitive dans l'équation $x^{\frac{m}{2}}=1$, étant donnée l'hypothèse faite sur m. On arrive alors à l'expression asymptotique

$$L(\alpha^2u^2)=-\frac{m-2}{4}+\frac{u^m}{1-u^m}+\frac{l\frac{m}{2}}{mlu}+\frac{l(1-u^{\frac{3m}{2}})}{mlu}+2\int_0^\infty\frac{u^{\frac{3m}{2}}\sin mylu}{1-2u^{\frac{3m}{2}}\cos mylu+u^{3m}}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

ce qui entraîne à cause de l'identité (29) pour $\varphi(\alpha u)$ l'expression asymptotique:

$$\left.\begin{aligned}\varphi(\alpha u)=-\frac{1}{2}-\frac{u^m}{1-u^m}+\frac{lm-2l\frac{m}{2}}{mlu}-\frac{l(1-u^{\frac{3m}{2}})}{mlu}\\-2\int_0^\infty\frac{u^{\frac{3m}{2}}\sin mylu}{1-2u^{\frac{3m}{2}}\cos mylu+u^{3m}}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}\end{aligned}\right\}\quad(32)$$

pourvu que m soit un entier pair.

En comparant les deux expressions (31) et (32) on voit que la nature des points singuliers de la fonction $\varphi(s)$ sur le cercle de convergence est bien différente suivant que le degré de l'équation $x^m=1$ qui détermine l'affixe du point considéré est pair ou impair. On voit tout d'abord que le cercle de convergence est une coupure essentielle pour la fonction $\varphi(s)$.

Multiplions maintenant les deux membres de l'équation (32) par lu et faisons tendre u vers l'unité. On arrive alors à l'expression asymptotique suivante:

$$\varphi(\alpha u)\cdot lu=\frac{1}{m}+\frac{2l2-lm}{m}-\frac{1}{m}l(1-u^{\frac{3m}{2}})-\frac{8}{m}\int_0^\infty\frac{y}{4y^2+9}\cdot\frac{dy}{e^{2\pi y}+1}\qquad(33)$$

en tenant compte du résultat énoncé page 20.

De l'expression (33) on conclut enfin:

$$\lim\frac{lu\,\varphi(\alpha u)}{l(1-u)}=-\frac{1}{m},$$

m désignant un nombre pair quelconque.

Les équations (31) et (32) nous montrent qu'il n'en existe pas deux entre des rayons vecteurs envisagés, le long desquelles on doive appliquer la même expression asymptotique.

§ 5. Dans ce paragraphe nous allons étudier la fonction $\Phi(s)$ de WEIERSTRASS[1])

$$\Phi(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s^n}{1+s^{2n}}$$

sur le cercle de convergence.

En désignant encore par α une racine primitive de l'équation $x^m = 1$, m étant un entier quelconque, et en posant $s = au$, u étant une quantité réelle dans l'intervalle $0 \leq u < 1$, on obtient pour $\Phi(au)$ l'expression:

$$\left.\begin{aligned}\Phi(au) = &\sum_{p=0}^{\infty} \frac{au^{mp+1}}{1+a^2u^{2mp+2}} + \sum_{p=0}^{\infty} \frac{a^2u^{mp+2}}{1+a^4u^{2mp+4}} + \ldots + \sum_{p=0}^{\infty} \frac{a^{m-1}u^{mp+m-1}}{1+a^{2m-2}u^{2mp+2m-2}} \\ &+ \sum_{p=0}^{\infty} \frac{u^{mp+m}}{1+u^{2mp+2m}}.\end{aligned}\right\} \quad (34)$$

Chaque terme du second membre a la forme

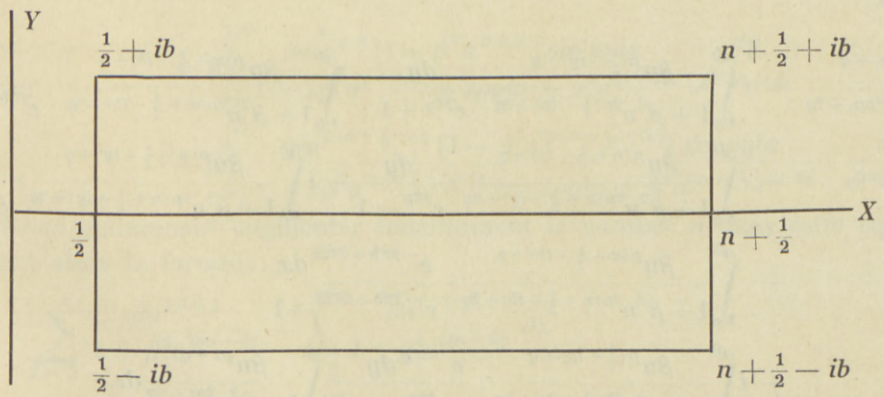
$$f(u) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta u^{pn+q}}{1+\beta^2u^{2pn+2q}}, \quad (35)$$

p et q désignant des nombres entiers positifs et β étant une quantité complexe dont le module est 1. Spécialement β a la valeur de $+1$ ou de -1.

Nous allons maintenant exprimer la série $f(u)$ par une intégrale définie en appliquant un procédé tout à fait analogue à celui dont nous avons fait usage dans la note citée page 3 pour trouver la somme de la série de Lambert. Nous considérons l'intégrale

$$\int \frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2u^{2pz+2q}} \cdot \frac{dz}{e^{2\pi iz}-1}$$

prise dans le sens positif le long du contour d'un rectangle dont les côtés, parallèles aux axes, passent par les points $\frac{1}{2}$, $n+\frac{1}{2}$, bi, $-bi$, n désignant un nombre entier positif quelconque et b une quantité réelle positive.



[1]) WEIERSTRASS: Mathematische Werke, Band II, p. 227. Voir aussi la note de l'auteur, citée page 3, dans laquelle nous avons traité la fonction $\Phi(s)$ pour des valeurs réelles positives de s.

Nous convenons de prendre pour u^z la valeur de e^{zlu}, où lu est fixé de telle manière qu'il prenne des valeurs réelles pour des valeurs réelles positives de u.

La fonction sous le signe $\int$ admet comme pôles dans l'intérieur du rectangle les points $z = 1, 2, 3 \ldots n$ et en outre les points singuliers de la fonction $\frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}}$, qui sont de la forme

$$z = -\frac{q}{p} + i \cdot \frac{(2p_1+1)\pi - 2\varphi}{2plu}$$

en posant $\beta = e^{i\varphi}$, p_1 étant un nombre entier quelconque. Or p et q sont du même signe, et par conséquent tous ces pôles sont extérieurs au rectangle. D'après le théorème de Cauchy, l'intégrale se réduit à la somme des intégrales prises sur des circonférences infiniment petites ayant leurs centres aux points 1, 2, ... n.

On voit tout de suite que le résidu de la fonction sous le signe $\int$ relatif au pôle $z = n_1$, n_1 désignant un nombre entier quelconque, a la valeur:

$$\frac{1}{2\pi i} \cdot \frac{\beta u^{pn_1+q}}{1+\beta^2 u^{2pn_1+2q}}.$$

Nous avons ainsi:

$$\sum_{n_1=1}^{n_1=n} \frac{\beta u^{pn_1+q}}{1+\beta^2 u^{2pn_1+2q}} = \int \frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}} \cdot \frac{dz}{e^{2\pi iz}-1},$$

l'intégrale étant prise le long du contour du rectangle.

Cette intégrale se laisse exprimer d'une autre manière. En employant le procédé de M. PETERSEN[1]), nous divisons le chemin d'intégration en deux parties: celle située au-dessus de l'axe des x que nous désignons par C et celle située au-dessous. Sur le chemin C l'intégrale peut s'écrire:

$$\int_{(C)} \frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}} \cdot \frac{e^{2\pi iz}}{e^{2\pi iz}-1} dz - \int_{(C)} \frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}} dz$$

et on a:

$$\left.\begin{aligned}
\sum_{n_1=1}^{n_1=n} \frac{\beta u^{pn_1+q}}{1+\beta^2 u^{2pn_1+2q}} = {} & i\int_0^b \frac{\beta u^{p(\frac{1}{2}-iy)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(\frac{1}{2}-iy)+2q}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} + \int_0^n \frac{\beta u^{p(x+\frac{1}{2}-ib)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(x+\frac{1}{2}-ib)+2q}} \cdot \frac{-dx}{e^{2\pi b+2\pi ix}+1} \\
& + i\int_b^0 \frac{\beta u^{p(n+\frac{1}{2}-iy)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(n+\frac{1}{2}-iy)+2q}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} + i\int_0^b \frac{\beta u^{p(n+\frac{1}{2}+iy)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(n+\frac{1}{2}+iy)+2q}} \cdot \frac{e^{-2\pi y}dy}{e^{-2\pi y}+1} \\
& + \int_n^0 \frac{\beta u^{p(x+\frac{1}{2}+ib)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(x+\frac{1}{2}+ib)+2q}} \cdot \frac{e^{-2\pi b+2\pi ix}dx}{e^{-2\pi b+2\pi ix}+1} \\
& + i\int_b^0 \frac{\beta u^{p(\frac{1}{2}+iy)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(\frac{1}{2}+iy)+2q}} \cdot \frac{e^{-2\pi y}dy}{e^{-2\pi y}+1} - \int_{(C)} \frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}} dz.
\end{aligned}\right\} \quad (36)$$

[1]) J. PETERSEN: Vorlesungen über Funktionentheorie, Kopenhagen 1898, p. 161.

D'après l'hypothèse faite sur u la fonction $\frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}}$ n'admet pas de pôles dans l'intérieur du rectangle, et nous pouvons remplaçer l'intégrale

$$-\int_{(C)} \frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}}\,dz \quad \text{par} \quad \int \frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}}\,dz\,,$$

cette dernière intégrale prise sur l'axe des x du point $\frac{1}{2}$ jusqu'à $n+\frac{1}{2}$.

Laissons maintenant la quantité b augmenter indéfiniment. Les intégrales:

$$\int_0^n \frac{\beta u^{p(x+\frac{1}{2}-ib)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(x+\frac{1}{2}-ib)+2q}} \cdot \frac{dx}{e^{2\pi b+2\pi i x}+1}$$

et

$$\int_n^0 \frac{\beta u^{p(x+\frac{1}{2}+ib)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(x+\frac{1}{2}+ib)+2q}} \cdot \frac{e^{-2\pi b+2\pi i x}\,dx}{e^{-2\pi b+2\pi i x}+1}$$

tendent alors vers zéro, et l'équation (36) peut s'écrire:

$$\begin{aligned}\sum_{n_1=1}^{n_1=n} \frac{\beta u^{pn_1+q}}{1+\beta^2 u^{2pn_1+2q}} &= i\int_0^\infty \left[\frac{\beta u^{p(\frac{1}{2}-iy)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(\frac{1}{2}-iy)+2q}} - \frac{\beta u^{p(\frac{1}{2}+iy)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(\frac{1}{2}+iy)+2q}}\right] \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} \\ &+ i\int_0^\infty \left[\frac{\beta u^{p(n+\frac{1}{2}+iy)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(n+\frac{1}{2}+iy)+2q}} - \frac{\beta u^{p(n+\frac{1}{2}-iy)+q}}{1+\beta^2 u^{2p(n+\frac{1}{2}-iy)+2q}}\right] \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} \\ &+ \int_{\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}}\,dz.\end{aligned}$$

En réduisant les expressions sous les signes $\int$ on obtient la formule

$$\begin{aligned}\sum_{n_1=1}^{n_1=n} \frac{\beta u^{pn_1+q}}{1+\beta^2 u^{2pn_1+2q}} &= \int_{\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}}\,dz \\ &+ 2\int_0^\infty \frac{\beta u^{\frac{p}{2}+q}[1-\beta^2 u^{p+2q}]\sin pylu}{1+2\beta^2 u^{p+2q}\cos 2pylu+\beta^4 u^{2p+4q}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} \\ &- 2\int_0^\infty \frac{\beta u^{p(n+\frac{1}{2})+q}[1-\beta^2 u^{2p(n+\frac{1}{2})+2q}]\sin pylu}{1+2\beta^2 u^{2p(n+\frac{1}{2})+2q}\cos 2pylu+\beta^4 u^{4p(n+\frac{1}{2})+4q}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.\end{aligned}$$

Faisons maintenant augmenter indéfiniment le nombre n dans cette équation. On obtient alors la formule:

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta u^{pn+q}}{1+\beta^2 u^{2pn+2q}} &= \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\beta u^{pz+q}}{1+\beta^2 u^{2pz+2q}}\,dz \\ &+ 2\int_0^\infty \frac{\beta u^{\frac{p}{2}+q}[1-\beta^2 u^{p+2q}]\sin pylu}{1+2\beta^2 u^{p+2q}\cos 2pylu+\beta^4 u^{2p+4q}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} \qquad (37)\end{aligned}$$

car la seconde intégrale au second membre de l'équation tend vers zéro quand n croît à l'infini dans l'hypothèse $0 < u < 1$.

En substituant cette expression à la série

$$\sum \frac{\beta u^{pn+q}}{1+\beta^2 u^{2pn+2q}}$$

dans l'équation (34), elle prendra la forme:

$$\left.\begin{aligned}\Phi(au) = &\sum_{p=1}^{p=m} \frac{\alpha^p u^p}{1+\alpha^{2p}u^{2p}} + \sum_{p=1}^{p=m} \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\alpha^p u^{mz+p}}{1+\alpha^{2p}u^{2mz+2p}}\, dz \\ &+ 2\sum_{p=1}^{p=m} \int_0^{\infty} \frac{\alpha^p [1-\alpha^{2p}u^{m+2p}]\, u^{\frac{m}{2}+p} \sin mylu}{1+2\alpha^{2p}u^{m+2p}\cos 2mylu + \alpha^{4p}u^{2m+4p}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}\end{aligned}\right\} \quad (38)$$

Posons spécialement $\alpha = 1$, $m = 1$, on obtient alors pour la fonction $\Phi(s)$ une expression applicable à des valeurs réelles de s dans l'intervalle $0 \leqq s < 1$.

$$\Phi(s) = \frac{s}{1+s^2} - \frac{\operatorname{arctg} s\sqrt{s}}{ls} + 2\int_0^{\infty} \frac{(1-s^3)\, s\sqrt{s} \sin yls}{1+2s^3\cos 2yls + s^6} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

En posant $\beta = p = 1$, $q = 0$ dans l'équation (37) on obtient aussi pour $\Phi(s)$ une expression applicable dans l'intervalle $0 \leqq s < 1$; cette expression est la suivante

$$\Phi(s) = -\frac{\operatorname{arctg}\sqrt{s}}{ls} + 2\int_0^{\infty} \frac{(1-s)\sqrt{s}\sin yls}{1+2s\cos 2yls + s^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}, \quad (39)$$

que nous avons communiquée dans la note citée page 3.

Nous allons maintenant faire tendre u vers l'unité dans l'équation (38), et nous commençons par chercher la limite vers laquelle tend le module de l'intégrale

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\alpha^p [1-\alpha^{2p}u^{m+2p}]\, u^{\frac{m}{2}+p} \sin mylu}{1+2\alpha^{2p}u^{m+2p}\cos 2mylu + \alpha^{4p}u^{2m+4p}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

quand u tend vers l'unité.

Supposons donnée une quantité réelle positive δ aussi petite qu'on voudra, et écrivons:

$$I = I_1 + I_2$$

où

$$I_1 = \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{\alpha^p [1-\alpha^{2p}u^{m+2p}]\, u^{\frac{m}{2}+p} \sin mylu}{1+2\alpha^{2p}u^{m+2p}\cos 2mylu + \alpha^{4p}u^{2m+4p}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

et

$$I_2 = \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{\alpha^p [1-\alpha^{2p}u^{m+2p}]\, u^{\frac{m}{2}+p} \sin mylu}{1+2\alpha^{2p}u^{m+2p}\cos 2mylu + \alpha^{4p}u^{2m+4p}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Posons pour simplifier l'écriture $\alpha^{2p} = a + ib$; a et b sont des quantités réelles qui satisfont à l'équation $a^2 + b^2 = 1$, et en outre $u^{m+2p} = k$; on a alors (voir page 12):

$$|1+2a^{2p}u^{m+2p}\cos 2mylu+a^{4p}u^{2m+4p}| \geq (1-k^2)\,|\sqrt{1-a^2}|$$

quelle que soit la valeur de $\cos 2mylu$.

Pour des valeurs de y dans l'intervalle $0 \leq y \leq \frac{1}{\delta}$ et pour des valeurs de k assez proches de l'unité on a (voir p. 12—13):

$$|1+2a^{2p}u^{m+2p}\cos 2mylu+a^{4p}u^{2m+4p}| > |2bk| \cdot \tfrac{1}{2}(1+ak),$$

d'où il suit

$$|I_1| < |1-k(a+ib)| \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{my\,|lk|}{k(1+ak)\,|b|} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} < \frac{C\cdot|lk|}{|b|\,k(1+ak)}, \qquad (40\,a)$$

C désignant une constante, et

$$|I_2| < \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{|1-k(a+ib)|\cdot my\,|lu|}{(1-k^2)\,|\sqrt{1-a^2}|} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} < \frac{|1-k(a+ib)|}{|\sqrt{1-a^2}|} \cdot m \cdot \frac{2\varepsilon}{2\varepsilon-\varepsilon^2} \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{ydy}{e^{2\pi y}+1}$$

ayant posé $k=1-\varepsilon$; on a ainsi:

$$|I_2| < C_1 \cdot \frac{\delta}{|\sqrt{1-a^2}|}. \qquad (40\,b)$$

C_1 est une constante.

Les inégalités (40 a) et (40 b) montrent que les modules des intégrales I_1 et I_2 et par conséquent le module de l'intégrale I tend vers zéro pour $k=1$ pourvu que a soit différent de $+1$ ou -1.

Dans le cas où $a=1$, l'intégrale à examiner se réduit à:

$$I = \int_0^{\infty} \frac{(1-k)\sin\mu ylk}{1+2k\cos 2\mu ylk+k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Il s'agit de trouver la limite de I pour $k=1$; μ est une quantité réelle positive. Nous posons $k=1-\varepsilon$, ε positif, et nous mettons l'intégrale sous la forme

$$I = I_1 + I_2,$$

où

$$I_1 = \int_0^{\frac{1}{\delta}} \frac{\varepsilon\sin\mu yl(1-\varepsilon)}{4(1-\varepsilon)\cos^2\mu yl(1-\varepsilon)+\varepsilon^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1},$$

$$I_2 = \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{\varepsilon\sin\mu yl(1-\varepsilon)}{4(1-\varepsilon)\cos^2\mu yl(1-\varepsilon)+\varepsilon^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1},$$

δ étant une quantité réelle positive aussi petite qu'on le veut. Pour des valeurs de y dans l'intervalle $0 \leq y \leq \delta$ et pour des valeurs de ε assez petites on aura:

$$\frac{\varepsilon\,|\sin\mu yl(1-\varepsilon)|}{4(1-\varepsilon)\cos^2\mu yl(1-\varepsilon)+\varepsilon^2} < \mu\delta.$$

Pour le faire voir, nous mettons cette inégalité sous la forme:

$$|\sin\mu yl(1-\varepsilon)|\,[\varepsilon+4\delta(1-\varepsilon)\,|\sin\mu yl(1-\varepsilon)|] < 4\delta\mu(1-\varepsilon)+\delta\varepsilon^2\mu. \qquad (41)$$

En supposant $0 \leq y \leq \delta$ et $|l(1-\varepsilon)| < \delta^2$ on a:

$$|\sin \mu y l(1-\varepsilon)| < \mu \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \delta^2 < \mu\delta$$

et par conséquent:

$$|\sin \mu y l(1-\varepsilon)|\,[\varepsilon + 4\delta(1-\varepsilon)\,|\sin \mu y l(1-\varepsilon)|] < \mu\delta(\varepsilon + 4\delta).$$

On voit tout de suite qu'on a:

$$\mu\delta(\varepsilon + 4\delta) < 4\delta\mu(1-\varepsilon) + \mu\delta\varepsilon^3$$

et à fortiori l'inégalité (41) est satisfaite.

Il en suit:

$$|I_1| \leq \int_0^{\frac{1}{\delta}} \mu\delta \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} < \mu\delta \int_0^{\infty} \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

d'où

$$|I_1| < \frac{\mu l 2}{2\pi}\delta.$$

Quant à l'intégrale I_2 on a:

$$|I_2| \leq \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{\varepsilon \cdot \mu y\,|l(1-\varepsilon)|}{\varepsilon^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$

et, en supposant $|l(1-\varepsilon)| \leq 2\varepsilon$,

$$|I_2| \leq 2\mu \int_{\frac{1}{\delta}}^{\infty} \frac{y\,dy}{e^{2\pi y}+1} \leq 2\mu\delta \quad \text{(voir page 8).}$$

On a ainsi

$$|I| < \left(\frac{\mu l 2}{2\pi} + 2\mu\right)\delta$$

c'est-à-dire que l'intégrale I converge vers zéro, quand k tend vers l'unité. En appliquant ce résultat à l'équation (39) on arrive à l'expression asymptotique:

$$\Phi(s) = -\frac{\operatorname{arctg}\sqrt{s}}{ls}$$

valable sur le rayon vecteur du point $s = 0$ à $s = 1$.

Dans le cas où $a = -1$ l'intégrale I a la forme:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin \mu y l k}{1 - 2k\cos 2\mu y l k + k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}$$ [1];

cette intégrale devient infinie pour $k = 1$ comme la fonction $\frac{1}{lk}$. On vérifie aisément qu'on a, quelle que soit la valeur de y:

$$\frac{|lk| \cdot |\sin \mu y l k|}{1 - 2k\cos 2\mu y l k + k^2} \leq 1.$$

En effet posons $k = 1-\varepsilon$, ε positif, il s'agit alors de démontrer l'inégalité

$$0 \leq 4(1-\varepsilon)\sin^2 \mu y l(1-\varepsilon) - |l(1-\varepsilon)| \cdot |\sin \mu y l(1-\varepsilon)| + \varepsilon^2.$$

[1]) Le cas $a = -1$ exige que le nombre m soit congru à zéro par rapport au module 4, car c'est seulement pour de telles valeurs de m qu'il existe une puissance paire de a, ayant la valeur de -1.

La condition nécessaire et suffisante pour que le polynôme du second membre de cette inégalité soit positif quelle que soit la valeur de $\sin yl(1-\varepsilon)$, est:

$$l^2(1-\varepsilon) < 16\varepsilon^2(1-\varepsilon);$$

et cette condition est sûrement juste en supposant $l(1-\varepsilon) < 2\varepsilon$. Il en résulte que:

$$\left| \int_0^\infty \frac{\sin \mu ylk}{1-2k\cos \mu ylk + k^2} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} \right| \leq \frac{1}{|lk|} \cdot \int_0^\infty \frac{dy}{e^{2\pi y}+1} \leq \frac{l2}{2\pi\,|lk|}.$$

Revenons alors à l'équation (38) page 28 et faisons tendre u vers l'unité. Il faut distinguer les quatre cas où m est congru à 1, 2, 3 où 4 par rapport au module 4.

Considérons d'abord le cas où m est congru à 1 (mod. 4) et cherchons la valeur de la série

$$\sum_{p=1}^{p=m} \frac{\alpha^p u^p}{1+\alpha^{2p}u^{2p}}$$

pour $u = 1$.

De l'identité

$$(x-\alpha)(x-\alpha^2) \ldots\ldots (x-\alpha^m) = x^m - 1$$

on tire en remplaçant x par ix:

$$(ix-\alpha)(ix-\alpha^2) \ldots\ldots (ix-\alpha^m) = (ix)^m - 1 \qquad (42\,a)$$

et en remplaçant x par $-ix$:

$$(-ix-\alpha)(-ix-\alpha^2) \ldots\ldots (-ix-\alpha^m) = (-ix)^m - 1. \qquad (42\,b)$$

D'après notre hypothèse $i^m = i$, et ces deux équations se laissent écrire:

$$(x+i\alpha)(x+i\alpha^2) \ldots\ldots (x+i\alpha^m) = x^m + i$$

et

$$(x-i\alpha)(x-i\alpha^2) \ldots\ldots (x-i\alpha^m) = x^m - i.$$

En prenant le logarithme et en différentiant par rapport à x on aura les deux équations

$$\frac{1}{x-i\alpha} + \frac{1}{x-i\alpha^2} + \ldots\ldots + \frac{1}{x-i\alpha^m} = \frac{mx^{m-1}}{x^m - i}$$

et

$$\frac{1}{x+i\alpha} + \frac{1}{x+i\alpha^2} + \ldots\ldots + \frac{1}{x+i\alpha^m} = \frac{mx^{m-1}}{x^m + i}$$

d'où il suit par soustraction:

$$\frac{2i\alpha}{x^2+\alpha^2} + \frac{2i\alpha^2}{x^2+\alpha^4} + \ldots\ldots + \frac{2i\alpha^m}{x^2+\alpha^{2m}} = \frac{2imx^{m-1}}{x^{2m}+1}.$$

En y posant $x = 1$ on obtient:

$$\frac{\alpha}{1+\alpha^2} + \frac{\alpha^2}{1+\alpha^4} + \ldots\ldots + \frac{\alpha^m}{1+\alpha^{2m}} = \frac{m}{2} \qquad (43)$$

dans l'hypothèse $i^m = 1$.

Dans le cas où m est congru à 2 (mod. 4) les équations (42) sont:

$$(ix-a)(ix-a^2)\ \ldots\ (ix-a^m) = -x^m-1$$

et

$$(-ix-a)(-ix-a^2)\ \ldots\ (-ix-a^m) = -x^m-1\,,$$

d'où:

$$\left.\begin{aligned}(x-ia)(x-ia^2)\ \ldots\ (x-ia^m) &= x^m+1\\ (x+ia)(x+ia^2)\ \ldots\ (x+ia^m) &= x^m+1\end{aligned}\right\} \tag{44}$$

et par conséquent:

$$\frac{a}{1+a^2}+\frac{a^2}{1+a^4}+\ \ldots\ +\frac{a^m}{1+a^{2m}} = 0.$$

en appliquant le même procédé qui a conduit à l'équation (43).

Dans le cas où $i^m = -i$, on aura les équations:

$$\left.\begin{aligned}(x+ia)(x+ia^2)\ \ldots\ (x+ia^m) &= x^m-i\\ (x-ia)(x-ia^2)\ \ldots\ (x-ia^m) &= x^m+i\end{aligned}\right\} \tag{45}$$

et

d'où il suit:

$$\frac{a}{1+a^2}+\frac{a^2}{1+a^4}+\ \ldots\ +\frac{a^m}{1+a^{2m}} = -\frac{m}{2}\,.$$

Il nous reste alors le cas où $i^m = 1$. Dans ce cas les termes dans la série

$$\sum_{p=1}^{p=m}\frac{a^p u^p}{1+a^{2p}u^{2p}}$$

qui correspondent à $p = \frac{m}{4}$ et $p = \frac{3m}{4}$ deviennent infinis pour $u = 1$. Ces deux termes sont:

$$\frac{a^{\frac{m}{4}}u^{\frac{m}{4}}}{1-u^{\frac{m}{2}}} \quad\text{et}\quad -\frac{a^{\frac{m}{4}}u^{\frac{3m}{4}}}{1-u^{\frac{3m}{2}}}\,.$$

Leur somme est:

$$a^{\frac{m}{4}}\cdot u^{\frac{m}{4}}\cdot\frac{1+u^m}{1-u^{\frac{3m}{2}}}$$

et cette quantité croît à l'infini pour $u = 1$. La somme des autres termes dans la série s'annulent pour $u = 1$, parce que la série consiste en termes qui ont deux et deux la somme de zéro.

Considérons alors la série:

$$\sum_{p=1}^{p=m}\int_{\frac{1}{2}}^{\infty}\frac{a^p u^{mz+p}}{1+a^{2p}u^{2mz+2p}}\,dz$$

qui figure au second membre de l'équation (38).

On a:

$$\frac{a^p u^{mz+p}}{1+a^{2p}u^{2mz+2p}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{a^p u^{mz+p}}{1+ia^p u^{mz+p}}+\frac{1}{2}\cdot\frac{a^p u^{mz+p}}{1-ia^p u^{mz+p}}$$

et par conséquent:

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\alpha^p u^{mz+p}}{1+\alpha^{2p}u^{2mz+2p}}\,dz = \left[-\frac{i}{2mlu}\,l(1+i\alpha^p u^{mz+p}) + \frac{i}{2mlu}\,l(1-i\alpha^p u^{mz+p})\right]_{\frac{1}{2}}^{\infty}$$

$$= \frac{i}{2mlu}\,l\,\frac{1+i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}{1-i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}$$

d'où il suit:

$$\sum_{p=1}^{p=m}\int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\alpha^p u^{mz+p}}{1+\alpha^{2p}u^{2mz+2p}}\,dz = \frac{i}{2mlu}\,l\prod_{p=1}^{p=m}\frac{1+i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}{1-i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}. \qquad (46\,a)$$

Posons

$$\frac{1+i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}{1-i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}} = \frac{1+i\alpha^p}{1-i\alpha^p}\cdot\varepsilon_1(u)$$

où $\varepsilon_1(u)$ désigne une quantité qui prend la valeur de l'unité pour $u=1$; on a alors:

$$\sum_{p=1}^{p=m}\int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\alpha^p u^{mz+p}}{1+\alpha^{2p}u^{2mz+2p}}\,dz = \frac{i}{2mlu}\left\{l\prod_{p=1}^{p=m}\frac{1+i\alpha^p}{1-i\alpha^p} + l\varepsilon_2(u)\right\}, \qquad (46\,b)$$

$\varepsilon_2(u)$ désignant une quantité qui a la valeur de 1 pour $u=1$.

Distinguons alors les quatre cas

$$i^m = \begin{cases} i \\ -1 \\ -i \\ 1 \end{cases}.$$

Dans le cas $i^m = i$ on a (voir page 31):

$$\prod_{p=1}^{p=m}\frac{1+i\alpha^p}{1-i\alpha^p} = \frac{1+i}{1-i} = i$$

d'où il suit:

$$\sum_{p=1}^{p=m}\int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\alpha^p u^{mz+p}}{1+\alpha^{2p}u^{2mz+2p}}\,dz = \frac{i}{2mlu}\left[\frac{\pi}{2}\,i + l\varepsilon_2(u)\right] = \frac{-\pi+\varepsilon(u)}{4mlu}$$

en désignant par $\varepsilon(u)$ une quantité qui s'annule pour $u=1$.

Considérons alors le cas où $i^m = -1$. Le produit

$$\prod_{p=1}^{p=m}\frac{1+i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}{1-i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}$$

nous donne pour $u=1$ la valeur de 1 d'après les équations (44) et par conséquent la quantité

$$\frac{1}{lu}\,l\prod_{p=1}^{p=m}\frac{1+i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}{1-i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}$$

prendra la forme $\frac{0}{0}$ pour $u = 1$. Pour trouver la vraie valeur nous écrivons:

$$\frac{1}{lu} l \prod_{p=1}^{p=m} \frac{1+i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}{1-i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}} = \frac{\sum_{p=1}^{p=m} l(1+i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}) - \sum_{p=1}^{p=m} l(1-i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p})}{lu}.$$

En désignant la vraie valeur de la quantité au premier membre de cette équation par P, on aura:

$$P = \left[\sum_{p=1}^{p=m} \frac{i\alpha^p \left(\frac{m}{2}+p\right) u^{\frac{m}{2}+p-1}}{1+i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}} + \sum_{p=1}^{p=m} \frac{i\alpha^p \left(\frac{m}{2}+p\right) u^{\frac{m}{2}+p-1}}{1-i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}} \right]_{u=1}$$

ou bien:

$$P = 2i \sum_{p=1}^{p=m} \frac{\left(\frac{m}{2}+p\right)\alpha^p}{1+\alpha^{2p}}.$$

Pour évaluer cette somme nous remarquons que l'on a:

$$-iP = \frac{(m+2)\alpha}{1+\alpha^2} + \frac{(m+4)\alpha^2}{1+\alpha^4} + \ldots + \frac{2m\alpha^{\frac{m}{2}}}{1+\alpha^m}$$

$$- \frac{(2m+2)\alpha}{1+\alpha^2} - \frac{(2m+4)\alpha^2}{1+\alpha^4} - \ldots - \frac{3m\alpha^{\frac{m}{2}}}{1+\alpha^m}$$

en tenant compte des équations $\alpha^{\frac{m}{2}} = -1$, $\alpha^{\frac{m}{2}+1} = -\alpha$, $\alpha^{\frac{m}{2}+2} = -\alpha^2$ ....

Il en résulte:

$$iP = m \cdot \left[\frac{\alpha}{1+\alpha^2} + \frac{\alpha^2}{1+\alpha^4} + \frac{\alpha^3}{1+\alpha^6} + \ldots + \frac{\alpha^{\frac{m}{2}-1}}{1+\alpha^{m-2}} - \frac{1}{2} \right].$$

La série

$$\frac{\alpha}{1+\alpha^2} + \frac{\alpha^2}{1+\alpha^4} + \ldots + \frac{\alpha^{\frac{m}{2}-1}}{1+\alpha^{m-2}}$$

consiste en un nombre pair de termes qui ont deux et deux la somme de zéro, ce que nous donne l'équation:

$$\frac{\alpha^{\frac{m}{2}-q}}{1+\alpha^{m-2q}} = \frac{-\alpha^{-q}}{1+\alpha^{-2q}} = -\frac{\alpha^q}{1+\alpha^{2q}}.$$

On aura alors:

$$P = \frac{i}{2} m$$

d'où il résulte que la valeur de la série

$$\sum_{p=1}^{p=m} \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\alpha^p u^{mz+p}}{1+\alpha^{2p} u^{2mz+2p}} dz$$

pour $u = 1$ est $-\frac{1}{4}$. La valeur est indépendante de m.

Dans le cas où $i^m = -i$ l'équation (46 a) se réduit à

$$\sum_{p=1}^{p=m} \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\alpha^p u^{mz+p}}{1+\alpha^{2p}u^{2mz+2p}}\,dz = \frac{i}{2mlu}\left\{ l\frac{1-i}{1+i} + l\varepsilon_1(u)\right\}$$

d'après l'équation (45), ou bien

$$\sum_{p=1}^{p=m} \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\alpha^p u^{mz+p}}{1+\alpha^{2p}u^{2mz+2p}}\,dz = \frac{\pi + \varepsilon(u)}{4mlu}$$

en désignant par $\varepsilon(u)$ une quantité, qui s'annule pour $u = 1$.

Il nous reste alors le cas où $i^m = 1$. La quantité au second membre de l'équation (46 a) prend pour $u = 1$ la forme $\frac{0}{0}$. En désignant par P la vraie valeur du produit

$$\frac{1}{lu}\, l \prod \frac{1+i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}{1-i\alpha^p u^{\frac{m}{2}+p}}$$

pour $u = 1$, on a (voir page 34):

$$P = 2i\left[\sum_{p=1}^{p=m} \frac{\alpha^p\left(\frac{m}{2}+p\right)u^{\frac{m}{2}+p-1}}{1+\alpha^{2p}u^{m+2p}}\right]_{u=1}.$$

Les termes de cette série, qui correspondent aux valeurs $p = \frac{m}{4}$ et $p = \frac{3m}{4}$ deviennent infinis pour $u = 1$. Supprimons un moment ces deux termes et évaluons la somme Q des termes qui restent. Nous aurons:

$$-iQ = \frac{(m+2)\alpha}{1+\alpha^2} + \frac{(m+4)\alpha^2}{1+\alpha^4} + \ldots + \frac{\left(\frac{3m}{2}-2\right)\alpha^{\frac{m}{4}-1}}{1+\alpha^{\frac{m}{2}-2}} + \frac{\left(\frac{3m}{2}+2\right)\alpha^{\frac{m}{4}+1}}{1+\alpha^{\frac{m}{2}+2}} + \ldots$$

$$+ \frac{2m\alpha^{\frac{m}{2}}}{1+\alpha^m} + \frac{(2m+2)\alpha^{\frac{m}{2}+1}}{1+\alpha^{m+2}} + \ldots + \frac{\left(\frac{5m}{2}-2\right)\alpha^{\frac{3m}{4}-1}}{1+\alpha^{\frac{3m}{2}-2}} + \frac{\left(\frac{5m}{2}+2\right)\alpha^{\frac{3m}{4}+1}}{1+\alpha^{\frac{3m}{2}+2}} + \ldots$$

$$+ \frac{(3m-2)\alpha^{m-1}}{1+\alpha^{2m-2}} + \frac{3m\alpha^m}{1+\alpha^{2m}}.$$

Or $\alpha^{\frac{m}{2}} = -1$, d'où il suit:

$$-iQ = \frac{(m+2)\alpha}{1+\alpha^2} + \ldots + \frac{\left(\frac{3m}{2}-2\right)\alpha^{\frac{m}{4}-1}}{1+\alpha^{\frac{m}{2}-2}} + \frac{\left(\frac{3m}{2}+2\right)\alpha^{\frac{m}{4}+1}}{1+\alpha^{\frac{m}{2}+2}} + \ldots + \frac{(2m-2)\alpha^{\frac{m}{2}-1}}{1+\alpha^{m-2}}$$

$$- \frac{(2m+2)\alpha}{1+\alpha^2} - \ldots - \frac{\left(\frac{5m}{2}-2\right)\alpha^{\frac{m}{4}-1}}{1+\alpha^{\frac{m}{2}-2}} - \frac{\left(\frac{5m}{2}+2\right)\alpha^{\frac{m}{4}+1}}{1+\alpha^{\frac{m}{2}+2}} - \ldots - \frac{(3m-2)\alpha^{\frac{m}{2}-1}}{1+\alpha^{m-2}} + \frac{m}{2}$$

ou bien:

$$iQ = m\cdot\left[\frac{\alpha}{1+\alpha^2} + \frac{\alpha^2}{1+\alpha^4} + \ldots + \frac{\alpha^{\frac{m}{4}-1}}{1+\alpha^{\frac{m}{2}-2}} + \frac{\alpha^{\frac{m}{4}+1}}{1+\alpha^{\frac{m}{2}+2}} + \ldots + \frac{\alpha^{\frac{m}{2}-1}}{1+\alpha^{m-2}}\right] - \frac{m}{2}.$$

La somme de la série entre parenthèses est zéro parce qu'elle consiste en termes qui ont deux et deux la somme de zéro (voir page 34).

On trouve ainsi:

$$P = \frac{m}{2} i + 2i \left[\frac{\left(\frac{m}{2} + \frac{m}{4}\right) u^{\frac{m}{2}+\frac{m}{4}-1} \alpha^{\frac{m}{4}}}{1-u^{m+\frac{m}{2}}} + \frac{\left(\frac{m}{2} + \frac{3m}{4}\right) \alpha^{\frac{3m}{4}} u^{\frac{m}{2}+\frac{3m}{4}-1}}{1-u^{m+\frac{3m}{2}}} \right]_{u=1}$$

et

$$P = \frac{mi}{2} + \frac{mi}{2} \cdot u^{\frac{3m}{4}-1} \cdot \alpha^{\frac{m}{4}} \cdot \left[\frac{3}{1-u^{\frac{3m}{2}}} - \frac{5u^{\frac{m}{2}}}{1-u^{\frac{5m}{2}}} \right]_{u=1}.$$

Un calcul élémentaire montre que la vraie valeur de la quantité entre parenthèses est zéro pour $u = 1$, et on a alors:

$$P = \frac{mi}{2},$$

d'où il suit que la valeur de la série

$$\sum_{p=1}^{p=m} \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\alpha^p u^{mz+p}}{1+\alpha^{2p} u^{2mz+2p}} dz$$

pour $u = 1$ est $-\frac{1}{4}$.

Ces résultats obtenus, nous sommes en état d'indiquer comment varie le module de $\Phi(\alpha u)$ quand u tend vers l'unité.

Considérons l'équation (38) page 28. Le résultat des recherches précédentes se laisse exprimer de la manière suivante:

Dans le cas où le nombre entier m est congru à 1 (mod. 4) on a l'expression asymptotique:

$$\Phi(\alpha u) = \frac{m}{2} - \frac{\pi}{4mlu}.$$

Dans le cas où m est congru à 2 (mod. 4) on a l'expression asymptotique

$$\Phi(\alpha u) = -\frac{1}{4}.$$

Lorsque m est congru à 3 (mod. 4) on a asymptotiquement:

$$\Phi(\alpha u) = -\frac{m}{2} + \frac{\pi}{4mlu},$$

et enfin quand m est congru à 4 (mod. 4) on a asymptotiquement:

$$\Phi(\alpha u) = \alpha^{\frac{m}{4}} u^{\frac{m}{4}} \cdot \frac{1+u^m}{1-u^{\frac{3m}{2}}} - \frac{1}{4} + 2\alpha^{\frac{m}{4}} (1+u^{\frac{3m}{2}}) u^{\frac{3m}{4}} \int_0^{\infty} \frac{\sin mylu}{1-u^{\frac{3m}{2}} \cos 2mylu + u^{3m}} \cdot \frac{dy}{e^{2\pi y}+1}.$$

Ces expressions montrent le caractère des points singuliers de la fonction $\Phi(s)$ sur le cercle de convergence.

On voit tout d'abord que le cercle de convergence est une coupure essentielle pour la fonction $\Phi(s)$, résultat qui a été établi par WEIERSTRASS d'une toute autre manière. Mais les expressions asymptotiques obtenues nous en apprennent beaucoup plus. Elles nous montrent que les points singuliers sont d'un caractère très différent selon que le degré de l'équation qui détermine l'affixe du point singulier est congru à 1, 2, 3 ou 4 par rapport au module 4. Surtout le cas où le degré est congru à 2 me paraît remarquable. Dans tous ces points la fonction $\Phi(s)$ prend une valeur bien déterminée et constante.

Copenhague, le 23 septembre 1907.

ICHTHYOTOMICAL CONTRIBUTIONS

I. THE STRUCTURE OF THE GENERA *AMPHISILE* AND *CENTRISCUS*

BY

HECTOR F. E. JUNGERSEN

D. KGL. DANSKE VIDENSK. SELSK. SKRIFTER, 7. RÆKKE, NATURVIDENSK. OG MATHEM. AFD. VI. 2

KØBENHAVN
BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI
1908

Boulenger, to whom we owe the latest reform of the systematic classification of the teleosts, founded in 1902 (3a, p. 151) a suborder *Catosteomi*, which with unchanged contents and with the same name was taken over into his general systematic synopsis of 1904 (3b, p. 172). The forms composing this suborder are placed by Boulenger in 11 families under 4 groups in the following manner:

I. *Selenichthyes.* 1. *Lampridida.*
II. *Hemibranchii.* 2. *Gastrosteidæ*, 3. *Aulorhynchidæ*, 4. *Protosyngnathidæ* (extinct), 5. *Aulostomatidæ*, 6. *Fistulariidæ*, 7. *Centriscidæ*, 8. *Amphisilidæ.*
III. *Lophobranchii.* 9. *Solenostomidæ*, 10. *Syngnathidæ.*
IV. *Hypostomides.* 11. *Pegasidæ.*

Regarding this whole suborder he says: "The whole question of the arrangement of the Physoclists with abdominal ventrals (Catosteomi and Percesoces) is, I feel, much in need of revision, and it may be found advisable to break up this group (Catosteomi) into a greater number of suborders, in which case the Selenichthyes would stand by themselves; the Hemibranchii and Lophobranchii would be united under the former name, as proposed by Woodward, or under that of Thoracostei (Swinnerton) or Phthinobranchii (Hay)". For my part I am quite at one with Boulenger on the necessity of a revision of this suborder; I believe, that not only should the suborder be broken up as several of its groups must be referred elsewhere, but also that its largest and central group, Hemibranchii, must be split up and some of its families likewise removed elsewhere. Group I, i. e. the genus *Lampris*, has already been removed by Gill (12c) from the relationship with the others; so far as I can judge, there is every reason to take it far away, but as I have as yet only glanced at its skeleton I shall not venture to express any definite opinion regarding its right place*. I have however studied the other forms more in detail, and I shall indicate here my view of their position. Group IV, i. e. *Pegasidæ*, should be removed to Boulenger's Subordo IX, Acanthopterygii, and within this to Boulenger's 7th division *Scleroparei*, the Mail-cheeked forms. The two nearly related families *Gastrosteidæ* and *Aulorhynchidæ* of Group II, the Hemibranchii, should be removed to the same place. The remainder form a natural

* Quite recently C. Tate Regan (25b p. 634 seq.) has placed the *Lampridida* with the *Veliferidæ*, *Trachypteridæ* and *Lophotidæ*, which four families he regards as forming one suborder *Allotriognathi* related to the *Berygiformes.*

group of related forms. For this we might possibly retain the name Hemibranchii, but this name is certainly somewhat misleading; it is due to COPE (6) and was intended to denote that the forms thus indicated are remarkable for a certain weakness and incompleteness in the branchial apparatus. This is true, however, of not a single one of the forms which Cope (and after him Boulenger) included under the Hemibranchii, and applies only to the *Solenostomidæ* and *Syngnathidæ*, which he did not include in this group. Whether now this natural series of forms "Hemibranchii" (÷ Gastrosteidæ and Aulorhynchidæ) + "Lophobranchii" (Solenostomidæ and Syngnathidæ) should be maintained as a suborder, and where it should be placed eventually in the system, I shall not discuss in the present communication, nor shall I enter here into the reasons why I remove the *Gastrosteidæ*, *Aulorhynchidæ* and *Pegasidæ* and place them with (or near to) the *Scleroparei*; I believe, in fact, that but little is gained by discussing the systematic position before the structure of the forms in question is better known than at the present moment. The truth is, indeed, that the descriptions of the structure of most of these fishes are defective, for some naturally more defective than for others; but even for such common forms as the sticklebacks and the pipe-fishes there are several features of considerable importance which have escaped attention or have been misunderstood *. In successive later communications I hope to give a description of the principal characteristics of the structure of all the forms in question, at least of their osteology; in the present paper I shall deal exclusively with the two genera *Amphisile* and *Centriscus*. I may however just mention here already, that this whole community of forms shows a number of characteristics in the skeletal structure of the head, which so far as I know are not found united in any other fishes whatsoever; namely: 1. the parietals and opisthotics are wanting; 2. the pterotic (squamosal) reaches ventrally to the base of the cranium, articulating there with the basioccipital or also with the parasphenoid, and thus excludes the exoccipitals and prootics from meeting; 3. the snout parts of the cranium (ethmoid and vomer) are extremely prolonged forming a "beak"; 4. the under margin of this beak is closely bound in the whole of its length with the whole of the upper margin of the part of the suspensorium lying in front of the hyomandibular; in this way an extremely characteristic tube is formed, which supports in front the true mouth parts; 5. the palatines are short and only connected with the vomer (in *Aulostomum* alone they are likewise in touch with the anterior end of the ethmoid); 6.

* In the Biologia Centr. Americana. Pisces, just published (February 1908) REGAN (pp. X—XI), after having excluded the *Hypostomides* and *Selenichthyes* from the *Catosteomi* Blgr., which suborder he finds "unnatural and indefinable", says that "the remainder, which corresponds to the *Hemibranchii* of Smith Woodward, is still a heterogenous assemblage which I find incapable of definition, and includes three well-marked but probably related groups which should, in my opinion, be given subordinal rank." These are 1) *Thoracostei* (= *Gastrosteidæ*, *Aulorhynchidæ*, *Fistulariidæ* and *Aulostomidæ*; 2) *Solenichthyes* (nom. nov.) (= *Amphisilidæ* and *Centriscidæ*); 3) *Lophobranchii* (= *Solenostomidæ* and *Syngnathidæ*). As stated above I do not at all agree in placing *Gastrosteidæ* and *Aulorynchidæ* together with *Fistulariidæ-Aulostomidæ*, but these matters I shall discuss in a later paper.

the metapterygoid (if it occurs) does not meet the hyomandibular; 7. the lateral line bones of the head are more or less reduced. In the future communications I shall discuss more closely these separate features in each of the genera of the group, but I may add here some brief notes regarding points 3—7.

Point 3. Of the two main constituents of the cranial "beak", the vomer and ethmoid, the vomer is always the longer part, reaching in general from the region under the orbit to the tip of the snout, while the ethmoid only begins in front of the orbit and ends at a longer or shorter distance from the tip of the snout. Regarding the beak from above, however, the part of these two bones which is observable on the cranial surface varies considerably; in *Amphisile* and *Centriscus* quite a small part only of the mesethmoid is seen, whilst a very long anterior part belongs to the vomer; in the Syngnathidæ (*Nerophis*) the vomer and mesethmoid each constitute approximately the half part of the dorsum of the beak in front of the frontals; in *Solenostomum* and *Fistularia* about three-fourths of this belongs to the ethmoid, a fourth part to the vomer, and in *Aulostomum* the ethmoid extends practically to the tip of the snout.

Point 4. In *Amphisile* and *Centriscus* we find all the components of the part of the mandibulary suspensorium in question which are typical of the bony fishes in general, namely: palatine, ecto-, ento- and metapterygoid, symplectic and quadrate; the palatine, ento- and metapterygoid form the upper edge connected with the cranial beak. In *Aulostomum* and *Fistularia* the ectopterygoid is wanting and the palatine, entopterygoid and metapterygoid form the connection with the cranial beak, also the symplectic in *Fistularia*. In *Solenostomum* and the *Syngnathidæ* the metapterygoid is wanting; in the former the palatine, entopterygoid and symplectic form the connection with the cranium, just as in *Hippocampus*, while in *Siphonostoma* and *Nerophis* the ectopterygoid also reaches to the cranium.

Point 6. The absence of the connection between the metapterygoid and hyomandibular, which is present in the majority of the bony fishes, is a result of the development of the snout into a tube; that not every elongation of the snout necessitates the removal of the metapterygoid from the hyomandibular is seen, for example, in *Spinachia* and *Aulichthys* where the usual connection is preserved.

Point 7. All the lateral line bones of the head are lacking in *Solenostomum* and *Fistularia*. The nasals are only found in *Amphisile* and *Centriscus*; the infraorbitals are wanting in all the genera with exception of the so-called preorbital or antorbital. This is much reduced in *Aulostomum*, fairly small in *Centriscus*, whilst it is much developed in *Amphisile* and the *Syngnathidæ*. In *Amphisile* a row of 2–4 thin bony plates connect directly with its anterior end and may be regarded as separate parts of it; undoubtedly homologous with these, we find in the *Syngnathidæ*, in front of and connected with the true preorbital, 1 bony plate (of considerable size in *Siphonostoma*, smaller in *Nerophis*) or 2 (*Hippocampus*, *Solenognathus*). In the *Syngnathidæ* a part of the lower edge of the preorbital is connected with the preoperculum (whereas it is the infraorbital No. 3, which is lacking in

all these, which forms this connection in the *Gastrosteidæ*, *Aulorynchidæ* and *Pegasidæ*, thus exactly as in the *Scleroparei*). In none of the genera does the preorbital contain any canal for the lateral line; on the other hand the lateral line passes through the nasal in *Amphisile* and *Centriscus*.

Structure of the Genera Amphisile and Centriscus.

The grouping together of *Amphisile* and *Centriscus* is very old. LINNÉ as is known placed in the same genus *Centriscus* the species *C. scutatus* (= *A. scutata*) and *C. scolopax* (Syst. nat. Ed. XII, p. 415); later ichthyologists have however mostly endeavoured to emphasize the differences and to remove the two forms as far as possible from one another. They have rightly maintained two genera, each with its species; in recent times these have again been raised to the level of families, 2 in number, each with 2 genera. Too much concentration on the fairly obvious differences, which for a great part express themselves quite externally, seems however to have led observers to forget or to overlook the essential resemblances which really exist. These seem to me so considerable that I consider it right to maintain one family, *Centriscidæ*, with only two genera *Amphisile* and *Centriscus**. Of the former, I know the species *A. scutata* L. (Gthr.), *strigata* Gthr. and *punctulata* Bianconi; of the latter, *C. scolopax* L., *gracilis* Lowe and *humerosus* Richards. I shall not discuss here the validity of the other supposed species of both genera, but I am most inclined to believe that they are not maintainable; nor does the division of each of the genera into 2 separate genera seem to me valid, but this question also will not be discussed.

In first dealing with *Amphisile* and thereafter *Centriscus* in the following pages, I have no intention naturally of giving the impression that I consider *Amphisile* the more primitive and simpler form — the opposite is indeed the case — but my investigations began with *Amphisile*, which seemed to me from GÜNTHER's description somewhat enigmatical and to have been on the whole curiously dealt with; it was only later that I took up *Centriscus* and saw clearly how much was insufficiently known in this form also, and how much in it threw light on the conditions in *Amphisile*.

Amphisile.

In appearance *Amphisile* is quite remarkable. The body is extremely compressed; the diameter at the broadest part of the trunk, as Günther remarks, is scarcely greater than the diameter of the orbit. The ventral edge is as sharp as a razor. The head is produced into a long tube, with a small terminal, toothless mouth, as in a pipe-fish. The trunk runs out posteriorly into a long spine, under which is seen two dorsal fins and a quite short caudal fin directed obliquely

* I disregard here the objections, which might be raised with a certain amount of right, against using this generic name for the species *scolopax*, *gracilis* and *humerosus*. In using the names the main thing for me, here as elsewhere, is that there can be no doubt what forms are being discussed.

downwards at an obtuse angle to the horizontal axis of the body; the anal fin lies immediately in front of the caudal. About half way along the ventral aspect we find the generally small ventral fins. The last are thus abdominal, lying far behind the pectorals, as is usual in the Physostomi. This form is however aphysostomous. The swim bladder is present; this can be seen easily by holding a specimen up against the light. It is noticed at the same time, that the sharpest part of the belly is devoid of contents and forms a thin, transparent region, a veritable knife-edge. It is said, from the observations by WILLEY (34 p. 719) and TOWNSEND (25a p. 318), that the fish swims in a vertical position, cutting the water with its belly — but I can hardly believe that this position is the normal one for the fish*.

Most of the fish is armoured; the part not covered by scutes is quite naked, without scales.

The head is movable, a little up and down; otherwise the whole body is quite stiff and only the tail and fins are flexible.

Exoskeleton.

The armour of the body consists of a dorsal and a ventral cuirass. The dorsal cuirass on each side is composed essentially of 2 rows of slightly alternating plates, each row consisting of 5 parts; namely, an upper, dorsal row of scuta (Pl. I, (fig. 1, 1—5) and a lower, lateral row (Pl. I, fig. 1, I—V). The four anterior dorsal plates are elongated, narrow and meet the corresponding plates of the other side in the middle line of the dorsum in a simple, straight suture; the unpaired scutum covering the dorsal spine is wedged into the middle line of the dorsum behind no. 4 and the 5th, hindmost, dorsal plate is thus excluded from meeting its fellow of the opposite side. This plate is elongated, triangular, with its posterior point running out alongside the dorsal spine, whilst anteriorly it spreads down on the side more than the other plates in the same row. In the two species *A. strigata* and *punctulata* there is still another, small, unpaired plate anteriorly in the middle line of the dorsum, pushed in between the posterior ends of the first pair of plates and the neighbouring, anterior part of the 2nd pair. This unpaired plate, which belongs in reality to the endoskeleton, seems to have been hitherto quite overlooked, though its absence in *A. scutata* should be one more, easily observable character to distinguish this species from the two others.

Of the lower row of lateral plates the first (I) is the smallest and narrow; the remainder are of good size, especially III and IV. A distinct longitudinal line — sometimes somewhat depressed like a furrow — runs across these plates; in the first it goes right along the ventral border, in the three following nearer to the dorsal border; on the posterior plate it runs to the ventral border almost through the centre and parallel to the dorsal margin. On the naked portion of

* In one point the observations do not agree: while WILLEY represents the fish swimming with the head upwards, TOWNSEND (teste REGAN) says that those of his specimens which were "sufficiently alive when dredged to swim in a tub of water" swam head down.

the fish this line's continuation lies between the upper and lower lateral muscles.

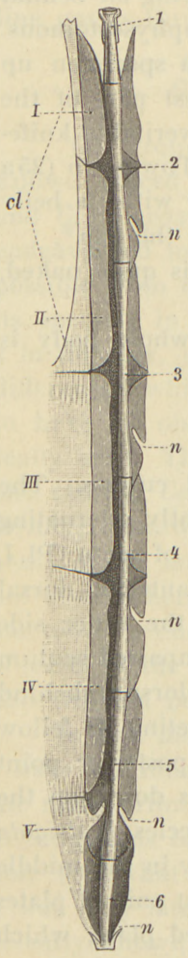


Fig. 1.
Amph. scutata. 1.—6: first to sixth abdominal vertebræ seen from below; the exoskeleton has been removed from the left side; the lateral plates *I—V* are seen on the right side; *n:* incision in the transverse processes for nerves; *cl:* upper margin of clavicle. The numbers *I-IV* point to the ridge.

This line on the lateral plates is due to a very prominent, thin ridge or lamella on their inner surface, which is joined to the likewise lamellar-like transverse processes on the corresponding part of the spinal column; an immovable connection is thus formed between the exo- and endoskeleton.

Examined more closely the condition is as follows (cf. fig. 1). A little behind the anterior end of the lateral plate I arises a single fold or ridge which soon divides into two lamellæ, an upper and a lower, separated by a very narrow cleft; in this is set the anterior end of the transverse process on the 2nd abdominal vertebra; the two lamellæ fuse again to one, which, traversed by the suture between plates I and II, is continued on plate II; between the two plates the lamella has a deep notch; on the plate II, close behind the notch, the lamella again becomes double and remains so nearly to III, where it is single, then we have a notch, it becomes double again on III and so on as far as IV. The thicker, middle part of the transverse processes on the 2nd, 3rd and 4th vertebræ is inserted in the notches, whilst the thinner, remaining part of the same process is enclosed between the double lamellæ as in a sheath. Each of the long transverse processes on the 2nd — 4th vertebræ is thus inserted into two lateral plates; the transverse process on the 5th vertebra on the other hand is only connected by its anterior part with one plate, IV. On plate V the lamella is single and low, and seems to be absent in *A. scutata.*

Further constituents of the dorsal armour are, on each side, the two plates *scl* and *cl*, Pl. I, fig. 1, as also the dorsal spine T.

The two former are in reality parts of the pectoral girdle; the upper, *scl*, is the supraclavicular. It is connected anteriorly by an articulation with the posttemporal (suprascapular, supraclavicula I), *pt*, which forms part of the skull; its other connections are immovable; it meets above with dorsal plate I in a simple straight suture, below with *cl* in a somewhat curved suture, posteriorly with the anterior end of the lateral plate II in a dentated, oblique suture. The lower plate *cl* is a good deal larger, elongated, somewhat crescent-shaped in *A. scutata*, shorter and relatively somewhat higher in the other two species; the posterior point reaches the upper edge of the base of the pectoral fin; the ventral border is in contact for a long distance with the upper margin of the 5th ventral scutum in *scutata* but not in the other species; the anterior part of the ventral border is in contact with the small scutum *S* in all three species, over a fairly long distance

in the two species where the latter is large, but for quite a short way in *scutata*; the dorsal, curved margin seems to be a simple suture; in reality however the *cl* is here continued in under the edge both of the dorsal plate II and of the supraclavicle as a thin lamella which reaches nearly to the ridge which forms the connection with the vertebral column in this region.

The dorsal spine in *A. scutata* (Pl. I, fig. 1, *T*) is formed of a single, undivided piece, sculptured like the dorsal plates with fine longitudinal lines and intervening furrows; the anterior part inserted between the dorsal plates is somewhat flatter, the remainder is rounded, graduating evenly towards the posterior end, in cross-section vertically oval; there is a furrow along its ventral aspect occupied by the membrane of the first dorsal fin, the upper edge of which it supports. It is somewhat variable in length in this species, as also a little in its curvature. In the other two species the dorsal spine is more complex. In the first place, it has in these a spine articulated to its end, in reality a spinous ray (Pl. I, fig. 2, *R*); at the articulation are found some small bony pieces, one on each side (Pl. I, fig. 2, *l*) and one unpaired ventrally (Pl. I, fig. 2, *t*); on these see further p. 56 (18). In the second place, the spine is divided on both sides in the whole of its length by a lateral suture into an upper and a lower part. Indications of this longitudinal suture may sometimes be detected in *scutata*. It is very natural to suppose that the movable spine is a fin-ray and thus to conclude that the large dorsal spine supporting it must in some way or another represent an interspinous bone; this supposition has been expressed by GÜNTHER; that the spine represents however 2 interspinous bones and the same two interspinous bones in all the three species has not hitherto been recognised; the structure will be more closely discussed later (see p. 54 (16) et seq.).

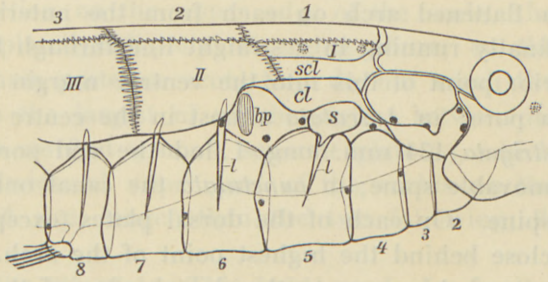


Fig. 2.
Amphisile punctulata. *bp* outline of base of pectoral fin. Lettering otherwise as in Pl. I fig. 1.

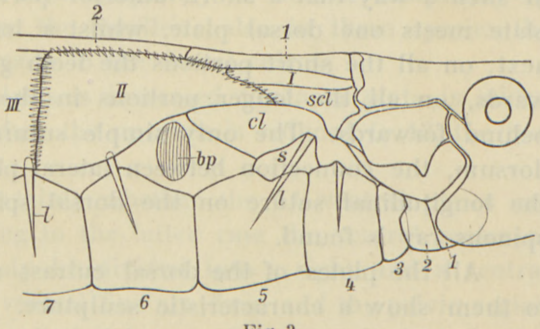


Fig. 3.
Amphisile strigata. Lettering as in fig. 2 and Pl. I, fig. 1.

The dorsal armour thus includes at the same time parts of the inner skeleton, namely parts of the shoulder girdle (*scl* and *cl*) and parts of the interspinous bones (the unpaired, small anterior dorsal plate in *A. strigata* and *punctulata*, and the dorsal spine in all three species). That these skeletal parts may appear from the

outside as dermal parts in many other bony fishes, so that their surfaces seem to be exoskeletal for some distance, is not unknown; as examples I need only mention *Gastrosteus, Trigla.* All the other elements of the dorsal armour in *Amphisile* are purely exoskeletal. This view, which is also quite natural, is further supported by the fact that the lateral line courses through these bones.

The lateral line canal passes out from the pterotic (*sq* Tab. I, fig. 1) into the anterior, lower corner of dorsal plate 1, pierces this in an arch to the posterior, lower corner and then further through the succeeding dorsal plates, forming a flattened arch on each from the anterior to the posterior, lower corner, and finally running in a straight line through the 5th dorsal plate and from the posterior point of this into the ventral margin of the dorsal spine. Here it ends with a pore; in *A. scutata* almost in the centre of the ventral aspect; in a specimen of *strigata* 134 mm. long, I find the end pore 8 mm. from the articulation with the movable spine; in *punctulata* the canal only extends a short distance on the dorsal spine. On each of the dorsal plates (except the first) I find a single, ventral pore close behind the highest point of the arch. The position of the lateral line is thus remarkably near to the dorsal edge of the body and it has become connected in an extremely characteristic manner with structures (sc. interspinous bones, *T*) which do not usually take part in the lateral line system, perhaps because these structures are here in continuation of the main portion of the body.

The peculiar features of the sutures in the dorsal armour must also be mentioned. All the connections between the plates on the same side of the body are provided with long teeth fitting into one another; on the cross sutures these are generally vertical to the line of articulation, but in the longitudinal sutures they are obliquely placed. The lateral plates alternate somewhat with the dorsal plates in such a way that a short, anterior portion of the upper suture of each lateral plate meets one dorsal plate, whilst a longer, posterior portion is joined to the next; on all the short portions the teeth go one way obliquely from in front backwards, on all the longer portions in the opposite direction, i. e. obliquely from behind forwards. The only simple sutures are those in the middle line of the dorsum, the connection between lateral plate I and the supraclavicle and further the longitudinal suture on the dorsal spine in the two species where a movable spinous ray is found.

All the plates of the dorsal cuirass as well as the true skeletal parts united to them show a characteristic sculpture. On most we find rounded longitudinal striæ, which are again connected by numerous, short, irregular cross-lines, forming together rounded pits; wherever the margins form jagged sutures, groups of stronger striæ radiate out in the direction of the teeth from a spot in the upper half of the plate, but almost at an equal distance from the posterior and anterior margins. On some plates, e. g. the dermal part of the clavicle, the pitted sculpture is predominant, and the longer striæ scarcely occur; on the other hand, the longitudinal striæ are predominant on the dorsal spine. The lateral plates become very thin

towards the ventral margin and the ribbed arrangement of the sculpture more open and irregular.

The bones of the cranium are also sculptured, like those of the dorsal cuirass.

The ventral cuirass consists of a row of 14 (sometimes 13 or 15) large, regular plates, the lowermost part of which forms the above-mentioned, thin, transparent edge. The anterior ventral scutum is in part covered by the preoperculum. In *A. scutata* the scuta 4—14 have a narrow, thickened, more solid stripe or rachis, *l* fig. 1 Pl. I, which arises at the upper margin of the transparent keel and forms above a prominent flat projection on the upper edge of the scale; the stripes on the 5th and 6th scuta are placed obliquely, diverging above, on the other plates they are vertical; on the three posterior scuta they do not reach the margin of the dorsal cuirass. No. 5 is the largest of all the plates; between its upper, anterior corner and the clavicula we find a small, separate plate (*s*), which at first glance seems to be a somewhat widened upper part of the rachis on the 5th ventral plate. No. 1 is of fairly good size, longer than the two following; 2, 3, 13 and 14 (15) are the smallest.

The ventral fins are inserted into the 8th plate. This holds good also for the other species; in these likewise the ventral plates 5—14 are provided with a rachis as in *scutata*; but no. 4 lacks this completely or has only a slight indication of it; the 5th plate is not, or not appreciably, larger than the 6th and has thus nothing more remarkable about it in comparison with the others than the oblique, posteriorly inclined rachis (cf. fig. 2, 3); the upper end of the latter in these species is also continued into a rachis for a small, separate plate (*s*), which forms the connection with the clavicle, but this plate is here considerably larger than in *scutata*. The anterior plate no. 1 is shorter than in the latter species, not or but little longer than 2 and 3, and is thus covered as a rule completely or almost completely by the preoperculum; nos. 2, 3, 12—14 are the smallest; also in these species the rachides of the posterior plates do not reach to the dorsal cuirass.

When the number of the ventral plates is increased to 15, a plate is added posteriorly in front of the anal plate; when the number is reduced to 13, the two penultimate plates are fused together.

It is difficult to determine with certainty whether the 14 ventral plates are paired or unpaired formations — recalling in the latter case the ventral scales of the herring. The 8th plate can obviously be divided into a right and a ventral part, at least from the place where the ventral fins are fixed and the pelvic region protrudes on the ventral margin; we also find in most of the specimens of all 3 species, that the posterior, 14th, plate is paired, as its two sides tend to separate from one another (without preparation) and thus the sharp, ventral margin appears divided. But all the others appear in fact unpaired, the two sides of each plate being united to the thin ventral keel; it has at any rate been impossible for me to separate this into two lateral halves by maceration or by the use of potash. The marginal part of the transparent keel consists of a very hard, dense and firm,

shining substance, obviously of the same nature as the rachides. This is readily seen on holding a specimen up against the light, and on drying this part stands out with a distinct boundary line against the remainder of the scale. If alizarin is used, only this part becomes red along with the rachides of the ventral plates as also all the plates of the dorsal cuirass and all the skeletal parts — with exception of a part (though not the margin) of the preoperculum, which assumes a yellowish tinge like the rest of the ventral plates. Likewise coloured red are some very fine lines which radiate out horizontally on each side from the lowest point of the rachides, specially distinct on the scuta in front of the ventral fins. These red-coloured parts are obviously ordinary bony substance, which is always coloured red by alizarin. The rachides and the faint lines connected with them seem to me to correspond to the almost similarly situated rachides on the ventral scales in *Centriscus*. And it seems reasonable to suppose that the dense marginal parts of the plates in *Amphisile* represent the unpaired ventral plates in *Centriscus*, which all have an often fairly high, compressed keel.

The first ventral plate in *Amphisile* may with a good deal of certainty be regarded as in reality unpaired; this applies very probably also to nos. 2 and 3; but it is possible that 4—7 have been formed by fusion, each of a pair of lateral plates and an unpaired keel plate; similarly the 8th with a short keel plate, in front of the ventral fins, and also the others with exception of the last. It is certainly against this view that just the last, quite indisputably paired plate also has a denser, ventral marginal part and further, that the unpaired keel plates in *Centriscus* alternate with the paired ventral plates. The possibility cannot be excluded therefore, I think, that (with exception of the first ventral plate) all the unpaired elements corresponding to the keel plates in *Centriscus* have fallen out in *Amphisile*, whilst the paired ventral plates corresponding to the paired in *Centriscus* have become greatly developed and fused together ventrally. Lastly, there is a third possibility, that it is just the unpaired keel plates of *Centriscus* which have developed so much in *Amphisile*, whilst the paired ventral plates have disappeared with exception of the small scutum *s* under the anterior edge of the clavicle, which has its definite, demonstrable homologue in *Centriscus*.

I may add further regarding the structure of the ventral plates, that they are smooth, without sculpture; the greater portion, excluding the parts coloured red by the alizarin, is fairly soft though tough and dense and does not seem therefore to be a true bony tissue; it does not dissolve however in potash, which completely isolates the ventral plates from the dense connective tissue of the skin; under the microscope it shows very similar, fine concentric lines of growth to those known in the scales of most bony fishes. The ventral plates are not articulated by sutures but overlap each other ventrally, whilst their margins touch higher up. In the 6 ventral plates which lie behind the pectoral fins the rachides reach up to the lower margin of the dorsal cuirass or sometimes in under this. The upper parts

of the rachides are considerably longer in *A. strigata* and *punctulata* than in *scutata*[*1].

Endoskeleton.

The vertebral column (cf. Pl. II, fig. 1) is formed of 20 vertebræ; of these I count 8 as abdominal vertebræ, 12 as caudal. Of the abdominal vertebræ the first 6 are much elongated, especially the 2nd to the fifth; the 2nd, 3rd and 4th are each almost as long as the rest of the vertebræ together, so that the elongated region is nearly four times as long as the whole of the remainder. In a small specimen of *A. strigata* the measurements are approximately as follows:

length of the whole column	ca. 47	mm.
— - body of 1st vertebra	3·5	—
— - — - 2nd —	7	—
— - — - 3rd —	8	—
— - — - 4th —	8	—
— - — - 5th —	6·5	—
— - — - 6th —	4	—
— - elongated part, thus	37·0	—
— - posterior 14 vertebræ together	ca. 10·0	—

In a (medium-sized) specimen of *A. scutata* the measurements were:

length of the whole column	ca. 52	mm.
— - body of 1st vertebra	3·5	—
— - — - 2nd —	8	—
— - — - 3rd —	9·5	—
— - — - 4th —	9	—
— - — - 5th —	7·5	—
— - — - 6th —	3·5	—
— - elongated part, thus	41	—
— - posterior 14 vertebræ	ca. 11	—

Vertebral arches. The arch of the first vertebra is quite low, simple; from its posterior margin projects a long, thin spinous process, which rests for a long distance on a part of the upper margin of the next vertebral arch; its posterior point reaches almost to the centre (in *scutata*) or a good bit behind the centre (*strigata*) of the following vertebra. True transverse processes are lacking on the first vertebra, but a short, thick lateral process on each side under the anterior margin of the arch forms an articulation with a corresponding pit in the exoccipital and can possibly be regarded as an articular process. On the following vertebræ, 2—17 inclusive, the arch is divided into an anterior (Pl. II, fig. 1, *a*) and a posterior (*b*) part, situated respectively over the anterior and posterior part of the centrum; the spinous process arises from the posterior part of the arch and

*1 This and the succeeding notes, marked with numbers, will be found later after the description of *Centriscus*.

rests on the upper margin of the anterior part of the succeeding vertebral arch. On the very long vertebræ 2—5 the arch is quite low, especially in *A. strigata*, where the spinous processes of this region lie almost horizontally, pressed against the arches; in this species the spinous processes are likewise longer than in *scutata* (in *strigata* the process on the 1st vertebra reaches posteriorly almost to the anterior margin of the 3rd vertebra, that on the 2nd vertebra to the 4th vertebra and so on). On the 6th vertebra only the anterior part is elongated; the two parts of the arch are therefore close to one another (especially in *strigata*). From the 7th vertebra the common vertebral form in fishes appears; on the 7th the anterior and posterior parts of the arch are separated by a narrow, but high groove; on the 8th the groove between the two parts of the arch is quite short, on the 9th it reaches right in to the centrum; posteriorly the anterior part of the arch gradually assumes the form of a large "articulating process"; on the 18th vertebra it can hardly be seen.

The transverse process, as mentioned, is lacking on the 1st vertebra; they are present however on the 2nd—6th and developed in the form of long lamellar projections for connection with the lateral plates of the dorsal cuirass (cf. text-fig. 1). The transverse process on the 2nd is prolonged forwards beyond the hind end of the 1st vertebra; posteriorly it is connected by a kind of suture with the anterior end of the next transverse process. Opposite the centre of the body of the vertebra there is a somewhat thicker, middle part (or axis), which corresponds in position to the interspace between 2 scuta; behind this axis there is a deep incision for the spinal nerve (fig. 1, *n*). The front part of the transverse process fits into the double lamella on the inner side of the 1st lateral plate, the hind part into the lamella on the next plate; the connections between the lateral plates and the transverse processes on the 3rd and 4th vertebræ are arranged in a similar manner, the processes having the same structure as on the 2nd; further, the part of the 5th vertebra's transverse process lying in front of the outlet for the nerves is also inserted into the lamella on the 4th lateral plate, but the posterior part of this transverse process as also the transverse process on the 6th vertebra is only joined by connective tissue to the 5th lateral plate, which has no lamella in *scutata* but a low one in *strigata*. As can be seen from fig. 1, the 6th vertebra is of a different pattern from the preceding 2—5; only the part lying in front of the hour-glass shaped constriction of the vertebra is prolonged and only the corresponding part of the transverse process in front of the nerve outlet is lamellar-like; the part behind this is more in the shape of a process. The bodies of these 6 long vertebræ are quite distinctly of the typical hour-glass shape, most modified in the 1st and 6th, where in the former case the anterior part of the hour-glass is quite short, in the latter the posterior part.

The vertebræ 7—13 (see Pl. II, fig. 1) bear lateral outgrowths in a similar position to the lamellar processes above described; but they only spring from the anterior half of the vertebra; they are triangular in shape, directed obliquely

forward and somewhat downward and serve as base of attachment for powerful tendons in the musculature which moves the tail. The posterior vertebræ have very indistinct traces of these processes. Lower arches representing probably the true transverse processes are also present on the vertebræ from the 7th; on the 7th and 8th the lower arch is quite short, almost ring-shaped, surrounding the large blood vessels; on the 9th vertebra the arch begins to be greatly prolonged downwards, forming an inferior spine; for this reason I count this as the first caudal vertebra. Between the spinous process on the second last caudal vertebra and the urostyle on the last we find in *A. strigata* 2 independent skeletal parts, one between the very broad, lower spinous process on the second last vertebra and the broad hypural bone on the last; in *A. scutata* I find one piece at each of the corresponding places.

Ribs are quite wanting.

In the vertebral column the whole anterior part formed by the 6 elongated vertebræ is stiff, immovable; the connection with the cuirass would alone prevent movement; with this agrees, that the transverse processes are suturally connected with one another, whilst the corpora of the vertebræ are simply juxtaposed just as in movable vertebræ.

Interspinous bones. 1. Of the dorsal fins (Tab. II, fig. 1). To each of the first 4 vertebræ corresponds an interspinous bone, which is placed close to the anterior face of the spinous process of the vertebra. There are no interspinous bones for the 5th and 6th vertebræ, but interspinous bones again appear in front of the spinous processes of the vertebræ 7—10. Between the vertebræ 10 and 11 there are 2, also between 11 and 12, 12 and 13; between 13 and 14 there is 1, the hindmost*.

Some notes may be given on the 4 members of the first group. The first (Pl. II, fig. 1, *1*) forms a vertical plate in front of the spinous process and with its somewhat widened upper border reaches to the inner surface of the cuirass in *A. scutata*; in the other two species this upper border is wider still and shows itself externally in the middle line of the dorsum as the previously mentioned small unpaired dorsal plate; behind the point of the spinous process the interspinous

* This is the condition I find both in *A. scutata* and in the specimen examined of *A. strigata*, which was provided with 3 spines behind the dorsal spine; of these however only the first two were noticeable from the outside. Two noticeable spines are most probably the normal for the species *strigata*; but I believe I could detect a short 3rd on several specimens, hidden in the soft parts, closely pressed to the peculiar, rayless interspinous bone (* in Pl. II, fig. 1), the cartilage of which is fused to the one which bears the first ray of the 2nd dorsal fin; I imagine therefore that most specimens will be as described, thus agreeing with *scutata* which has normally 3 apparent spines. More spines can sometimes be found however in *strigata*; I have before me a specimen from Amboina with 4 apparent spines, of which the two following on the dorsal spine are thin and fine, the next two of the usual form, with lancet-like, compressed point. In *A. punctulata* there are two apparent spines, as is usual in *strigata*; if it should prove — which I have not been able to determine — that there is another hidden spine, the above account will hold good generally for the genus *Amphisile*.

bone runs out into a fine point which reaches to above the articulation between the 2nd and 3rd vertebræ.

The second interspinous bone is somewhat in the form of a *T* (Pl. II, fig. 1, 2); a thin stem lies in front of the spinous process of the 2nd vertebra, a shorter, anterior *T*-arm towards the preceding interspinous bone, which however it does not quite reach, and a longer posterior arm which reaches to above the proximal end of the next interspinous bone. In *A. strigata*, where the spinous processes are pressed against the neural arches, the stem and the anterior *T*-arm are almost in contact with one another.

The interspinous bones 3 and 4 are much stronger, especially 4; they are on the whole the strongest of all the interspinals and appear remarkably heavy in proportion to the thin spinous processes on which they rest; only the proximal part of each is seen distinctly and is for the most part rod-shaped, the remaining part of both is included in and concealed in the large dorsal spine. In all the interspinous bones mentioned as well as in those to be described below, there is a cartilaginous axis through the stem; it is specially thick in these two, 3 and 4. If a cartilage stain is used (methyl-green) we can follow the cartilaginous axis of these two in *A. scutata* almost to the end of the large dorsal spine (cf. Pl. II, fig. 1). It is thus certain that in *A. scutata* the spine represents two interspinous bones, 3 and 4. The same is the case in the other two species, but here the double nature is also visible externally in the already described longitudinal suture or groove which divides the spine into an upper and a lower part (cf. Pl. I, fig. 2).

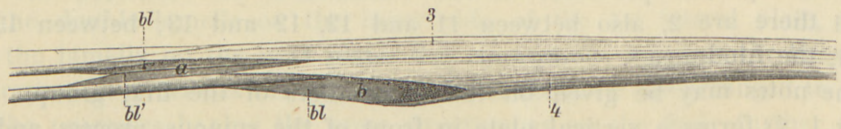


Fig. 4.

Amphisile strigata Part of the interspinous bones 3 and 4. *bl*, *bl'* the blade-like portions of the bones; *bl'* anterior, *bl* posterior. *a* situation of the *Musculus erector*, *b* of the *M. depressor* for the spinous ray.

Closer investigation of the interspinous bones 3 and 4 shows, that their structure differs greatly from the usual type more in appearance than in reality. The latter is generally described as dagger-shaped, the laterally compressed blade having on each side a raised longitudinal keel or ridge, separating the anterior muscles (M. anterior s. erector) from the posterior muscles (M. posterior s. depressor) of the ray and at the same time enlarging the surface of attachment of the muscles; through the centre of the spine runs generally a rod-like cartilaginous axis. A glance at Text-fig. 4 of *A. strigata* will show (the same can be seen though less distinctly in fig. 1, Pl. II of *A. scutata*), that the blade part *bl* is present lying fairly close behind the point of the spinous process to which these interspinous bones are attached; on 3 however, only the posterior part of the blade *bl* is present; the

hind margin of this is joined to the front margin of the blade *bl'* of 4 (a similar condition is also found in many other bony fishes between more or fewer, sometimes all the interspinous bones); on the other hand, the hind margin of the posterior part of the 4th interspinous bone is not in contact with any following interspinal. In the remaining, distal part the usual interspinal form is now greatly altered; the longitudinal keels (i. e. the continuation of the rod-like proximal part) extend out in both into the skin and there broaden out so as to be mutually in contact and form the previously mentioned longitudinal suture (in *scutata* this disappears through fusion); on 4, further, the broadened part bends round and fuses with the hind (ventral) margin of the blade *bl.* In this way the bed both for the anterior and posterior muscles of the spinous ray which is articulated to the dorsal spine is covered over. The dorsal spine thus comes to enclose two canals, an upper (anterior) and a lower (posterior) on each side; these canals are very narrow but contain in the greater part of their length only the long thin

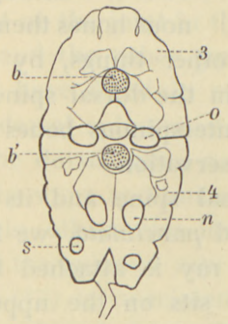


Fig. 5.

Amphisile scutata. Cross-section through the dorsal spine. *3*: third interspinous bone, *b* its cartilaginous axis; *4*: fourth interspinous bone, *b'* its cartilaginous axis; *o*: canal for tendon of M. erector, *n* for M. depressor; *s*: canal for lateral line.

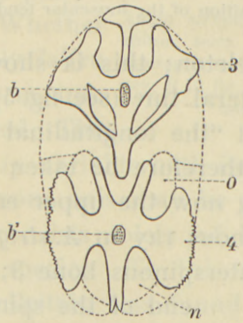


Fig. 6.

Centriscus scolopax. Cross-section of the upper ends of interspinous bones *3* and *4*. Letters as in fig. 5. Dotted lines indicate circumference of the parts which would bring about agreement with the condition in *Amphisile*. *3* and *4*, Cross-section of longitudinal keels on the 3rd and 4th interspinous bones.

tendons of the respective muscles; the muscles themselves chiefly occupy the space indicated by a and b (which is covered over outwardly by the dermal armour) and extend only a short distance into the beginning of the canals. On transparent specimens of *A. strigata* the muscles can be seen quite distinctly without preparation under the exoskeleton. The cross-section (fig. 5) will possibly show the main characteristics better than any further description. It shows how the upper canal (*o*) is formed by both of these interspinous bones, whilst the lower (*n*) is only formed by the 4th. Fig. 6 shows for comparison a cross-section through the upper part of the two corresponding interspinous bones in *Centriscus scolopax*, and gives an indication of the bony parts which could produce the condition characteristic for

Amphisile. Fig. 5 is of *A. scutata* in which the movable spinous ray is lacking and the muscles belonging to it being superfluous are atrophied; but, in the main features, even down to details, the cross-section agrees with that of *strigata*, except that in the latter the line of division between the two fused interspinous bones is much more distinct; in several cross-sections it is only seen right in the middle between the two upper canals, sometimes also on the one or the other side; it is thus made somewhat more distinct in the figure than it usually appears in this species. This figure also shows that the bony mass of the dorsal spine has quite a complicated structure which I have not succeeded in fully clearing up; it is clear, however, that the peripheral portion of the bony mass does not belong to the interspinous bones themselves but arises from the exoskeleton; this is shown, amongst other things, by the fact that the canal for the lateral line (see fig. 5) is enclosed in the dorsal spine. The statement made above that "the longitudinal keel of the interspinous bones broadens out in the skin" must therefore be taken with some reservation.

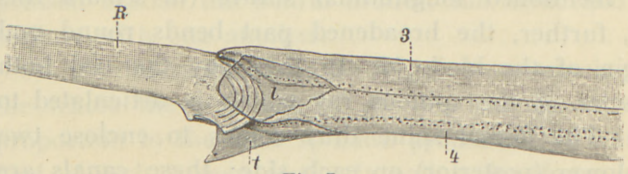


Fig. 7.

Amphisile strigata. End of the dorsal spine with spinous ray *R*, lateral bony piece *l* and spinous piece *t*. The dotted lines indicate the position of the muscular tendons.

Considering now the upper end of the dorsal spine and its connection with the movable spinous ray in *A. strigata* (fig. 7) and *punctulata*, we find that there is no ray to the interspinous bone 3; the spinous ray is attached to 4. The lower end of the spine is cleft and sits on the upper, wedge-shaped end of this interspinal (fig. 8); on each of the lateral surfaces of the wedge we find a series of 5—6 concentric, half-circular, very sharply marked ridges (figs. 8, 9); into these fit very exactly corresponding ridges on the inner surface of the cleft of the spinous ray. This arrangement excludes all other kinds of movement than one in a vertical plane, but on the other hand makes the joint unusually firm and steady; the joint is further supported by the small plate *l* (fig. 7) which covers both sides of the end of the interspinous bone and a part of the base of the ray. On the side of this plate which covers the ray we find some slightly raised, circular ridges and others corresponding to these are seen on the outer surface of the base of the ray. The angle through which the ray can move is not very large; in an upward direction the ray can only turn until it is almost in line with the dorsal spine, downwards so far that it lies almost parallel to the small spine *t* (fig. 7). It is probable that the fish can at will fix the spinous ray immovably at any point between these limits; the joint is indeed of the same type as the corresponding articulation in *Centriscus*, where W. SØRENSEN (32) has distinguished it as a "stop-joint".

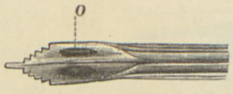


Fig. 8.

Amph. strigata. Hind end of dorsal spine, seen from below; spinous ray and spinous piece *t* (fig. 7) removed; *o*: opening for exit of tendon to M. depressor of spinous ray *R*.

The tendon of the elevating muscle (M. anterior s. erector) passes out between the ends of the interspinous bones 3 and 4 and is attached to the base of the ray above the cleft; the tendon for the flexor, M. posterior s. depressor, passes out through a separate opening on the under side of the interspinal 4 (see fig. 8), but is covered below by the broadened base of the plate *t*; the tendon is attached to a small process at the base of the ray. Fig. 8 shows this part of the interspinous bone 4 seen from below. The end of this is hollowed out, spoon-shaped on the under surface; at the bottom of the spoon opens the canals for the depressor muscles; to its margin is apposed the margin of the spinous piece *t*; the tendon passes out to the ray between this and the interspinous bone.

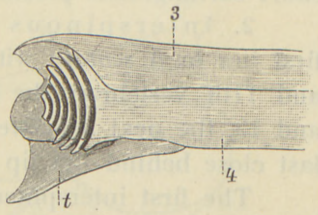


Fig. 9.
Amph. strigata. Hind end of dorsal spine, seen from the side. *3*, *4* interspinous bones *3* and *4*; spinous ray, *R* in fig. 7, removed as also the lateral piece *l*.

In *A. scutata* the various parts composing the spine have become unrecognisable through fusion; not only, further, is an articulated spinous ray wanting, but also the special pieces, lateral plate *l* and the spinous piece *t* which are present at the joint in the other two. Whether the spinous ray and the other parts have simply fallen out in *scutata*, or have fused in rudimentary form into the point of the dorsal spine must be left unsettled. The extreme end of the dorsal spine seems to me very variable both in outer form and inner structure; in some specimens the cartilaginous axis may be detected almost right to the tip, in others the last 1—2 mm. consists solely of bony substance, reminding one of the spinous ray in the other species. To this must be added, that HILGENDORF (17) in specimens from New Britain has found a small spine under the tip, ca. 1 mm. from this, obviously the same small spinous piece *t* which is characteristic of the other two species. I may mention that Hilgendorf considers these specimens as a special species, which he calls *A. finschii.*

In the second group of interspinous bones (cf. Pl. II, fig. 1, 5, 6, 7), the three which are placed in front of the spinous processes 7, 8 and 9 are long and thin and extend as stays through the membrane of the first dorsal fin; in *scutata* all three, in *strigata* the two seen externally, have a distal compressed part more or less lancet-shaped (but the form is not very constant). These stays have hitherto been generally regarded as spinous rays, both by the few authors who have seen that they extend right in between the spinous processes, and by the majority who have kept to the outward appearance. With a cartilage stain or simply under the microscope the cartilaginous axis can be seen running out more or less to the tip; as far as the cartilage reaches, at any rate, there can be no talk of anything but interspinous bones, but the condition in *Centriscus* (see later) seems to indicate that the hard, shining and solid lancet-point beyond the cartilage may be regarded as a short spinous ray fused with the interspinous bone.

The interspinous bone in front of the spinous process 10 has no ray (fig. 1, Pl. II); proximally it has the same appearance as the foregoing, but distally it ends

in a fairly large cartilage; this is fused to the cartilaginous ends of the succeeding interspinals. All the interspinous bones so far mentioned are unisegmented; the succeeding which support the rays of the 2nd dorsal fin are bisegmented, but their distal joint is cartilaginous. These interspinous bones, whose arrangement between the spinous processes was described above, have the usual form but end distally in cartilage; so far as I could see, the cartilaginous ends are fused into one compressed plate in the whole group; but to this plate are articulated separate, terminal, short cartilaginous pieces which are enclosed in the base of the rays.

2. Interspinous bones of the anal fin. These are 10 in number. The first lies in *A. scutata* with its proximal end between the hæmal spines of the 10th and 11th vertebræ; the following 3 lie between the tips of the hæmal spines 11 and 12, the next 3 between 12 and 13, the following 2 between 13 and 14 and the last close behind the tip of 14.

The first interspinous bone is larger and broader than the others; it is connected with the first two rays (but is certainly single, as it has but one cartilaginous axis); the hindmost is short, broad distally and in connection with the two posterior rays; otherwise each interspinous bone corresponds to one ray, but alternate somewhat in position with these. All the interspinous bones are distally cartilaginous. The cartilaginous parts are closely united, but quite clearly not fused; they support a small, terminal cartilaginous piece for each ray and are thus bisegmented[2].

The rays in the 2nd dorsal fin are all simple, non-articulated, as also in the anal in *scutata* and *strigata*; in *punctulata* on the other hand I find that some few of the rays in the anal fin are provided with a single or a few joints.

The rays of the caudal fin are the same in all 3 species: only the uppermost and the lowest small, supporting rays as also the uppermost and the lowest of the long rays are unjointed, all the others are distinctly jointed. The number of rays in the unpaired fins I find in my material to be: *A. scutata*: D. 3/10—12; C. 1 + 4 + 5 + 1*; A. 12—13. *A. strigata*: D. 3/10—11; C. 1 + 4 + 5 + 1; A. 11—12. *A. punctulata*: 3/10—11; C. 1 + 4 + 5 + 1; A. 12.

The cranial skeleton. The skull in agreement with the whole form of the fish is narrow and compressed. The most striking characteristics are the great prolongation of the snout and the development of a part of the preopercular to form a high, thin, transparent plate which covers the anterior part of the ventral margin of the trunk under and in front of the gill-cover.

Viewed from above the only bones of the skull to be seen are the supraoccipital, the frontals, nasals, mesethmoid and the vomer. The mesethmoid is almost completely covered by the anterior ends of the frontals so that only a very small part of it is visible; the supraoccipital projects far forwards between the two frontals and has posteriorly an occipital process. Viewed from the side (fig. 10) we

* 1 indicates the short supporting ray, 4 the rays attached to the upper, 5 those on the lower hypural bone.

observe behind the orbit, in addition to the supraoccipital (*so*) and the frontals (*fr*), a small postfrontal (*pf*), a large pterotic (squamosal, *sq*) and a small posttemporal (supraclavicular I, *pt*). The last is attached by a wedge-shaped suture to the pterotic, the only bone with which it enters into contact on the side, whereas on the posterior aspect of the skull it extends upwards to the epiotic (fig. 11). The epiotic (*ep*) is not visible from the side; it is covered here by the frontal, which by means of a prolongation reaches right back to the posterior surface of the

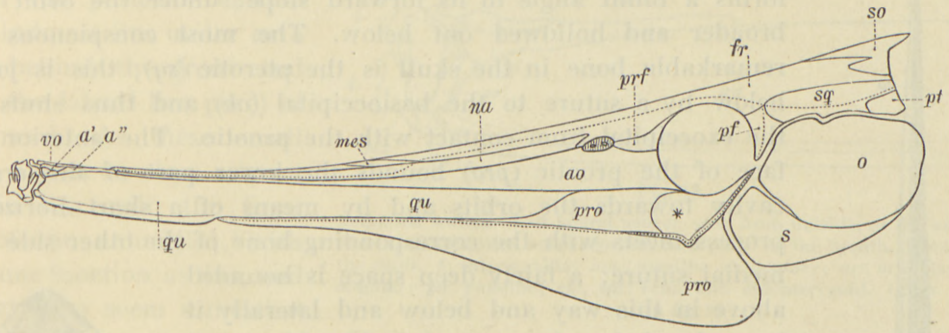


Fig. 10.

Amphisile scutata. Skull from the left side. *so*: supraoccipital; *pt*: posttemporal (supraclavicular I); *sq*: pterotic (squamosal); *fr*: frontal; *pf*: postfrontal; *prf*: prefontal. *mes*: mesethmoid; *na*: nasal; *ao*: antorbital; *a'*, *a''*: detached parts of the same; *qu*: quadrate; *pro*: preoperculum; *o*: operculum; *s*: suboperculum. The dotted line indicates the canal for the lateral line.

skull, projecting in between the pterotic and the supraoccipital; a slightly shorter prolongation is sent by the frontals into the supraoccipital. The triangular piece of the supraoccipital thus included between these prolongations of the frontals might very easily be taken for a separate bone (thus by STARKS (30) who describes it as belonging to the epioticum). Parietals are wanting; also opisthotics. On the part of the skull lying in front of the orbits we have, in addition to the frontals, a small part of the prefrontals (*prf*) between the nasal openings and the orbits; the remainder of the prefontal is covered by the large ant- or preorbital (*ao*) which is triangular in shape and anteriorly sharply pointed. This has a sharp border below for a very long distance, a small curved incision above for the nasal openings and is connected otherwise by a long suture to the nasal (*na*), which is sutured at its long anterior end to the vomer, but does not reach quite to the extreme end of the latter bone. The anterior half of the nasal is pierced by a canal for the lateral line in continuation of the canal which passes through the frontals; of the remaining bones the postfrontal and the pterotic also contain a lateral line canal.

On the posterior aspect of the skull (fig. 11), the two epiotics (*ep*) meet together for quite a short distance round the foramen magnum and thus exclude the supraoccipital (*so*) from the latter; we see further the exoccipitals (*eo*), attached laterally by a suture to the posttemporals (*pt*), of which much more is seen than from the lateral aspect; on the lower, inner border of each exoccipital, close to

the basioccipital articulating surface, we find a narrow, deep groove (*gr*) for articulation with the articulating process of the first vertebra. On the posterior surface of the skull in *A. strigata* are very deep hollows, much deeper than in *scutata*; the exoccipitals especially, with the adjoining parts of the posttemporals, have deep hollows surrounded by sharp margins.

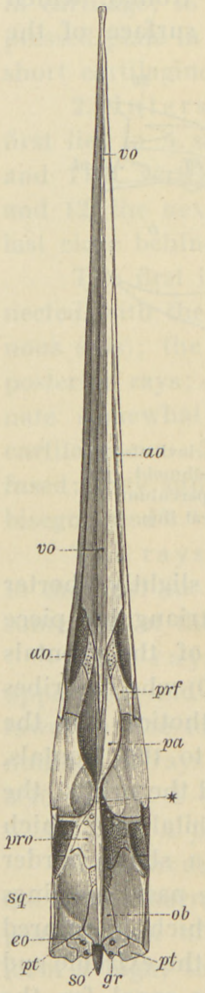


Fig. 12.
Amphisile scutata. Skull seen from below. *pa*: parasphenoid; *ob*: basioccipital; *pro*: prootic. Other letters as in figs. 10 and 11.

The under surface of the skull (fig. 12) most posteriorly is flattened, but soon becomes angular; at * the parasphenoid (*pa*) forms a blunt angle in its forward slope; under the orbit it is broader and hollowed out below. The most conspicuous and remarkable bone in the skull is the pterotic (*sq*); this is joined below by a suture to the basioccipital (*ob*) and thus shuts out the exoccipital from contact with the prootic. The anterior surface of the prootic (*pro*) bounds the lower part of the cranial cavity towards the orbits and by means of a short horizontal process meets with the corresponding bone of the other side in a medial suture; a fairly deep space is bounded above in this way and below and laterally it is enclosed by the parasphenoid. The recti inferiores muscles of the eye are attached in this, i. e. *Amphisile* has a distinct indication of a "myodome"; it is however not continued far back like a true "eye-muscle canal", as is the case in *Centriscus* (cf. later under this species); apart from this the conditions are the same in both species. A small alisphenoid and probably a small orbitosphenoid are present as in *Centriscus*. Under the broadened, concave part of the orbital portion of the parasphenoid lies the posterior, finely pointed end of the vomer (*vo*); slightly in front of the prefrontals (*prf*) — where the cartilaginous portion of these passes over into the mesethmoid — the vomer increases greatly in breadth, and from there, accompanied in the beginning by the cartilaginous mesethmoid, later alone, forms the beak-like anterior part of the skull. The under surface of the vomer is channelled; the lateral edges are (somewhat) thickened; along these edges are attached the mandibular suspensorium, whilst the concave lateral surfaces above the margins are covered by the nasals. Under the broad posterior part of the antorbital bone (*ao*) lies the anterior portion of the preopercular muscle (*M. adductor mandibulæ*) and the long, thin tendon of this muscle is covered by the remaining lower, very thin and transparent edge which extends slightly out over the edge of the vomer; the anterior end of the tendon, almost right to its attachment to the upper and under jaw, is

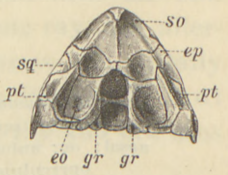


Fig. 11.
Amphisile strigata. Posterior surface of the skull. Letters as in fig. 10. *gr*: articulating grooves on exoccipitals for articulation with 1st vertebra.

covered by some small, thin bony plates (fig. 10 and 13 *a' a"*), which form a continuation of the antorbital. These occur in somewhat varying number: in *A. scutata* I have as a rule found 2 on each side, most frequently (*a' a"* as the figs. show) the first is quite short, the posterior longer, rarely the reverse; in *A. strigata* I find as a rule 4 on each side; in a specimen of *A. punctulata* 2 on the left, 3 on the right side, in another 3 on the right, 4 on the left side. In all the posterior end of the hindmost lies under or a little behind the front end (with the lateral line pore) of the nasal. As these small bones appear in close contact and in line with the front end of the antorbital, with the same function as this, and as they also seem somewhat inconstant in number, in two of the species often different on the two sides, we may well consider them as disconnected parts of this bone. They seem to me to have special interest as they give us the key to understand the relatively much larger bones, which occur in the true *Lophobranchii* in quite a similar position.

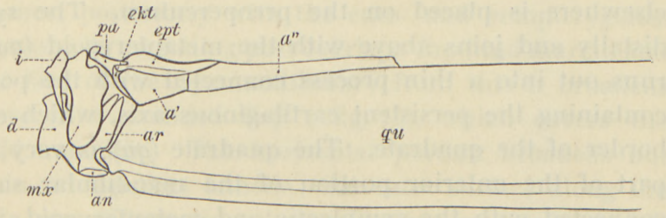


Fig. 13.

Amphisile scutata. Left lateral aspect, seen from outside, of the anterior end of mandibulary suspensorium and parts of the mouth, freed from the skull. *i*: intermaxilla; *mx*: maxilla; *d*: dentary; *ar*: articular; *an*: angular; *pa*: palatine; *ekt*, *ept*: ecto- and entopterygoid. Other letters as in fig. 10.

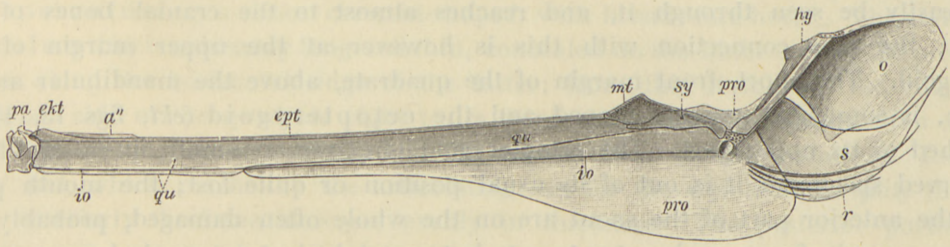


Fig. 14.

Amphisile scutata. Mandibulary suspensorium and opercular bones with the 4 branchiostegals, right side, seen from within. *hy*: hyomandibular; *sy*: symplectic; *qu*: quadrate; *ekt*, *ept*, *mt*: ecto-, ento- and metapterygoid; *pa*: palatine; *a"*, *see* figs. 10, 13; *io*: interoperculum; *pro*: preoperculum; *o*: operculum; *s*: suboperculum; *r*: branchiostegals.

The true mouth-parts (fig. 13) are small. The intermaxilla (*i*) has a distinct, though weak, ascending branch; the maxilla (*mx*) is relatively of fair size and as elsewhere in the bony fishes supported above by a process from the palatine (*pa*). The lower jaw is composed of the usual 3 parts on each side: the articular (*a*) and dental (*d*) which together form a high ascending process for the attachment of the tendon of the *M. adductor mandibulæ*, and a small angular (*an*), which is connected with the interoperculum as is usual by a ligament. At the front end of the dental there is a blunt or sometimes a quite pointed hook directed downwards.

Of the suspensorial parts of the jaws (fig. 14) the hyomandibular (*hy*) is of good length, slender, with a wing-like broadening along the upper part of the inner margin; it is directed obliquely from before backwards and is obviously very firmly connected with the skull; at its lower, cartilaginous end it is connected by connective tissue with the cartilaginous, proximal end of the symplectic (*sy*) and forms with this the upper border of the articulating socket for the stylohyal, which elsewhere is placed on the preoperculum. The symplectic (*sy*) becomes broader distally and joins above with the metapterygoid (*mt*), whilst below and in front it runs out into a thin process connected with the posterior end of the quadrate and containing the persistent cartilaginous axis, which continues directly into the lower border of the quadrate. The quadrate (*qu*) is very long and constitutes the largest part of the anterior portion of the mandibular suspensorium. Its posterior end, connected with the symplectic and metapterygoid, is somewhat pointed; otherwise its upper and lower margins are almost parallel; its lower margin, which is thickened to form a ridge, is for a long distance connected with a ridge on the inner surface of the preoperculum; at the termination of the latter the lower margin of the quadrate becomes a sharp and thin edge, whilst a ridge on the inner surface continues the thickened part right to the articulation with the mandible. The sharp edge lying below this ridge is fairly long in *A. scutata*, much shorter in the other two species. The outer surface of the quadrate is cylindrical, arched and sculptured; the inner surface is concave and the whole bone has thus the form of a half-tube; the upper, thin margin folds over the entopterygoid (*ept*), which can easily be seen through it, and reaches almost to the cranial bones of the snout; the true connection with this is however at the upper margin of the pterygoid. The short, front margin of the quadrate, above the mandibular articulation, is somewhat crescent-shaped and the ectopterygoid (*ekt*, figs. 13, 14) is attached to its upper part. The ectopterygoid is extremely small; in most of the preserved specimens it is out of its usual position or quite lost; the mouth parts and the anterior part of the snout are on the whole often damaged, probably not always or only from careless treatment, but certainly just as much because some of these thin and delicate parts are easily broken or displaced by the contraction of the mandibular muscles and the shrinking of their long tendons in alcohol (or on dying?). The entopterygoid (*ept*) is a long and narrow, quite thin bone with almost parallel margins; it lies along the whole upper margin of the quadrate, being covered on the outer side by this bone except quite in front, where the entopterygoid is much thickened and on the outer side has an overhanging margin which is connected with the upper margin of the first of the small infraorbital bones (*a' a"*, fig. 13). The whole of its upper margin is connected — under the edge of the preorbital — with the margin of the snout, i. e. with the vomer; with the thin, partly cartilaginous (or with but a very thin bony sheath) posterior end it touches the metapterygoid.

The metapterygoid (*mt*) is fairly large, connected in addition to the

entopterygoid with the quadrate and symplectic; its inner surface is very concave; its upper margin is arched and somewhat bent inwards; it is very firmly attached to the ethmoid and vomer.

The palatines (*pa*) in *A. scutata* are extremely short, in the other two species somewhat longer, especially in *A. punctulata*; a small knob-like process projects forwards from the anterior end over the maxilla; on the inner side it is articulated with the anterior end of the vomer, posteriorly with the ento- and ectopterygoids.

The preoperculum (*pro*) along its ascending part overlaps the hind margin and a great part of the outer lateral face of the hyomandibular; from this it broadens out on the cheek under the eye in a rounded flap (* fig. 10), which covers the origin of the cheek muscle (add. mandib.). The horizontal portion broadens out below and posteriorly into a thin, transparent lamella; the outer surface along the canal for the lateral line bears a row of low, irregular projections or spines, which together form a kind of ridge separating the thin expansion from the somewhat firmer portion of the bone; at the corresponding place on the inner surface there is a true, but fairly low ridge which terminates at the deep, articulating cup for the stylo-hyal under the end of the hyomandibular. The anterior, evenly pointed portion of the preoperculum is attached for a long distance to the lower margin of the quadrate; in *A. scutata* it is considerably shorter than in the other two species.

The 3 bones of the gill-cover are present; the operculum (*o*) is oval with a projection on its lower margin; its external surface is marked by fine lines. The subopercul um (*s*) is almost crescent-shaped, with broad "fore-horn". The interoperculum (*io*) is extremely long and thin, concealed on the inner side of the preoperculum along the horizontal ridge of the latter; from this it follows the ridge on the inner side of the quadrate right to its front end, where by means of a short, thick ligament it becomes attached to the angular bone on the mandible. Its posterior end, which reaches to the articulating cup for the stylohyal, is quite thread-like; anteriorly the bone increases evenly in thickness. The posterior portion is sometimes interrupted by a short stretch of connective tissue.[3]

The hyoid arch (figs. 15, 16) is represented by the normal number of bones; it is short and extends backwards only to about the front margin of the hypobranchial of the first gill-arch. Its special character consists partly in the much shortened stylohyal (*st*), partly and chiefly, in the greatly developed lowermost hypohyal I (*hy I*), partly finally in a certain amount of displacement towards one another of the parts composing it. Viewing the arch from the outer side (fig. 15) the small, rounded stylohyal (*st*) is seen as if inserted in and surrounded by the epi- and ceratohyal. It has a head-shaped, rounded articulating surface for the above-mentioned articulating cup on the suspensorium; on the outer side it has a deep groove (* fig. 15) which is completed by the other two bones, the epi- and ceratohyal; this is filled by a short, thick ligament, which holds the hyoid arch to the preoperculum (and symplectic). Very little of the epihyal (*eh*) is seen from

this side, as its upper part is covered by the stylohyal; on the other hand, a great deal of the ceratohyal (*ch*) is to be seen; along with the hypohyal I (*hy I*) it forms the most of the hyoid arch to be seen from the outer side. When observed from the inner side, however, the epihyal is of good size (fig. 16) and connected anteriorly with a small hypohyal II (*hy II*) and with hypohyal I; posteriorly it covers the stylohyal, which is almost completely hidden; of the ceratohyal only a small part is seen (*ch*). The (in other fishes) upper hypohyal II ($hy\,II$) is very small; as in other bony fishes it is firmly attached by a ligament to the basis of the glossohyal. The lower hypohyal (*hy I*) is, as already mentioned, the largest bone in the whole arch, composing about half of its length; its front end is somewhat bent downwards (larger and stronger in *A. strigata* than in *A. scutata*); it is connected for a long distance with the corresponding bone of the opposite side, and a cartilaginous mass is found on the inner side of the anterior end. Cartilage is also present between the epi- and ceratohyal in the lower, thinner part of the posterior portion of the arch, further in the interior of the bones. In a depression on the outer side of the arch formed by the epi- and ceratohyal (fig. 15 **) and overhung by a projecting ridge are attached the 4 branchiostegals (see fig. 14). The hindmost (uppermost) of these is the strongest and largest, the first quite thin and short. A groove under the base of the curved front end of the hypohyal I is for the attachment of the strong ligament for the urohyal. This bone (Pl. II, fig. 1 *u*) is of a considerable size and is continued backwards in 2 very long, thin bones, each of which runs far back on the outer aspect of the clavicle of its own side and serves as tendon for the attachment of a feather-like muscle; the posterior portion of this muscle is attached to the postclavicle (*pcl*), whilst the fibres arising ventrally from the tendon are fixed along the outer side of the coracoid (*co*).

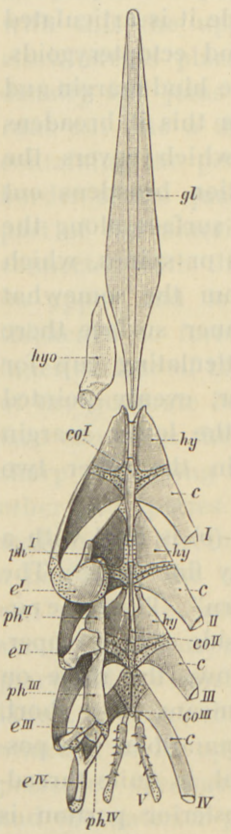


Fig. 17.
Amphisile scutata. Gill-arches seen from above; on the right side the hyoid and upper parts of the arches have been removed. *gl*: glossohyal; *hyo*: left hyoid; co^I—co^{III}: copulæ(basibranchials); *hy*: hypobranchials; *c*: ceratobranchials; e^I—e^{IV}: epibranchials; ph^I—ph^{IV}: pharyngobranchials.

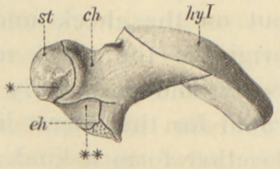


Fig. 15.
Amphisile strigata. Right hyoid arch, from the outer side. *st*: stylohyal; *ch*: ceratohyal; *eh*: epihyal; hy^I: lower hypohyal.

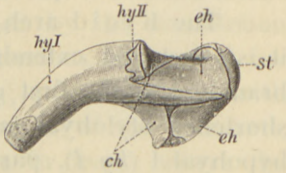


Fig. 16.
A. strigata. Right hyoid arch, inner side. Letters as in fig. 15. hy^{II}: upper hypohyal.

The glossohyal (entoglossal, lingual; fig. 17, *gl*) is very long, flat and thin; in *A. scutata* it is of the same length as the whole of the remaining portion of the gill-arches, in *A. strigata* even somewhat longer. Seen from above it is leaf-like,

elongated, oval, with narrow stalk-like base (this has on its under aspect a forked process directed forwards); the anterior end is cartilaginous and a cartilaginous axis is continued throughout the whole of its length. Behind this begins a continuous cartilaginous rod, which extends in between the front ends of the gill-arches IV; it contains 2 ossified copulæ (or basibranchials); the first (*co I*) arises on the ventral side in front as a spur and extends almost from the middle of the hypobranchials of arch *I* to near the middle of the hypobranchials of arch *II*; the second (*co II*) reaches to the posterior edge of hypobranchials *III*. There is no copula between the cartilaginous, basal ends of arch *IV*, which meet together in the middle line; but immediately behind these there is a small, unpaired piece of cartilage (*co III*), to which the cartilaginous, basal end of arch *V*, the lower pharyngeal, is attached.

The whole branchial apparatus is elongated, even the part lying above the pharynx; in consequence, all parts are more easily observed than is the case in many other fishes; any incompleteness or imperfection in the various parts in comparison with other fishes which might justify COPE's name "Hemibranchii" does not exist; in all essential regards it agrees with the condition in for example an Acanthopterygian such as *Sebastes*. The first three gill-arches each consist of 4 parts; the hypobranchial (*hy*) is short, broad; seen from above it is more or less distinctly 3-sided, largest in arch *I*, shortest in arch *III*; as is generally the case in other fishes the hypobranchial *III* has a forwards projecting process or keel on the under side; it is absent from arches *IV* and *V*. The ceratobranchial (*c*) is the longest bone, with cartilaginous upper and lower ends; ceratobranchial *IV* has a longer, lower cartilaginous end than the others, meeting directly with the corresponding part from the opposite side, thus taking the place of the absent hypobranchial *IV*. As is generally the case in bony fishes the ceratobranchial composes the whole of arch *V*; here it has proximally a small cartilaginous end, distally (upper) a fairly large, somewhat broadened cartilaginous end; the surface towards the pharynx is beset with teeth. The epibranchial (*e*) *I* is short, broad, with the upper thickened margin cartilaginous and extending over the outer margin of the pharyngobranchial *II*. The epibranchial *II* is somewhat curved over the throat; at the bend it sends out an upward process (an indication of a similar process is found on epibranchial *I*). The distal part lying over the throat ends in a rounded cartilaginous border connected with the pharyngeals *II* and *III*. Epibranchial *III* has a similar form, but its upward process is much longer and articulates with the corresponding process on epibr. *IV*; its distal main part ends in a cartilaginous border, connected with the adjacent pharyngeal *III* and also touches the pharyngeal *IV*; owing to the length of the

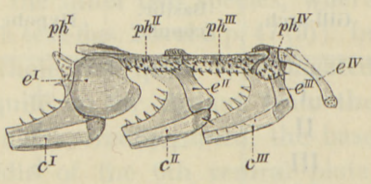


Fig. 18.
Amphisile scutata. Upper pharyngeal bones (ph^I—ph^{IV}) and epibranchials (e^I—e^{IV}), with the upper ends of the ceratobranchials (c^I—c^{III}); right side, seen from within and somewhat below. A portion of the mucous membrane with gill-rakers is also shown.

process mentioned above this epibranchial seems to be bifurcated. This is even more the case with epibranchial *IV*, which is much more slender than the foregoing epibranchials; its long process is directed obliquely forwards to connect with the process on epibr. *III*, whilst the distal (inner and longer) head-part is connected by a cartilaginous end with the corresponding pharyngeal and likewise touches the upper cartilaginous part of the pharyngeal in front. Of the 4 pharyngeals (ph^{I}—^{IV}, figs. 17 and 18) the one belonging to arch I is short, wedge-shaped and without teeth; in *A. strigata I* find that it is not bone but cartilage; the next 3 form together the epipharyngeals (upper "throat-bones"), and are beset on the surface towards the throat with a number of pointed teeth; the pharyngeals *II* and *III* are elongated, narrow, the group of teeth oval; pharyngeal *IV* is short, rounded, its tooth plate of similar form.

Of the gill-rakers it is mainly the outer (front) row which is well-developed; the inner (posterior) is quite wanting on arch *I*, is only indicated by some scattered parts on arch *II*, more numerous and more distinct on *III* and is most developed on *IV* (it is hardly necessary to say that it is absent on *V*). The outer or front row is specially long on arches *I*—*III*, much shorter on *IV*; they are flat, pointedly triangular, rod-shaped when seen in profile; their inner skeletal axes are not ossified on the anterior arches or but little ossified at the base; on *IV* the axes are ossified to a greater extent; the ossifications are not fused to the skeleton of the arch; on *V* a small row of 4—5 short gill-rakers is present distally in front of the teeth. The inner row of gill-rakers is, as above mentioned, weakly developed everywhere, and the rakers short and fine (easily overlooked between the numerous papillæ on the throat), but usually with a small bony axis, especially on *IV*, where however owing to the shortness of the gill-cleft they do not occur on the epibranchials[4].

The most important features of the branchial apparatus can be represented in tabular form as follows:

Gill-arch	Basibr. (copula)	Hypobr.	Ceratobr.	Epibr.	Pharyng.	anterior gill-rakers	posterior gill-rakers
I	+	+	+	+	+	+	
II	+	+	+	+	+	+	(+)
III		+	+	+	+	+	+
IV	(+)		+	+	+	+	+
V			+			+	

The shoulder girdle (Pl. II, fig. 1 and text-fig. 19) has been very carefully and correctly described by STARKS (30, pp. 633—34) in *A. strigata*. On one point only, but that a fairly important point, Starks has misunderstood the conditions; he states namely (p. 634): "The hypercoracoid (scapula here, *sc* in fig. 1, Pl. II and

fig. 19) does not nearly contain its foramen, but is assisted above by the inner plate of the clavicle"; and with this his figure 6 also agrees. The true condition I have shown in the figure of *A. scutata*. We see here that the large, oval foramen is quite surrounded by the scapular alone, as elsewhere in the bony fishes. Starks' error has possibly arisen from investigation of a dried specimen, in which the anterior, extremely brittle and almost unossified boundary of the opening has fallen out. As in many other fishes the coraco-scapular cartilage has been preserved to such an extent that there is but a small ossified portion, in parts exceedingly thin, outside it. The whole of the inner part of the scapula is cartilaginous and the cartilage on the front, upper corner is quite uncovered by bone; from the boundary between the scapula and coracoid the cartilage extends into the latter as a broad triangle, continuing from the lower angle as a thin axis across the horizontal part and increasing evenly in thickness towards the clavicle, where finally the anterior end is quite cartilaginous. The horizontal part of the coracoid unites so firmly with its fellow of the other side, that they give the impression of having grown together; obviously a result of the extremely compressed condition on the ventral side of the fish. The ridge *l* on the clavicle, to the hindmost part of which the scapula is attached, continues under the scapula right to the posterior end of the portion of the clavicle visible externally (*cl*, fig. 1, Tab. I).

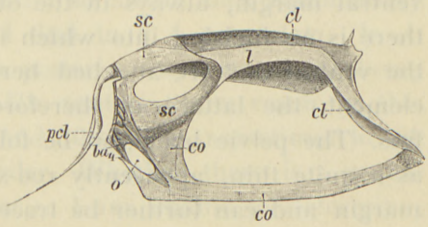


Fig. 19.
Amphisile scutata. Left pectoral arch, seen from within; supraclavicular removed. *cl*: clavicle; *l*: ridge on clavicle; *sc*: scapula; *co*: coracoid; *pcl*: postclavicle; *ba4*: lowermost basal; *o*: foramen.

Fig. 19 shows likewise that the postclavicle (*pcl*) has essentially the same form as in *A. strigata*, but is much shorter. In *A. strigata* it extends backward beyond the pelvis as far as the posterior margin of the 8th ventral plate.

In *A. scutata* there is an oval opening *o*, bounded partly by the coracoid, partly by the very considerable, lowermost (4th) basal (*ba4*). The part of the clavicle visible externally is longer in *scutata* than in the other two species, where it also has a somewhat different form (cf. Pl. I, fig. 1 with text-figs. 2 and 3 p. 47 (9)). In the other two species the shoulder girdle is on the whole not quite so elongated as in *scutata* and the pectoral fins are therefore not quite so far distant from the gill-opening as in the latter; as Lütken (24a, p. 216) has correctly stated, the base of the pectoral lies in *scutata* (almost) above the middle of the 6th ventral plate, whilst in the other two species it is (almost) over the boundary between the 5th and 6th[5].

The number of rays in the pectoral fin I find to be 11 in *A. strigata*, 12 in *A. punctulata*, 10 in *A. scutata* (though 11 in one of 11 specimens); in addition, there is in all 3 species a small, quite rudimentary ray at the upper border of the base of the pectoral. In a single specimen of *scutata*, further, there was on the left side 1 more rudimentary ray above and on the right side 1 rudimentary but

longer ray at the lower edge, in addition to the 10 rays developed. All the rays are unbranched, but finely threaded at the ends (the same applies to the rays of the ventrals and the other fins). The uppermost rays are the longest and strongest in all the species; the breadth of the rays decreases evenly towards the lower margin; the lowermost ray and the uppermost 2—4 are quite unarticulated, the remainder distinctly articulated though in extremely varying degree.

The pelvic bones (fig. 20) can be seen in all the species through the sharp ventral margin, always in the 8th ventral plate. On the lower edge of the latter there is an incision into which is fitted the lower margin of the pelvic bone, and the ventral fins are attached here; if this plate is fused below with an unpaired element, the latter can therefore not extend any further back than to the ventral fins. The pelvic bone can be followed from this place, directed obliquely forward, as a quite thin, apparently rod-shaped process up through the transparent ventral margin and can further be traced more or less distinctly higher up, crossing the rachis of the 8th plate; its upper end is not as a rule seen through the skin, as it is hidden in the muscular mass. In *A. strigata* it seems to be placed in a somewhat more vertical position than in the other two species and may lie almost parallel to the above-mentioned rachis.

Fig. 20. *Amphisile strigata*. Left pubic bone, seen from outside.

Closer examination shows that each half of the pelvics greatly resembles a fin-ray; it is a quite thin and narrow bone, broader at the base and here with a cartilaginous lower edge, to which the ventral fin-rays are attached; the cartilage continues from here as a thin axis through the whole bone, the upper end of which again is cartilaginous. The portion of the bone which surrounds the cartilaginous axis is somewhat thicker and thus more prominent than the remaining, thinner surface; it separates — like the muscular ridge on an interspinous bone — the anterior and posterior muscles (or muscular tendons) for the rays of the ventral fins. In *A. strigata* (and probably also *punctulata*) the whole pelvic bone is somewhat broader than in *scutata*, where it is extremely narrow. Long muscular tendons lie, as above mentioned, along the anterior and posterior lateral surface, separated by the faint axial thickening, and also on the inner side of the half facing forward — thus between the two halves of the pelvics (corresponding to the ventral musculature on the pelvics of a typical fish). The muscular fibres which move the rays of the ventral fins by means of these tendons form a muscular mass, which as mentioned above hides the upper ends of the pelvic bones, and the main portion at any rate takes its origin from the inner wall of the abdomen. This pelvic region thus seems quite different from that of all other bony fishes in regard to position, form and arrangement of the muscles. The position and something of the form will however be found again in *Centriscus*. The large amount of compression suffered by the abdomen in *Amphisile* has obviously influenced the form and position of the pelvic region and thus made it

expedient that the musculature should for the most part move out to the inner surface of the abdominal armour[6].

The ventral fins are coalesced along their inner margin as in the Gobies. The number of rays is 5, 1 spinous and 4 soft, but unarticulated and unbranched rays; these naturally are distinctly composed of paired parts in contrast to the spinous ray. The spinous ray is very fine, much shorter than the other rays, sometimes of different length on the two sides (in a ♂ of *A. strigata* I find it half as long on the left as on the right side); it may be so small, half rudimentary that it is difficult to find; this is the condition I find in 2 *A. punctulata.* In *A. strigata* the males have long ventral fins the two posterior rays especially being long; the ventral fins, which are placed on the 8th ventral plate, reach in this case to or beyond the boundary between the 9th and 10th plate, sometimes to the middle of the latter or even to its posterior border. Whether there is a sexual difference in the ventral fins in the other two species I am unable to determine; I do not think so however and in any case it will scarcely be obvious. In 10 specimens of *A. scutata* before me the variation in length of the ventrals is quite unimportant and in 11 *A. punctulata,* which I have examined with regard to this point, I likewise find but little variation; I find that the fin never reaches beyond the 9th ventral plate. That specimens of *A. strigata* with long ventrals are really ♂, as stated by earlier authors, I have had the opportunity to confirm by the examination of one specimen[7].

Remaining anatomical features.

With regard to the anatomy of the soft parts I shall restrict myself to some few remarks, as my investigation was chiefly concerned with the osteology; the remaining organs have only received occasional attention.

The character of the musculature is in high degree determined by the stiff armour. The lateral muscles have for a great part disappeared; only the dorsal portion is fully preserved. The part of this which lies on each side along the elongated, anterior vertebræ, above the attachment of these to the ridges on the lateral plates, are attached in front to the skull, very firmly especially to the supraoccipital, by means of a thick tendinous mass, which further back divides into two long tendinous strips along the upper border of the muscles; the whole of this muscular part probably represents a number of muscular segments corresponding to the 5—6 vertebræ and we find also, that it is penetrated longitudinally by ca. 10 long, shining tendinous strips, which seem parallel but in reality converge posteriorly at very pointed angles, whose apices lie near the limit of the movable part of the spine and somewhat further back. The muscular mass is specially tendinous along the ventral edge of this region and constantly more tendinous the more we approach the movable part of the vertebral column; the tendons are fixed to the transverse processes of the posterior, movable abdominal vertebræ and those of the anterior caudal vertebræ. The dorso-lateral muscles,

which belong to the unarmoured portion of the vertebral column, are segmented, as is the rule in fishes, and provided with strong tendons attached to the transverse processes of these vertebræ. The ventro-lateral muscles are only completely developed in the same region; further forward there is but a weaker part which extends forward under the armour towards the posterior end of the swim-bladder; the uppermost portions of this also have strong tendons, attached to the transverse processes of the 2 hindmost abdominal vertebræ. Otherwise the whole abdominal wall within the armour is reduced to a thin membrane.

The musculature for the anal, 2nd dorsal and caudal fins is well-developed; in the last the muscles to the lowermost ray on the upper hypural bone and to the uppermost ray on the lower hypural are specially strong. On the other hand the muscles for the 1st dorsal fin are atrophied, as true rays are wanting with exception of the spinous ray in *punctulata* and *strigata*; the two pairs of muscles for this ray have already been described.

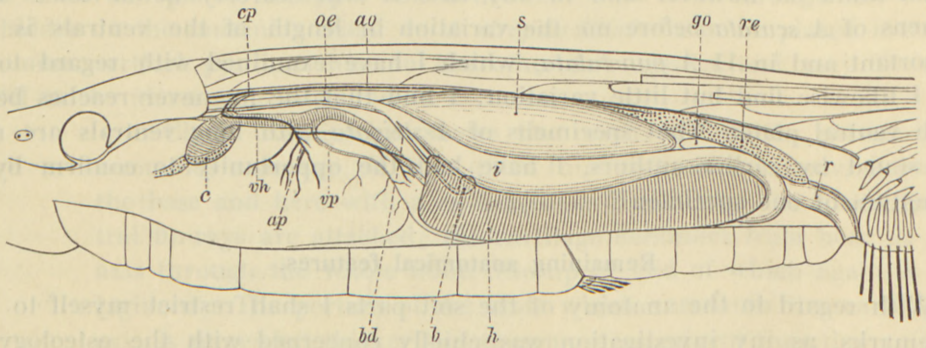


Fig. 21.

Amphisile scutata. Viscera seen from the left side. *ao*: aorta; *c*: heart; *ap*: artery of left pectoral fin; *cp*: left posterior cardinal vein; *vh*: hepatic vein; *vp*: vein of left pectoral fin; *oe*: oesophagus (and stomach); *i*: intestine; *r*: rectum; *h*: liver; *b*: gall-bladder; *bd*: bile-duct; *s*: swim-bladder; *re*: kidney; *go*: ovary.

I may add, that the arrangement of the musculature can in the main be studied without preparation, being seen through the skin.

The muscles seen through the skin over the base of the 1st dorsal fin do not belong to this, but to the 2nd dorsal; most of the fibres are collected in a flat tendon to the uppermost interspinous bone (* fig. 1, Pl. II) of the latter.

The muscles for the pectoral fins are specially strong, corresponding to the considerable size of the pectoral girdle. The musculature of the pelvic region was described above, as also the muscle of the long tendon to the urohyal; the posterior, strong part of this is attached with its dorsal fibres to the postclavicle.

The pharynx is well provided with papillæ of fairly considerable size.

There are 4 complete gills on each side (i. e. a double row of laminæ on each of the arches I—IV) and a large pseudobranchia; the last is placed along the posterior border of the hyomandibular and is composed of numerous, well-

developed laminæ in a single row. There is a distinct cleft between the hindmost, gill-bearing arch (IV) and the lower pharyngeal bone (V), surrounded on both margins by gill-rakers (cf. above, p. 66 (28)).

Behind the gullet the alimentary canal (fig. 21, 22) is at its beginning, between the spinal column and the pectoral arch, a horizontal, narrow, muscular tube (*oe*); under the front end of the swim-bladder it bends downwards somewhat and at the same time widens evenly; here the strong musculature suddenly ends; on the inner side the numerous, strong longitudinal folds, which characterize this part, likewise cease; the continuation of the canal increases regularly in circumference — like a spindle — becomes quite thin-walled, provided on the inner surface with much less numerous, lower longitudinal folds often connected to form a network. The canal continues still with the same shape under the swim-bladder, narrowing somewhat, as far almost as the posterior end of the abdominal cavity; here it bends over to the right side, passes forwards, bends again — a little in front of the middle of the swim-bladder — in a sling, in which the spleen (*l*) rests, runs further posteriorly under the genital organs (*go*) and the kidney (*re*) and passes over with a distinctly marked boundary into a short rectum (*r*) and then bends down to the anus. The walls of the rectum are somewhat thicker; even the hindmost part of the small intestine has thicker walls than the remainder and is less in diameter. The bile duct (*bd*) opens on the under side immediately behind the boundary mentioned between the anterior, thick-walled narrow part and the wide thin-walled continuation. The intestine thus begins here in reality and the narrow, thick-walled anterior tube represents the œsophagus and stomach. A true stomach can thus be said to be absent. There is no indication of pyloric appendages. In the anterior, spindle-shaped part of the intestine and for a long distance further, to a little in front of the rectum, I found plentiful food in *A. scutata*, consisting of quite recognizable copepods, crab-larvæ and similar small Crustacea.

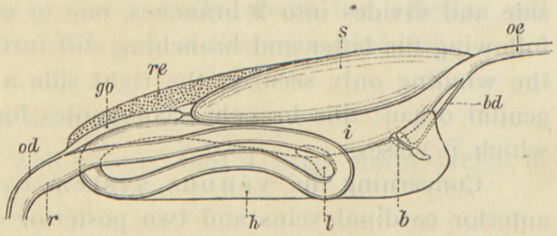


Fig. 22.
Viscera from right side. Letters as in fig. 21. *l*: spleen; *od*: oviduct.

The liver (*h*) has 2 main lobes, a long one on the left, a shorter to the right. The anterior part of the alimentary tract (behind the œsophagus-stomach) is surrounded by both lobes of the liver; the left lobe occupies completely the first winding of the intestine; seen from the left side the latter is covered over from the posterior to the anterior bend by the left lobe of the liver with which it is closely connected. The gall-bladder (*b*) lies on the dorsal side of the right lobe, sunk into this in a break in its substance and the right lobe is thus divided by the break into an anterior and a posterior portion. Along the middle of the inner surface of the left lobe runs a large hepatic duct, accompanying the vena hepatica

for a long distance and thereafter the arteria hepatica; it receives the duct from the gall-bladder, then that from the right lobe of the liver and — still accompanied by the A. hepatica — enters into the alimentary canal on the ventral side at the spot indicated above.

The heart (*c*) lies remarkably far from the ventral margin, high up between the clavicles, with the longitudinal axis placed obliquely so that the bulbus of the branchial artery points downwards and forwards. The aorta (*ao*) lies to the right of the middle line of the vertebral centra, accompanied by a large right cardinal vein and a thin left cardinal (*cp*). Close behind the head the aorta gives off to each side — a little asymmetrically — a large artery to the muscles of the pectoral fins (*ap*), and almost at the same place though more ventrally and to the right the large *Arteria cœliaca*. This runs along the right side of the œsophagus-stomach, with branches to this, then further under the swim-bladder; under the middle of this it gives off a fairly large branch to the "red body" (*rete mirabile*) on the under side and divides into 2 branches, one to each of the two windings of the intestine following the latter and branching still further; from the branch which accompanies the winding only seen on the right side a long branch is sent off to the tip of the genital organ; this branch accompanies for a long distance the branch artery from which it arises.

Concerning the venous system I can only say that there are as usual two anterior cardinal veins and two posterior (*cp*), of which the right is much larger than the left. The caudal vein enters at the posterior end of the kidney. There is only one very large vena hepatica (*vh*), remarkably long, as the liver lies behind the elongated pectoral arch whilst the heart is in front. Into this flows the large vein (*vp*) from the muscles of the pectoral fins, the latter receiving a small vein from the pubic arch and the ventral fins.

The swim-bladder (*s*) is of very considerable size, spindle-shaped; it is seen, as is well-known, through the dorsal cuirass. Its walls are very thin; at about the middle of the ventral wall we find on its inner side a large, well-developed *rete mirabile*, in shape like a horse-shoe with the concavity turned posteriorly (it is slightly asymmetrical, the left side being somewhat longer than the right).

If an *Amphisile* is held up against the light, we can notice (in most specimens) a thin, whitish streak passing from the under margin of the dorsal musculature across over the swim-bladder and disappearing at the lower margin of the latter under the opaque ventral plates; this is the nerve to the ventral fins. It comes out through the incision in the transverse process of the 3rd vertebra, runs a small distance backwards and then follows the course seen from the outside through the dorsal cuirass to pass almost vertically down to the pubic arch.

Genital organs. The ovary (*go*) is unpaired; it has transverse lamellæ (*A. scutata*) and lies behind the end of the swim-bladder along the under side of the kidneys. At about the posterior end of these it is reduced to a long, string-

like oviduct (*od*), which follows the dorsal surface of the rectum to the genital opening behind the anus. The testis is also unpaired (*A. strigata*), like the ovary in external appearance and with the vas deferens following the same course as the oviduct.

The kidneys (*re*) are fused posteriorly into one body which reaches backward to the rectum; at about the anterior end of the genital organ this body divides into two weak and thin parts which accompany the cardinal veins. Whether they follow these right forward I have not been able to determine with certainty; but there is a "head-kidney" round these veins anteriorly before they open into the ductus Cuvieri. This head-kidney is traversed anteriorly by the large nerves to the pectoral fins. It is most probable that only the posterior, voluminous part is functional; as is usually the case in fishes the caudal vein enters into this posterior kidney. I have not been able to find a urinary bladder.

A plentiful, yellowish fatty tissue is developed along the whole of the ventral margin, above the transparent ventral keel; also dorsally above the anterior end of the genital organ, between this and the hind part of the swim-bladder[8].

Centriscus scolopax.

The appearance of this fish is so well-known, that I need simply refer in regard to it to the figure on Plate I, fig. 3.

Exoskeleton.

In contrast to *Amphisile*, *Centriscus* is covered by scales. These are present not only on the whole of the body but also on the head, even on the long, tube-like snout, on a great part of the eye, especially its posterior part; further, on the anterior dorsal fin and on the fin-rays of the other fins. A number of spinous or sculptured ridges project up through the scaly covering; on the head especially there is a strong ridge from the upper corner of the gill-opening along the frontal margin over the orbit and further above the nostrils out to the base of the snout (Pl. I, fig. 3); a second is continued from the anterior, lower border of the orbit forward under the nostrils and joins with the previous in front of these; a third oblique ridge on the ascending branch of the preoperculum behind the orbit and a fourth, weaker on the operculum (see Pl. I, fig. 3) etc. On the body of the fish, in line with the ridge on the head first mentioned, there is a very apparent ridge-like strip over the trunk above the pectoral fin and running almost horizontally or sometimes a little obliquely; from this lateral ridge arise others, short below, longer above, the last passing up in front of the base of the large dorsal spine. There is also a short, curved ridge (*cl*) round the root of the pectoral fin, and a short ridge (*scl*) runs down towards the front end of this ridge from the junction of the lateral body-ridge with the head-ridge. Lastly, the ventral margin in front of the ventral fins forms a sharp edge and there is a similar but shorter edge going towards the anus behind the groove in which the ventral fins can be hidden.

Closer examination of the ridges on the body shows, that those marked with *scl* and *cl* belong to parts of the inner skeleton, namely, to the supraclavicle and clavicle respectively, and that the remainder belong to some peculiarly modified, large scales; these taken together correspond to the armour in *Amphisile*. Just as in the latter the cuirass belonged in reality only to the trunk, we find that the condition is the same in *Centriscus*; but it is easier to recognise in the latter, where the disproportion between the fore-trunk and the rest of the fish is less obvious than in *Amphisile*. In describing the exoskeleton of *Centriscus* we must distinguish between (1) the armour on the trunk or thorax and (2) the true scales.

(1) The thoracic armour makes its presence felt as soon as we take the fish in the hands; in fact, it makes the anterior part of the fish quite stiff and immovable. It is therefore so much the more remarkable, that this has hitherto been but little observed and never, so far as I know, compared closely with the condition in *Amphisile*. This may be due partly to the fact, that the large scales, of which it is composed, are more or less hidden by scales of the ordinary type, which cover them to a greater or less extent, in some specimens more than in others. The thoracic armour here also consists of a dorsal and a ventral part.

When the covering scales are removed, the dorsal armour is seen, as in *Amphisile*, to be composed on each side of two rows of plates, an upper, dorsal, and a lower, lateral (Pl. I, fig. 3). The upper consists of 3 members, connected with one another by dentate sutures and likewise with the anterior 3 of the lower row; their upper margin does not reach to the middle line of the back and thus, in contrast to *Amphisile*, they do not meet the corresponding plates from the opposite side. The posterior and largest is closely attached at its upper point with a part of the upper end of the interspinous bone for the small, first spinous ray of the dorsal fin (R', Pl. I, fig. 3).

The lower row consists of 5 plates (Pl. I, fig. 3 and text-fig. 23, *I—V*), firmly connected with one another by dentate sutures where they meet; two oblong interspaces covered by ordinary scales are found between the first three plates and the upper row; a similarly scaled, narrow interspace, opening upwards and backwards, separates the two posterior, much smaller plates from the last plate of the upper row. The outer surface of all the plates of the dorsal armour is provided with strong, finely toothed ridges; on the two anterior, somewhat rhomboidal plates in the lower row these form a kind of oblique cross; on the third plate the posterior arm of the cross bends upwards and continues as a medial ridge on the two remaining, smaller plates of the lower row. On the plates of the upper row the ridges form a kind of oblique T, the upper arm of the cross being absent.

The first plate in the lower row covers at its anterior corner the upper part of the supraclavicle and the hindmost corner of the skull and is closely attached by means of dense connective tissue to the underlying bone, (supraclavicle I or) posttemporal (*pt*); the lower margin of the same plate overlaps the upper part of the clavicle.

The inner surface (fig. 23) of the dorsal cuirass is smooth and somewhat concave in the upper plates and the two posterior of the lower row; but on the first 3 large plates of the lower row there is a very prominent ridge (*l*); this is firmly attached by means of dense connective tissue to the transverse processes on the 2nd, 3rd and 4th vertebræ. Examined more closely, the conditions are as follows: the transverse process of the 2nd vertebra lies at its outer end in a notch, which is formed by a shallow depression on the upper edge of the clavicle and by the anterior margin of the ridge on plate I; the transverse process of the 3rd vertebra fits into an incision (*a*) almost in the centre of the part of the ridge belonging to plate II and the tip of the transverse process of the 4th vertebra is similarly situated on the ridge on plate III. On close inspection of the ridge we find that the long teeth of the sutures on the one plate fit into those on the others in such a way that they almost reach to the notches.

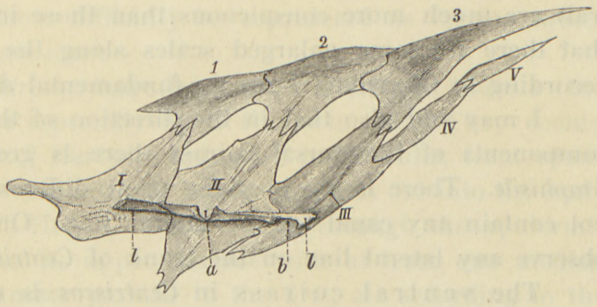


Fig. 23.

Centriscus scolopax. Right dorsal cuirass from inside. *1—3*: plates of upper row; *I—V*: of lower row; *l*: ridge on plates I—III; *a*: notch for the transverse process of 3rd vertebra; *b*: for that of 4th.

There is thus no small resemblance to *Amphisile*; there can scarcely be any doubt that the plates marked *I—V* in Plate I, figs. 1 and 3 are completely homologous. In both genera no. I is firmly attached to the posttemporal and is connected with both the supraclavicle and the clavicle as well as with the transverse process on the 2nd vertebra; nos. II and III are connected by means of a prominent ridge with the transverse processes on the 3rd and 4th vertebræ, the ends of which fit into incisions on the ridge; the plates IV and V are somewhat different, as they have no ridge in *Centriscus* and no connection with vertebræ, whilst IV in *Amphisile*, sometimes also V, possesses a ridge and is connected with the vertebral column. Nor can there be any doubt that the plates of the upper row in the two genera are also "general homologues" and represent each other; but there may be some doubt, naturally, as to whether the plates in *Centriscus* marked 1, 2, 3 in Pl. I, fig. 3 and text-fig. 23, are strictly homologous with the plates of *Amphisile* in fig. 1, Pl. I indicated by the same numbers; their connection with the plates I, II and III seems to be in favour of homology, but on the other hand, the posterior plate 3 in *Centriscus* resembles plate 5 in *Amphisile* both in form and in the fact that it is connected with the 3rd interspinous bone. If the numbers given, 1, 2, 3 are correct in *Centriscus*, compared with *Amphisile*, then the posterior plates, 4 and 5 in *Amphisile*, are not developed in *Centriscus scolopax* and *C. gracilis* (which is in complete agreement with *scolopax*). For *Centriscus humerosus* GÜNTHER (14a, p. 523) gives 4 plates in the upper and 4 in the lower row, but so far as I can

judge from the figure given by RICHARDSON (26, Pl. 34, fig. 5), the number of plates in this species are just as in the other two species; but there is the interesting difference in arrangement, that no. IV of the lower row has become larger and moved down in line with I—III (and at the same time almost certainly become provided with an inner ridge and connected with the 5th vertebra); no. V is likewise larger and has become attached by suture to 3 in the upper row, so that an extra, completely bounded interspace is present in addition to the two in the other two species. In this peculiar species all the large plates of the skin (also the ventral) are much more conspicuous than those in *C. scolopax* and *gracilis*, but except that there are some enlarged scales along the dorsal edge of the trunk (3 rows according to GÜNTHER), I see no fundamental differences.

I may add also that in the direction of the teeth on the sutures between the components of the dorsal cuirass there is great agreement with the condition in *Amphisile*. There is however the great difference in the upper row, that it does not contain any canal for the lateral line. On the whole I have been unable to observe any lateral line on the trunk of *Centriscus*, but only on the head.

The ventral cuirass in *Centriscus* is represented by (*a*) a paired row of bony plates, one on each side of the lower edge of the belly and (*b*) an unpaired, median row from the isthmus to the anus, broken only by the groove for the ventral fins; it is this row which forms the above-mentioned, sharp ventral keel.

(a). Of the paired plates, 6 form a row in front of the ventral fins (Pl. I, fig. 3, 1—6), connected ventrally with the unpaired row; a 7th (*s*) lies more dorsally, inserted above 2 and 3, close to the gill-opening. The largest plates, 3, 4 and 5 are the most apparent and have therefore often been seen; their upper margin is somewhat lobed and a central lobe especially is larger and more distinct than the others. Alongside the groove for the ventral fins there is a shorter row of 3 plates, nos. 7—9, the last of which is the largest (plates 6, 7, 8 do not seem however to be always distinctly developed). On the outer side the paired ventral plates have a sharp, longitudinal ridge with other, shorter ribs radiating out from its centre; one of these runs out into the above-mentioned marginal lobe on the large plates. On the hindmost plate, 9, the median rib forms an oblique spine.

(b). The median unpaired row is composed in front of the ventral fins of 5 narrow, compressed and sharply keeled, symmetrical plates (*I—V*); with exception of the first they alternate with the paired plates in the row above; as in the latter the inner surface is smooth and concave, the outer provided with ribs which radiate out from the centre of the base of the keel. Behind the groove for the ventral fins there is a strongly keeled or almost spiny plate (VI). In contrast to the dorsal cuirass the components of the ventral armour are not mutually connected by sutures, but overlap each other at the margins; the keeled scales of the belly overlap the ventral margins of the paired plates of both sides.

It seems certain that the whole ventral armour of *Centriscus* may be regarded as corresponding to that in *Amphisile*. One of the paired plates, at any rate,

namely the small plate *s* in Pl. I, fig. 3, seems from its whole position between the clavicle and the other plates in the ventral armour to correspond with the small plate indicated by the same sign in *Amphisile* (*s* in Pl. I, fig. 1), but in the case of the other plates I am unable to carry out a detailed comparison. Starting from the position, however, that the more primitive features are to be found in *Centriscus*, I should imagine that the condition in *Amphisile* has arisen in one of three ways, as already indicated earlier (p. 50 (12)). The characteristic rachis on the ventral plates of *Amphisile* together with the faint indications of ridges connected with their lower ends, can also without difficulty be considered as having arisen from the ridges on the plates in *Centriscus*[9].

(2). The true scales in *Centriscus* have been described by L. Agassiz (1*a*), Kner (21 b), Vaillant (33) and more especially by O. Hertwig (16). They consist typically of a bony plate ("Basalplatte" Hertwig) imbedded in the cutis, from which there issues a short, median stalk or keel, which again broadens out into the scaly plate ("blattartige Knochenlammelle", Hrtw.), which is seen through the epidermis as the true scale; this is provided on its upper surface with at least one median keel, or with a smaller or larger number parallel to the first, all according to the size of the scale; the posterior margin is more or less toothed. The basal plate is typically rhomboidal, with angles drawn out into longer or shorter points; in many cases however the regular type is changed, as the number of the points may be increased or one or two may even disappear. The scale plate also varies a good deal. The simplest scales are the small ones found on the eye and at the base of the pectoral fins or the unpaired fins; some of these small scales have preserved the original form as found in the young (see below), others present almost all possible transitions to the complicated scale which Hertwig figures (16, Pl. I, figs. 15, 16). The largest scales of the type represented in the figure cited are found on the sides of the trunk. Immediately above the ventral plates the larger scales are oblong, with basal plates which are likewise oblong but with the margins between the anterior and posterior angles provided with more or fewer teeth. Still longer and narrower scales, but of a fairly regular, rhomboidal shape and with quite regular rhomboidal basal plate are found above and in front of the eyes; those on the snout are even longer, almost linear in form, with likewise linear basal plates, more than 3 mm. long.

We find the original form of the scale in the young fishes. The Copenhagen Museum possesses a number of the developmental stages of *Centriscus*, which have been described and partly figured by Lütken (24 b); most of them are referred by him to *C. gracilis*, which differs but little, in the dermal structures not at all, from *scolopax*; some also belong to this species. In the youngest specimens, ca. 7—9 mm. (cf. Lütken (24 b), Pl. I, fig. 6), both the scales and the armour are very distinct. All the scales show the same form; they consist of the future basal plate, which is rhomboid with the angles drawn out into fine points; on their antero-posterior diagonal there is a thin, vertical keel or comb which terminates poste-

riorly as an oblique, hooked and compressed point. The scales are large in proportion to the size of the fish and give it a spiny appearance.

The components of the dorsal and ventral armour are quite of similar type; apart from their larger size they only differ from the other scales in that a comb rises from each half transverse diagonal and is connected with the vertical comb; this transverse comb can also be detected on some of the other scales, e. g. near to the ventral plates; it is also found on many of the small scales in the adult. It is thus quite clear that the large plates in the dorsal and ventral armour are simply greatly enlarged scales. The plates in the dorsal armour are not yet connected by sutures and those of the ventral armour do not yet overlap. As development proceeds, the basal plates gradually become very large in proportion to their comb, and in the adult the latter merely appears as part of the sculpture. The sculpture is indeed somewhat different on the elements of the dorsal and ventral armour, but in both it is easy to trace the common ground-plan found in the young.

The case is quite different with the other scales; in most of these the comb on the scale of the young fish develops the scale plate, described above, with its ridges on the upper side, its marginal teeth etc. The basal plate and the scale plate may grow equally, or the one or the other may develop more strongly. In order to follow the different stages in the transformation from the original common type in the young to the different forms in the adult, it is not necessary to examine a number of young stages of different age and size; in the adult itself a comparison of a series of the smallest and the small scales with the larger and more complicated gives a correct picture of the process of development.

It appears from the above, that HERTWIG was wrong in his view, that the large bony structures of the skin in *Centriscus* arose from fusion of the smaller[10].

The endoskeleton.

Vertebral column (Pl. II, fig. 2 and text-fig. 24). This consists of 24 vertebræ, of which I refer 9 to the abdominal and 15 to the caudal region. The first 5 vertebræ are elongated and much stouter than the others, especially the first 4; further, they are immovable owing to the manner in which their arches are connected and because their spinous processes are bound to the greatly enlarged, anterior interspinous bones, as also from their connection with the dorsal armour; it is only between the head and the 1st vertebra that there can be some movement, in the direction up and down. Two fairly large lateral processes (*a*) from the anterior end of the 1st vertebra are placed in deep, transverse grooves in the exoccipital (cf. fig. 24); they seem at first glance to be transverse processes, serially homologous with those on the following vertebræ; on closer examination however it seems to me that they must correspond rather to the anterior articular processes on these; their position on the anterior end of the vertebra and their connection with the skull is in favour of this; to the groove on the exoccipital corresponds

on each of the 5 elongated vertebræ a triangular facet posteriorly on the basal part of the arches, into which the strongly developed, anterior articulating process is firmly wedged, without permitting any movement. Thus, a true transverse process would seem to be absent on the 1st vertebra, just as in *Amphisile* and many other bony fishes. The transverse processes on the 2nd, 3rd and 4th vertebræ are very strong, with a flat extension at the base; their ends are firmly bound by tight connective tissue to three of the plates in the dorsal armour, as we have already seen above.

The spinous processes of the first to third vertebræ are greatly developed (cf. Pl. II, fig. 2), quite filling the spaces between the likewise enlarged anterior 4 interspinous bones; in the 4th vertebra only the base of the spinous process is enlarged, its upper end tapering to a slender point behind the basal part of the 4th interspinal. The 5th vertebra, the smallest of the enlarged group, has the transverse processes shorter and more slender, pointing forwards but not reaching the armour and connected only by connective tissue with the posterior end of the ridge on the third scutum; the base of the spinous process is somewhat enlarged, the remainder slender like those of the following vertebræ. In the 6th vertebra the transverse process divides distally into an inner and an outer branch; on the 7th the inner branch bends down vertically, on the 8th and 9th it meets its fellow from the other side, forming basally a narrow canal but still bifurcating distally; first in the 10th vertebra do the distal ends merge into one long inferior spine; I therefore take this vertebra as the first caudal (cf. above). The outer branch persists as an outwards directed transverse process (absorbing a smaller, posterior process which in some specimens is developed on the 6th and 7th vertebræ); gradually decreasing in length this process eventually disappears on the caudals (generally about the 8th caudal or 17th vertebra). The inferior faces of the last three abdominal vertebræ are deeply hollowed out to lodge the posterior part of the kidney. The 6th vertebra is movably articulated to the 5th, and the following as is usual in teleosts are movably connected by articular processes. The upper and lower spines of the last caudal vertebræ, behind the dorsal and anal fins, are distally flattened and somewhat enlarged. Between the penultimate upper spine and the last (containing the urostyle) an independent piece of bone is intercalated.

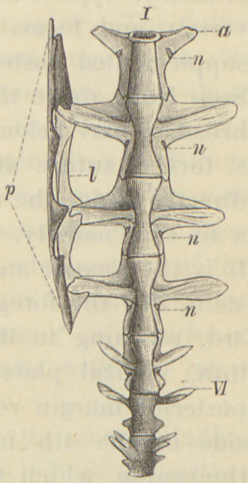


Fig. 24.
Centriscus scolopax. The 7 anterior abdominal vertebræ, seen from below; the exoskeleton removed from the left side; on the right side the lateral plates *I—VI* (*p*) are seen with their ridge *l*. *a*: articular process of first vertebra, I; *n*: openings for nerves (cfr. fig. 1, p. 46 (8)).

Ribs are wanting.

Interspinous bones (Pl. II, fig. 2). As in *Amphisile* the interspinous bones of the dorsal fin fall into two groups, an anterior consisting of 4, well-developed, with the lower ends placed in front of the spinous processes of the 1st to the 4th

vertebræ, and a posterior, including the remaining interspinals, beginning behind the spinous process of the 6th vertebra; just as in *Amphisile* there are thus no interspinous bones in front of the 5th and 6th vertebræ.

In the first group the first two members have no fin-rays; the lower end of their stem or main part (i. e. the part containing the cartilaginous axis) reaches right down to the base of the spinous processes; at the tips of these the interspinous bones broaden out into a thin vertical plate (= the "dagger-blade" of an ordinary, typical interspinous bone); the upper margin of this is dilated transversely and forms a kind of narrow roof along the middle line of the dorsum, supplemented posteriorly by the corresponding part of the 3rd interspinous bone. Seen from above this roof appears broadest in the centre; the central, longest and broadest part belongs to the 2nd interspinous bone and is connected by means of a forked suture at each end with the other two members; the roof, which is directly under the skin, is covered with scales. The 3rd interspinous bone supports a fin-ray, namely, the quite small dorsal spine (*R'* in Pl. I, fig. 3 and Pl. II, fig. 2). It is the longest and stoutest interspinous bone in the whole group; its thickened stem, like the foregoing, is wedged in between two spinous processes, the 2nd and 3rd, reaching to their bases; at their upper end it likewise broadens out into a thin, vertical plate; the hindmost part of this is somewhat thicker and has its posterior margin rounded and fitted into a longitudinal furrow along the anterior side of the 4th interspinal; the upper end of the hind margin forms a small thickening, which terminates in a short, slightly hooked spine. Upwards the stem becomes thicker and immediately under the skin forms a kind of longitudinal protuberance (*l*), longitudinally grooved; the upper pointed end of the posterior plate in the upper row of the dorsal armour is firmly connected with this. The 4th interspinous bone bears the enormous dorsal spine, the 2nd fin-ray (*R*), and seems at first glance to be more like the common type of interspinous bone in bony fishes; its lower end is wedged in between the spinous processes of the 3rd and 4th vertebræ but does not go so far down as the previous. Closer examination shows the same parts as on these; the stem is here very strong, especially at the upper end; the anterior blade is here represented by a low, longitudinal ridge, with a deep furrow for the reception of the posterior edge of the 3rd interspinal; the posterior blade is low and thin (it separates the two musculi depressores for the large spine, just as the anterior blade along with the hindmost blade of no. 3 separates the M. erectores); it is only at its upper end that it becomes heavier and forms there a considerable, compressed process (*t* in fig. 2, Pl. II), the point of which is received into a deep furrow on the anterior face of the following, the 5th interspinal. On each side of the upper end of the broad and heavy stem there is a small, independent piece, oval above, triangular below, *l* in fig. 2, Pl. II. In position this corresponds well with the thickening (*l'*) on the 3rd interspinal, with which the 3rd dorsal plate is connected; but here it (*l*) is connected by suture with the interspinous bone; the sutures may often be very difficult to see, but by

means of cross-sections it is always possible to make sure that the piece is independent; externally it covers the base of the ray and extends forward under the skin uncovered by scales as a striped, sculptured surface (like a "ganoin" bone (cfr. Pl. I, fig. 3 *l*)), resembling the spine itself. On the inner surface towards the base of the spine it has some few, semicircular ridges, which fit into some corresponding ridges on the base of the ray. The base of the dorsal spine is forked and sits directly on the upper end of the interspinous bone; both lateral surfaces of the latter are also provided with semicircular ridges, which fit in between corresponding ridges on the inner surfaces of the fork of the dorsal spine. The latter however form much longer curves than those on the interspinous bone; both sets are very sharply cut with shining surfaces; they are more numerous than those on the small bone *l* or those on the outer side of the ray. The whole of this highly elaborate apparatus is obviously able to fix the dorsal spine in any definite position (cf. W. SØRENSEN 32, pp. 65—66). In all details it agrees remarkably well with the corresponding apparatus in *Amphisile strigata* and *punctulata*; as in these the elaborate articulation belongs to the 4th interspinous bone; on the sides of the articulation there are the same paired bones *l*, and the unpaired bone *t* in the *Amphisile* species quite corresponds in position with the process *t* in *Centriscus*; this is probably an independent piece originally, which fuses later with the interspinous bone.

Taken as a whole, the 4 anterior interspinous bones and the corresponding spinous processes in *Centriscus* form a vertical bony plate which builds, together with the lateral pillars or buttresses formed by the dorsal armour, a kind of tripos-stand for the support of the large dorsal spine.

Of the interspinous bones of the second group the first (no. 5) lies behind the point of the 6th spinous process, the following 5 (nos. 6—10) each in front of its spinous process of the vertebræ 7—11. The distal portion of the first three (nos. 5, 6, 7) is enclosed in the membrane of the anterior dorsal fin. The first (5) bears a fin-ray, as a rule movable, the third spinous ray; but in many specimens I find that the spinous ray is fused with the interspinous bone, but so that the original articulation can easily be detected. The front surface of this interspinous bone has a deep longitudinal furrow in which the point of the process *t* of the 4th interspinal is placed.

The two following interspinous bones (6 and 7) are always, so far as I have seen, fused with their spinous rays 4 and 5; the next two interspinals (8 and 9) protrude through the skin as short, slightly irregularly shaped, shining points; these also represent, very probably, rudimentary spinous rays (but may possibly also be only modified scales?). The 10th interspinous bone usually has a very small spine movably articulated to it (Pl. II, fig. 2, *r'*); it is the first ray in the second dorsal fin. I sometimes find however that this also is fused with the interspinal. All the interspinous bones hitherto mentioned belong to the type denoted by BRIDGE (4) as "unisegmented", as is the rule indeed for interspinous

bones which bear spinous rays. All the succeeding interspinous bones, as also those of the anal fin, are "bisegmented"; there is, namely, at their distal cartilaginous ends an independent cartilage with an osseous centre; this segment is embraced by the basal part of the ray. The rays are composed of two lateral halves, articulated but not branched. These interspinous bones show nothing of special interest; they are formed like ordinary interspinous bones and are for the most part grouped in pairs between two spinous processes (some variation in this regard occurs in different specimens).

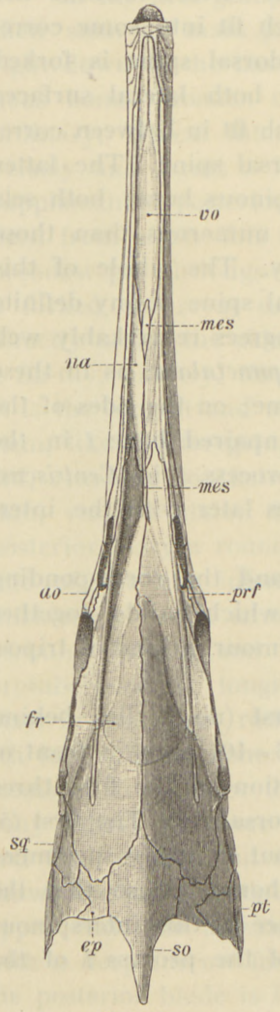


Fig. 25.
Centriscus scolopax. Skull, seen from above. *so*: supraoccipital; *ep*: epiotic; *pt*: posttemporal; *sq*: pterotic; *fr*: frontal; *prf*: prefrontal; *ao*: antorbital; *mes*: mesethmoid; *na*: nasal; *vo*: vomer.

The same holds good for the interspinous bones of the anal fin; the first of these is the largest and is placed behind the long hæmal spine of the first caudal vertebra[11].

The most frequent number of rays I find to be the following: D_2: 12; C: n + 4 + 5 + n'; A: 19—20. (n often = 6, n' often = 8). It is remarkable that the long rays in the caudal fin agree with the number and grouping of those in *Amphisile*; they are articulated as in that genus, whilst the shortest of the small marginal rays are unarticulated.

Cranial skeleton (Pl. II, fig. 2 and text-figs. 25—29).

The head has a similar appearance to that of *Amphisile* but is less compressed and the lower margin of the preoperculum is not developed to a thin, transparent plate. Regarding the skull from above (fig. 25) more of the separate bones can be seen than was the case in *Amphisile*, as the posterior part of the skull especially is here less compressed; namely: supraoccipital (*so*), epiotic (*ep*) (posttemporal or suprascapular *pt*), pterotic (squamosum) (*sq*), frontals (*fr*), a quite small part of the postfrontals and prefrontals (*prf*), mesethmoid (*mes*) as also the vomer (*vo*); in addition, the nasals (*na*) and preorbitals (*ao*). As in *Amphisile* the parietals and opisthotics are wanting. In front the supraoccipital meets the frontals, between which it sends in a fairly long process; posteriorly it runs out into a fairly large process, which as in *Amphisile* is connected by a ligament with the first interspinous bone. The frontals do not reach so far forward at their anterior ends as in *Amphisile*. The mesethmoid (as in the figure) may appear between the frontals and the nasals with a quite small part, then be covered by the latter, appearing again as a short, slightly broader piece between the nasals and behind the vomer. The posttemporal

bears laterally a sharp, prominent edge which is continued on to the pterotic; after a short break several sharp ridges appear again on the orbital margin of the frontals; they collect into one ridge which anteriorly runs out on the nasal towards the tip of the snout and posteriorly spreads over the broad part of the frontal. Essentially the same bones are seen from the lateral aspect of the skull (Pl. II, fig. 2); the postfrontals (*pf*) are naturally more distinct, provided with a fairly long postorbital process, which at its end (almost) meets the hyomandibular; of the prefrontals (*prf*) only quite a small part is seen between the posterior margin of the nasal opening and the orbit, bounded above by the frontals, below by the preorbitals (*ao*). The last (*ao*) overlaps it on the outer side and forms the part seen of the front and lower boundary of the orbit, reaching back to the preoperculum; in front the preorbital forms the thin bridge under the nasal opening and joins on to the nasal a little in front of this. The nasal is very long; posteriorly it forms the anterior margin of the nasal opening and somewhat further forward it projects up on to the upper side of the snout in order to meet the nasal of the opposite side in a suture, then separates again from this and follows its side of the vomer nearly to the tip of the snout.

The posterior surface of the skull (fig. 26) shows as in *Amphisile* the two exoccipitals (*eo*) meeting one another round the foramen (this has not been made very clear in the figure); though under their margins the supraoccipital also reaches to the foramen; in each exoccipital there is a deep groove (*gr*) for articulation with the articular process on the first vertebra. About half the epiotics (*ep*) are seen on this surface. The posttemporal (*pt*) forms a groove for the supraclavicle (II) at its junction with the exoccipital. The characteristic hollows on the posterior surface, present especially in *A. strigata*, are also faintly indicated here.

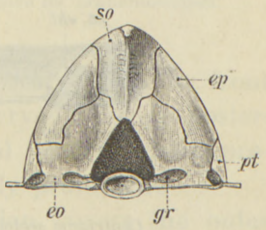


Fig. 26.
C. scolopax. Skull from behind. *so*: supraoccipital; *eo*: exoccipital; *gr*: groove for articulation of first vertebra; *ep*: epiotic; *pt*: posttemporal.

Viewed from the under surface the skull is broader than in *Amphisile* but as in this the under surface is distinctly angular anteriorly and the parasphenoid forms a similar, blunt angle under the posterior part of the orbit; it is also hollowed out ventrally in front of this in a similar manner. The pterotic is also the most prominent bone on the cranial surface in *Centriscus* and likewise separates the exoccipitals from the prootic, forming ventrally a suture with the basioccipital. The prootic forms with its front portion the lower part of the orbital wall of the cranium; here the prootics of the two sides meet in the middle line and roof over a deep canal for the eye muscles (myodoma), which is bounded laterally and below by the parasphenoid and continues posteriorly for a good distance into the basioccipital. (A basisphenoid, as given by STARKS, I have not been able to find). Above the prootic the posterior wall of the orbit is formed by a small alisphenoid and a quite insignificant orbitosphenoid as well as by the postfrontal.

The vomer as in *Amphisile* is thread-like posteriorly under the middle of

the parasphenoid's orbital part, then broadens out evenly and forms the roof of the long, tube-like mouth; here its margin is thickened (with a lateral furrow in the thickening) and along the margin are sutured the upper borders of the ento- and metapterygoid, and, towards the tip of the snout, the palatine.

The intermaxillary (*i*) has a weak, but distinct ascending part; as in the majority of bony fishes it forms the upper margin of the mouth and like the under jaw has no teeth. The maxillary (*mx*) is fairly broad, especially below; the mandible is composed of the usual three parts; its ascending process is also composed here of the dental (*d*) and the articular (*ar*). The angular (*ang*) is small, but distinct and as elsewhere in connection with the front end of the interoperculum (*io*) by means of a short ligament. A slight indication of the prominent hook on the dental in *Amphisile* can also often be detected here.

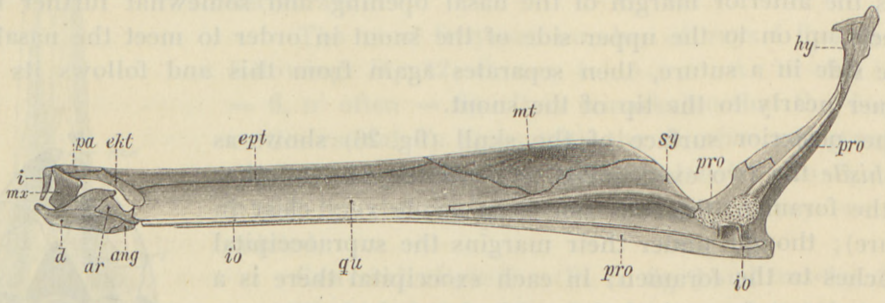


Fig. 27.
Centriscus scolopax. Right mandibulary suspensorium, seen from within. Letters as in fig. 13 and 14 (p. 61 (23)).

Of the parts of the suspensorium (fig. 27) the hyomandibular (*hy*) is long and slender, directed obliquely forwards so that its lower end lies under the front part of the orbit; its upper end is as usually connected with the postfrontal and the pterotic, especially with a cartilaginous process on the latter as in *Amphisile* and also as in this obviously but little movable. The upper part of the inner margin spreads out wing-like and almost touches the prootic and the portion of the parasphenoid ascending laterally on the skull. The outer margin touches the lower end of the postfrontal. The lower end of the hyomandibular is cartilaginous and has the same position as in *Amphisile*. The symplectic (*sy*) is connected proximally by means of connective tissue with the lower cartilaginous end of the hyomandibular and by a longer ligament with the inner surface of the epihyal of the hyoid arch; above the symplectic is connected with the metapterygoid, below with the preoperculum, anteriorly with the quadrate; the symplectic sends on to the inner side of the posterior, lowest point of the last a long, thin process which contains a permanent cartilaginous axis. The quadrate (*qu*) is exceedingly elongated, a half-cylinder, outwardly convex, with almost parallel upper and lower margins;

the preoperculum is attached to the lower margin almost to the mandibular articulation; from this on the outer side a longitudinal ridge runs almost the whole length of the quadrate parallel to its lower edge and immediately above the margin of the preoperculum. The short anterior margin, above the articulation for the under jaw, is attached at its upper part to the small ectopterygoid (*ekt*). Connected with the posterior margin of the latter lies the long, thin and narrow entopterygoid (*ept*), almost completely covered externally by the upper margin of the quadrate; as in *Amphisile* the upper margin of the entopterygoid is connected with the vomer in under the projecting margin of the nasal; posteriorly the entopterygoid joins on to the anterior end of the metapterygoid (*mt*), the upper end of which continues the attachment to the beak by means of a connection with the lower, outer margin of the mesethmoid. The last is ossified to a much greater extent in *Centriscus* than in *Amphisile*.

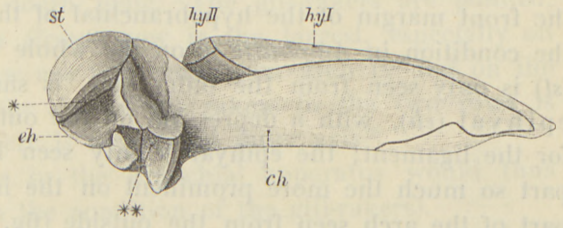


Fig. 28.
C. scolopax. Right hyoid arch, from the outer side. *st*: stylohyal; *eh*: epihyal; *ch*: ceratohyal; *hyI*, *hyII*: hypohyals; * groove for ligament; ** groove for branchiostegals.

The palatine (*pa*) is narrow and slender, connected anteriorly with the front end of the vomer and also with the ectopterygoid and entopterygoid; at its posterior end it touches the anterior point of the nasal; the normal process which projects forward over the upper jaw is very distinct and relatively prominent.

The preoperculum along its narrow ascending portion covers the outer side of the hyomandibular from the articulating cup for the operculum; under the eye its anterior margin spreads out somewhat and passes over into the horizontal part; this is on the whole fairly narrow and very long; a toothed ridge along the ascending portion is continued at a blunt angle along the horizontal portion.

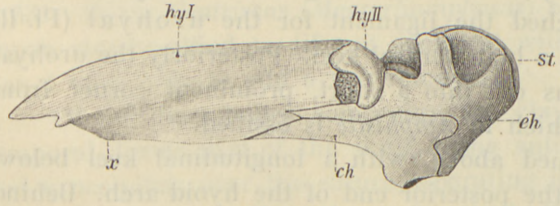


Fig. 29.
C. scolopax. Right hyoid arch, from the inner side. Letters as in fig. 28. At *x* is fixed the ligament for urohyal.

All 3 bones of the gill-cover are present; the operculum — as already mentioned — has a toothed ridge, which sends out a short branch backwards at the projection near the articulation with the hyomandibular. The interoperculum (*io*, fig. 27) is long and thin, its posterior end broadened out slightly to a small plate on the inner side of the suboperculum; it also extends along the inner side of the preoperculum and quadrate, reaching distally to the end of the latter at the mandibular joint.

Of the lateral line canals one is very distinct, arising in the frontal over the posterior margin of the orbit and continuing above the nasal openings right

to the front end of the nasal; further, a quite short canal pierces the anterior end of the prominent lateral ridge on the pterotic; one seems to pass through the postfrontal. There is also a canal in the preoperculum in under the above-mentioned ridge; this is continued as is usual on to the mandible. On the other hand, there is no canal on the antorbital nor on any of the other cranial bones, and I have not been able to find a lateral line on any part of the body.

The hyoid arch (fig. 28 and 29) consists of the typical number of bones; as in *Amphisile* it is short and extends posteriorly here also only as far as almost to the front margin of the hypobranchial of the first gill-arch; the resemblance with the condition in *Amphisile* is on the whole very great; here also the stylohyal (*st*) is only seen from the outer side, is small, rounded and articulated into the epihyal (*eh*), with a depression on the outer side, supplemented by the epihyal, for the ligament; the epihyal is only seen but little from this side, but forms a part so much the more prominent on the inner side (fig. 29). By far the greater part of the arch seen from the outside (fig. 28) is composed of the ceratohyal (*ch*), which in contrast to *Amphisile* here overlaps most of the hypohyal I, and a small part of the hypohyal II (*hy II*) is here seen from the outer side. The branchiostegal rays are also fastened here in a deep groove (**) formed by the epi- and ceratohyal and overhung above by a prominent ridge. Viewing the hyoid arch from the inner side (fig. 29) the stylohyal is seen to be covered by the large epihyal, which here appears as the second largest piece, whilst the hypohyal I is by far the largest; the hypohyal II has a similar size as in *Amphisile*, as also the ceratohyal. Both genera are thus remarkable for the great development of the lower hypohyal and the great shortening of the stylohyal. The branchiostegals are 4 in number, the first short and much thinner than the others, the last the longest and broadest. In a projection of the margin near the point of the lower hypohyal (at *x*, fig. 29) is attached the ligament for the urohyal (Pl. II, fig. 2, *u*), which is of good size and has a high ventral keel. Posteriorly the urohyal becomes broader and on each side runs out into a short, prominent corner from which springs the muscular tendon, which in *Amphisile* is ossified.

The glossohyal is long, flattened above, with a longitudinal keel below, and extends backward a little behind the posterior end of the hyoid arch. Behind this comes a long basibranchial, which extends to the hind end of the hypobranchial on arch II; then comes a short and thin basibranchial lying between the hypobranchials of arch III which are arched somewhat over it; as in *Amphisile* there is no basibranchial for arch IV, the two sides of which meet in the middle line, but immediately behind there is here also a small cartilage.

The whole region of the gill-arches is less elongated than in *Amphisile*, the part lying above the gullet especially is shortened, and more like the condition in most of the bony fishes. The upper three pharyngobranchials II–IV bear teeth, but corresponding to the relatively much shorter skeletal structure than in *Amphisile* the tooth-plate is placed transversely, pear-shaped in circumference, with

the broad end towards the middle line; the posterior as in *Amphisile* is the smallest; the pharyngobranchial I is present as in *Amphisile* but does not seem to be ossified here; the lower pharyngobranchial V has an oval tooth plate on the upper surface. For the rest, all the essential features are quite the same as in *Amphisile*; epibranchial I broad (with stronger process than in A.), epibranchials II and III short and heavy, epibranchial IV narrower and more slender, epibranchials III and IV connected by processes etc. Gill-rakers are present here on all the arches, 2 rows on each with exception naturally of V, which has only the outer row, as in *Amphisile*, above the tooth plate. The gill-rakers are pointed, triangular with ossified axis; the outer (front) row is the largest, especially on arch I where the rakers of the inner row are very small; on arch IV and on the ceratobranchial of III the difference in the size of the rakers in the two rows is not great. In each branchial lamella there is an ossified inner axis[12].

In tabular form the main features in the branchial apparatus would thus be the same as in *Amphisile* (apart from the condition of the gill-rakers).

Gill-arch	Basibranchials	Hypobr.	Ceratobr.	Epibr.	Pharyngobr.	Gill-rakers 1st row	Gill-rakers 2nd row
I	+	+	+	+	(+)	+	+
II		+	+	+	+	+	+
III	+	+	+	+	+	+	+
IV	(+)		+	+	+	+	+
V			+			+	

The pectoral girdle has been very accurately described by Starks (30 p. 631—32) in *Centriscus* (*Macrorhamphosus*) *sagifue* Jordan & Starks, a species from Japan closely allied to (if not identical with?) *C. scolopax* L. To Starks' description I have only to add a few remarks.

Of the three bones composing the clavicular arch the uppermost, the posttemporal, forms part of the skull, being suturally united with the epiotic, pterotic and exoccipital; near the suture separating it from the latter, on the posterior face of the skull, it carries a fossa, in which the next member, the supraclavicle, is firmly fixed by dense connective tissue. The supraclavicle has one face forwards, looking into the gill chamber, another narrower looking sidewards; the latter carries the sculptured ridge, mentioned above, the thickened upper edge of which forms a continuation of the ridge on the posttemporal and pterotic. The upper part of the clavicula forms a broad plate bordered below by an arched sculptured ridge (Pl. II, fig. 2 *cl*) seen through the skin; compared with *Amphisile* the first part corresponds to the lighter shaded part, the latter to *cl* of Pl. II, fig. 1. While in *Amphisile* the first part is on the outer face wholly concealed by the dorsal armour and with its upper margin only touches the tip of the transverse process on the

second vertebra, it is in *Centriscus* only partially covered by the cuirass and with its upper margin firmly fastened to the end of the corresponding transverse process, this besides being lodged in a flat pit on the inner face, as already mentioned.

As to the scapular part I need only remark that the front end of the coracoid (hypocoracoid Starks) remains unossified as in *Amphisile*, and that the foramen of the scapula (hypercoracoid Starks) is enclosed by this bone alone, as in *Amphisile*.

Of the 4 basalia the lowest as in *Amphisile* is very large and here also takes part in the boundary of an opening *o*, which however is more fissure-like[13].

The number of fin-rays in the pectorals I find to be most frequently 15, with in addition as in *Amphisile* a rudimentary ray on the upper border; this is however somewhat more developed than in *Amphisile*. As in the latter the rays decrease in size towards the lower edge of the fin; they are all articulated and unbranched.

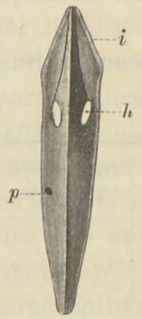


Fig. 30. *Centr. scolopax.* Pubic arch from above. *i*: crista superior; *h*: foramen for the tendons of the upper muscles of the fin-rays; *p*: horizontal process.

Pubic arch (figs. 30, 31). The characteristics of the pubic arch are: (1) that its main part, i. e. that which corresponds to the arch in other bony fishes, is directed obliquely upwards and forwards (Pl. II, fig. 2, *i*), parallel with the lower end of the postclavicle which lies immediately to the outside; in most other bony fishes the pubic bones lie more horizontally in the abdominal wall; (2) that a long horizontal process proceeds from the posterior end of the main part, longer than the pubic arch itself (Pl. II, fig. 2, *p*); this process along with its fellow forms the roof of a groove into which the ventral fins can be folded.

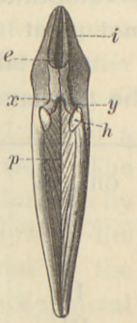


Fig. 31. *Centr. scolopax.* Pubic arch from below. Letters as in fig. 30. *x*: opening for the tendons of the ventral muscles of the fin-rays; *y*: articulation for the fin-rays.

If we compare this with the pubic arch in such spinous-rayed fishes as *Sebastes*, *Labrax*, *Trigla*, *Cottus* etc. it is easy to see that the essential features of the arch in them are repeated in the anterior erect portion in *Centriscus*; it is exclusively on this portion that the muscles of the ventral fin rays are attached. The thin, very prominent, lateral projection *i* corresponds to what Winther (35) has called Crista superior in *Trigla*, *Cottus* etc.; the process *e* projecting ventrally, which bends inwards posteriorly and becomes suturally connected in the middle line with its fellow of the opposite side is Winther's crista inferior. The arrangement of the muscles is in agreement with this (so far as I have been able to determine from my badly preserved material); the dorsal muscles for the fin-rays (i. e. Adductores and Abductores superiores, Winther, minus the Abductor for the outermost ray) take up the space between the median suture of the pubic arch and the crista superior *i* and pass through the hole *h* to the base of the fin-rays; the lateral muscle (Abductor superior Wthr. for the outermost ray, the spinous ray) occupies the space between the two cristæ *i* and *e*; and finally the ventral muscles (Adductores and Abductores inferiores Wthr.) occupy the space between the pubic

arch and the cristæ inferiores *e* of the two sides, so that they pass out to the fin-rays through the opening *x* in fig. 31. The long horizontal process *p* corresponds to the one which projects from the corresponding position in the above-mentioned spinous-rayed fishes, short in *Sebastes* and the Cottoids, long in *Trigla*, and here also lies in the musculature of the abdominal wall; but in *Centriscus* it has obtained a much more considerable size in comparison with the true pubic bones, corresponding to the new function of covering the ventral fins; in addition to this, the crista superior has become connected with it and contributes to its formation, thus producing the hollow *h*. The articulating surface for the rays of the ventral fin lies in front of this hollow, at *y* in fig. 31.

Compared with *Amphisile*, it is evident, that the pubic arch in the latter corresponds to the main portion of the arch in *Centriscus*, the process *p* not being developed at all. In both genera the arch is directed upwards in a similar manner, but the much greater compression of the abdomen in *Amphisile* has influenced the pubic arch to a much greater extent both with regard to form and position[14].

The number of rays in the ventral fins is 5; the outermost ray is a perfectly typical spinous ray, shorter than the others and without the covering of rows of dermal teeth (scales), which are characteristic of the remaining rays, especially on the proximal part; the spinous ray may be pressed close up against the considerably longer 2nd ray and is thus easily overlooked. The other four rays are double, articulated and dichotomously branched. The ventral fins are situated quite close together but do not seem to be fused[15].

Remaining anatomical features.

Musculature. The stiffness of the anterior portion of the trunk also has a certain influence in *Centriscus*. Of the dorsal part of the lateral muscles of the trunk the portion lying under the dorsal armour, along the elongated, immovable vertebræ, shows some amount of transformation, recalling that in *Amphisile*. The whole of this has in fact become one mass, in which the segmentation can only be seen with difficulty; towards the back part only can the myomeres be seen. In front this muscular mass is firmly attached to the postoccipital surface of the skull, especially above by means of strong tendinous ends to the ridge along the side of the supraoccipital; the lower margin further back is strongly tendinous and the tendons run back to become attached to the transverse processes of the movable abdominal vertebræ. The remaining part of the dorso-lateral musculature is segmented as usual, likewise the ventral portion on the tail and the sides of the body; but a part of the latter is extremely thin and becomes weaker and thinner forwards; all musculature is lacking on a triangular area between the broad upper portion of the clavicle, at the base of the postclavicle, and the weak intermuscular ligament which springs from the transverse process of the 4th vertebra; the area in question is partly covered over by the portion of the dorsal armour which lies below the ridge and corresponds to the non-muscular area in *Amphisile* through

which the swim-bladder can be seen. The musculature of the 2nd dorsal fin, the caudal fin and the anal fin shows nothing remarkable; as in *Amphisile* the muscles are large which move the two rays of the caudal fin towards one another, which are situated on the boundary respectively of the upper and lower hypural bones. With regard to the first dorsal, the muscles for the first spinous ray, on the 3rd interspinous bone, are weak; of those to the 2nd, the large dorsal spine on the 4th interspinal, the anterior, M. erector, is very powerful; its muscular mass fills the whole of the space between the interspinous bones 3 and 4; it is pennate with a distinct tendinous strip in the middle, which increasing in thickness is continued into a tendon attached in front of the base of the ray. The posterior, M. depressor, is much weaker and lies practically hidden under the projecting lateral ridge of the interspinous bone. Very weak muscles are present round the 3 following interspinous bones, but they have no tendon for the spinous rays, which with exception of the first are immovably fixed to the interspinous bones. I have not been able to find any muscular fibres round the posterior interspinous bones for the 1st dorsal fin.

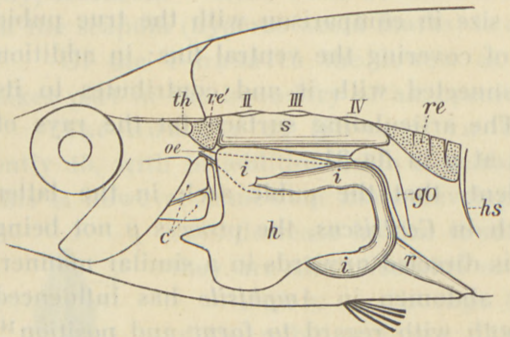


Fig. 32.
C. scolopax. Viscera seen from the left side. *II—IV*: transverse processes of 2nd—4th vertebra; *hs*: hæmal spine; *oe*: oesophagus; *i*: intestine; *r*: rectum; *h*: liver; *c*: heart; *th*: thymus; *re'*: head-kidney; *re*: kidney; *s*: swim-bladder; *go*: ovary.

There are 4 complete gills on each side and a large pseudobranch with numerous well-developed laminæ. As in *Amphisile* there is a slit between the hindmost, gill-bearing arch and the lower pharyngeals, surrounded by short gill-rakers. The first part of the alimentary canal (*oe*, fig. 32) is tubelike and provided internally with high and numerous longitudinal folds, just as in *Amphisile*; but in contrast to the latter, the oesophageal part is short; it passes over with abrupt cessation of the longitudinal folds into the succeeding, considerably wider, thin-walled portion (*i*), which is clothed inwardly with much weaker folds arranged in a net-work; this continues posteriorly, decreasing slightly and quite evenly in diameter. The biliary duct (*bd*) opens as in *Amphisile* into the ventral side of the first part of this section of the canal, but at a fairly con-

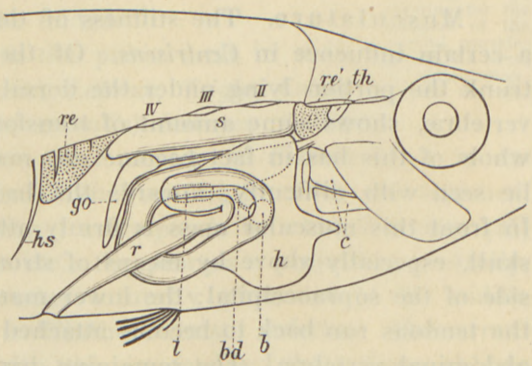


Fig. 33.
C. scolopax. Viscera from right side. *b*: gall-bladder; *bd*: bile-duct; *l*: spleen. Other letters as in fig. 32.

siderable distance from the termination of the tube-like oesophagus; in some specimens there is outwardly a slight constriction immediately in front of the place where the biliary duct enters, which might seem to be the natural boundary for the stomach; internally, however, no boundary can be seen, so that this constriction is probably quite accidental, produced by the contents of the intestine. A true pyloric constriction is likewise just as little developed here as in *Amphisile*, and even if the part corresponding to the stomach is somewhat larger in *Centriscus* yet it may be said that a true stomach is not developed here either. There is no trace of appendices pyloricæ. The abdominal cavity is relatively shorter than in *Amphisile*, and this is probably the reason for some small difference from the latter form in regard to the position of the remaining part of the canal. Seen from the left side (fig. 32) the position of the intestines is quite similar; thus the small intestine runs backwards in the abdominal cavity, bends over in a sling towards the right side and runs forwards almost as far as the entrance of the biliary duct; here it bends upwards and again runs backwards a short distance, again turns forwards in a sling round the spleen (*l*) then bends round again and runs almost straight backwards to end at a distinct boundary in the rectum which is here fairly long. Seen from the right side (fig. 33) the windings of the gut differ a good deal seemingly from the condition in *Amphisile*; more closely seen, however, the difference is small; if the whole sling embracing the spleen is turned forwards, we have exactly the same condition as in *Amphisile*.

The contents of the intestine in 2 specimens I examined consisted of large masses of Mysidæ, in a 3rd of Cumaceæ, Copepoda and small Annelids.

The liver (*h*) has two main portions, a large left part divided into a larger, lower and a smaller, upper lobe, and a small, undivided right part. The gall-bladder (*b*) lies on the concave surface facing backwards where the right part joins on to the common part connecting the lobes.

In contrast to the condition in *Amphisile* the liver lies quite close behind the heart (*c*) and the hepatic vein is thus exceedingly short.

The heart (*c*) is also far removed from the ventral margin here and lies obliquely with the bulb pointing forward and downward. The aorta lies on the right side of the elongated vertebræ; it is accompanied by 2 cardinal veins, of which the right is by far the larger. The large arteries to the pectoral fins are given off from the aorta close behind the junction of the aortic roots, and the A. coeliaca arises a little in front ventrally and somewhat to the right; the A. coeliaca runs on the right side of the oesophagus and also further just as in *Amphisile*; here also a branch is given off to the under side of the swim-bladder, destined for the "rete mirabile".

The venous system is in the main just as in *Amphisile*; but as already mentioned the trunk for the vena hepatica is extremely short, in fact is not present; it can be seen, however, that the branches from the lobes of the liver meet in a common opening in the sinus venosus; quite close to this on the sinus venosus

we find the opening of the two large veins from the pectoral fins, which in *Amphisile* ran into the large trunk of the V. hepatica.

The swim-bladder (*s*) extends from over the oesophagus to over the anterior end of the genital organs; it is provided with a very similar horseshoe-shaped "rete mirabile" to that found in *Amphisile*, asymmetrical as in that form with the right horn a little shorter than the left.

The kidneys (*re*) are fused together posteriorly to a fairly large, triangular, compressed mass, which is bounded behind by the long, hæmal spine of the first caudal vertebra; it is penetrated by the short, hæmal spines on the last two abdominal vertebræ; anteriorly, dorsally to the swim-bladder, it divides into two thinner tracts along each of the cardinal veins, broadening somewhat in the interspaces between the transverse processes of the elongated vertebræ; above the anterior end of the swim-bladder it widens out on each side into a considerable "head-kidney" (*re'*), which even extends forward beyond the trunk under the skull; it is pierced by the nerves for the pectoral fins. The narrow part of the kidney lying under the spinal column here contains canaliculi; these are wanting however in the front portion, so far as I have seen. A urinary bladder seems also to be wanting here.

Genital organs. The ovaries (*go*) are only confluent in the posterior half, the first half being free; the common oviduct lies as usual dorsally to the rectum. The ovarial lamellæ are placed transversely. From the anterior end of the ovary a large vein runs along the free margin of the mesoarium to the Ductus Cuvieri.

I have not seen the testes; the 4 specimens dissected by me were all females[16].

Notes.

Amphisile.

[1]; p. 51 (13):

The exoskeleton in *Amphisile* has been mentioned, it need hardly be said, in all descriptions of the species right from the earliest; hitherto, however, all the statements regarding it have kept to what could be seen directly from the outside of the fish and even the most complete descriptions contain errors. Whilst the dorsal armour could hardly escape attention, the ventral armour with its much thinner and weaker parts has often been quite overlooked or — not least in recent years — quite misunderstood. Linné (23a, p. 336) brought together in concise form the essential points known in his time regarding this genus; for the genus *Centriscus* (= *Amphisile*(*n*) Klein) he names only the dorsal armour: "Corpus dorso loricatum", for the species *C. scutatus* likewise: "Singularis piscis loricatus testa ossea longitudinali postice in spinam terminata, sub qua cauda". This is repeated in Ed. XII (23b, p. 415) (where however the diagnosis of the genus is altered owing to the inclusion of the

species *C. scolopax*). In Gmelin's edition of the Systema Naturæ, Ed. XIII (23c, p. 1460) the ventral plates are also mentioned: "Dorsum scutis glaberrimis, auratis, arctissime inter se conjunctis tectum, posterius longa cuspide armatum; abdomen scutis 10—12, in margine inferiori membrana tenui laxius ambinatis". Lacépède (22, p. 114 et seq.) in his detailed description compares *Amphisile* with a turtle, especially with "la tortue luth", which is said to lack the ventral shield. It is stated however, p. 118: "Chaque côté du corps est garni de dix ou onze pièces écailleuses, minces, et placées transversalement. Elles sont relevées dans leur milieu par une arête horizontale; et la suite de toutes les arêtes qui aboutissent l'une à l'autre, forme une ligne latérale assez saillante. Ces lames sont un peu arrondies dans leur partie inférieure, et réunies avec les lames du côté opposé par une portion membraneuse, très-mince, qui fait paraître le dessous du corps très-caréné". This description shows on the one hand, that Lacépède has noticed the plates of the ventral armour, but on the other hand that he has quite misunderstood these; he obviously unites them with the part of the dorsal armour which lies ventral to the connection with the spinal column; only in this way can he make them divided at the continuous horizontal ridge, which is obviously due to the lower margin of the dorsal armour. Cuvier (7a, p. 269) states: "Le dos est cuirassé de larges pièces écailleuses, dont l'épine antérieure de la première dorsale a l'air d'être une continuation (he thus considers the dorsal spine as a spinous ray). Les uns ont mêmes d'autres pièces écailleuses sur les flancs". In the 2nd edition of Cuvier's "Leçons d'Anat. comp." (7b) the following is added (by Laurillard), after some remarks on the spinal column, Vol. I, p. 229: "Les apophyses transverses semblent manquer; mais peut-être la cuirasse qui recouvre le corps de ces poissons et que l'on a prise jusqu'à présent pour un composé d'écailles, est elle formée par ces apophyses, comme la carapace des tortues l'est par les côtes et les apophyses épineuses des vertèbres".

Agassiz (1b, p. 274) gives a short description of the genus *Amphisile*, most probably made from *A. strigata*, as he mentions that the dorsal spine "se termine par un rayon articulé". The description is correct in all essentials — except that Agassiz like most other authors considers the bones in the first dorsal fin simply as rays. The ventral armour is not mentioned the first time (1a, Vol. I, p. 90) when he characterises the dermal plates in *Amphisile* in the following manner: "Les Amphysiles ont de véritables écussons ganoïdiques, c'est-à-dire recouverts d'une couche d'émail, au-dessous de laquelle des canaux médullaires rayonnent en avant et en arrière. Ces écussons sont engrénés les uns avec les autres par des bords sciés en peignes". In the later description cited, Vol. IV, Agassiz seems however to have become aware of the ventral armour, as he says: "Des plaques très-comprimées, plus nombreuses que celles du dos, forment, tout le long du ventre, une quille tranchante qui est embrassée, dans sa partie antérieure, par deux lames tranchantes appartenant au préopercule". "Tout le long des côtés, on remarque un espace étroit qui n'est point recouvert par les plaques écailleuses". But as he states (ibid., p. 275—276), in the special description of the skeleton in *A. scutata*: "Des arceaux cornés, semblables aux pièces sternales du hareng, ceignent les cavités abdominale et interpectorale, et tiennent lieu de côtes, qui manquent complètement", Agassiz cannot have been quite clear as to the ventral armour. Heckel (15 pp. 223 and 225) calls them "Kielrippen (côtes sternales Agass.)" and believes that similar formations are lacking in *Centriscus*. The same view of parts of the ventral armour as replacing ribs appears again, though in more definite form, in Günther; the latter has perhaps taken the idea from Agassiz, and from Lacépède or Cuvier (Laurillard) the comparison with the turtle, which has had a very unfortunate influence on his and more recent views of the exoskeleton in this fish. His views of this and of its relation to the inner skeleton are summed up by Günther both in the Catalogue (14a, p. 527) and in the "Introduction" (14b, p. 510) in the following sentences: "*Amphisile* may be considered as a Chelonian form among fishes", a conclusion found through-

out a series of misinterpretations. Apart from these, which I shall point out directly, and from various other, less correct data which will be dealt with later, Günther has described this form in a more detailed manner than most of the other authors, not excepting Agassiz, and on many points Günther's account is good and correct so far as it goes. The dorsal cuirass is described (p. 526) correctly in all essentials; that G. counts 6 plates in the lower row (the lateral) has arisen from the fact that he has not recognised the supraclavicle as such but takes it to be a plate of the cuirass. On the other hand, he has rightly recognised the part of the clavicle as such (*cl* in my fig. 1, Pl. I) and keeps it distinct from the true dorsal armour. It may be specially mentioned that G. was the first who suspected the true nature of the dorsal spine, as he says: "The long moveable (should be immoveable!) spine in which the cuirass terminates is evidently an interneural, since, in the second species, the first spine of the dorsal fin is joined to it". It is only the dorsal cuirass that G. regards as true armour; this is shown already in his diagnosis of the genus (p. 524) where it is only stated: "Body — provided with a dorsal cuirass which is formed by portions of the skeleton"; and later under the description of *A. scutata* (p. 525) it is said: "The whole head and back are cuirassed with smooth bony plates, whilst the abdomen is covered with a very tough skin", and in more detail on p. 526: "The inferior half of the side of the trunk is covered by a transparent tough covering, which passes into a broad cutting fringe inferiorly; this fringe extends the whole length of the abdomen, and the whole covering is supported by the coracoid and by seven or eight ribs". G. has thus in the first place not noticed the boundaries of the plates from one another and in the second quite misunderstood their structure; his coracoid and the 7 or 8 ribs are in fact merely the rachides on the lateral plates (the "coracoid" is the rachis on the 5th plate; see later). This misinterpretation is in complete agreement with the whole of Günther's incorrect views on the morphology of the dorsal armour, expressed (l. c., p. 527 *) in the following words: "I am of opinion that the dorsal cuirass is not a dermal production, but formed by modified parts of the endoskeleton; its composition, the number and position of its single parts, and, finally, the first dorsal spine, which in *A. punctulata* is so singularly attached to it, favour this opinion. The plates which occupy the vertebral line would correspond to the neural spines, and the lateral plates on which the ribs are suspended, to the parapophyses. *Amphisile* may be considered as a Chelonian form among fishes". It appears quite extraordinary, that the position of the musculature in under the supposed spinous processes, covered by these (which may be seen indeed without preparation) and a "coracoid" (i. e. postclavicle) in front of the pectorals etc., did not raise some doubt in Günther's mind as to the correctness of such an interpretation; it is obviously the Chelonian idea which has controlled and confused the account.

In a notice by Steindachner (31) of about the same time we find the following remark: "Bleeker und andere Ichthyologen unterscheiden in der Beschreibung von *Amphisile* nur Bauch- und Rückenschilde, während doch Bauch-, Seiten- und Rückenschilder vorhanden sind, welche durch wahre Naht mit einander verbunden sind". No further explanation is given, but S.'s "Seitenschilder" must be the lower row of plates in the dorsal cuirass, just as with Hilgendorf. Lütken (24a) speaks of sutures between the ventral plates of this and that number, but at the same time of the number of "ribs" occurring in the different species, from which we may suppose that he agrees with Günther's views. The only protest against this that I have found anywhere occurs in Hilgendorf (17, p. 54) in the following words: "Die Bauchplatten und deren knöcherne Verstärkungslisten können nicht, wie dies wohl geschehen, mit Rippen in Verbindung gebracht werden, dazu ist ihre Zahl schon zu gross, während die knöchernen Seitenplatten in der Zahl mit den Wirbeln correspondiren und auch, mit Ausnahme der letzten, mit ihnen in continuirlicher Verbindung stehen". This protest seems to

* The same is repeated in the "Introduction" (14b) practically in the same words.

have been quite overlooked hitherto; even in 1903 we find in JORDAN and STARKS (20, p. 71) under the family diagnosis for *Amphisile*: "Ribs developed", and under the description of *A. strigata*: "There are 11 lower ventral plates (ribs), 2 in front of the pectoral and 9 behind". And the supposed identity of the dorsal cuirass with inner skeletal parts — against which however HILGENDORF does not protest — is found again both in 1902 and 1903 in STARKS (30, p. 625; where the presence of ribs is also mentioned) and in JORDAN and STARKS (l. c. p. 70).

[2]; p. 58 (20):

Information on the inner skeleton is scarce in the earlier literature. Apart from STARKS' investigations on the pectoral girdle and his few remarks on some of the bones of the skull (given below, see note 3 p. 96 (58)) we have information, based on personal investigations, from CUVIER (7 b), AGASSIZ (1 b, p. 275), GÜNTHER (14 a, p. 527), HECKEL (15, p. 223) and HILGENDORF (17). In the addition inserted by LAURILLARD in CUVIER's "Leçons" (2nd edition, Vol. I, p. 229), it is stated that the first 5 vertebræ are elongated without transverse processes and that the spinous processes are greatly inclined backwards, so much so that the dorsal fin projects out over the tail; the number of vertebræ is stated to be 15—16 in all. Both AGASSIZ and GÜNTHER give the correct number of vertebræ, 20, but whereas A. counts 8 to the abdominal and 12 to the caudal vertebræ, G. gives respectively 6 and 14. The information on the part of the spinal column lying outside the cuirass is — so far as it goes — in the main correct, most complete in AGASSIZ; on the other hand, the statements regarding the part enclosed within the cuirass are very imperfect. Both have seen that the first 6 vertebræ are much elongated, but we get no information regarding the connection with the armour, the relation of the interspinous bones etc. AGASSIZ has clearly not been able to distinguish between the spinous processes and the interspinous bones in this region, as he only mentions the interspinous bones which lie behind the dorsal spine; his words are:

"Les corps des six premières [vertèbres] sont tellement allongées, qu'ils forment à eux seuls toute la portion de la colonne qui est recouverte par la carapace. Leurs apophyses épineuses sont filiformes et démesurément longues, surtout les antérieures, qui se prolongent jusqu'à l'extrémité du tronc, ou plutôt jusque sous la grosse épine qui termine la carapace, en avant de l'insertion des osselets interapophysaires qui portent les rayons épineux ou la partie antérieure de la dorsale. Les deux dernières vertèbres abdominales sont courtes, semblables à celles de la portion caudale; celles-ci, au nombre de douze, ne forment pas, dans leur ensemble, un espace de la colonne qui égale en longueur plus du quart de celui qui est formé par les six vertèbres abdominales antérieures. C'est entre les deux dernières vertèbres abdominales, et en arrière de la première caudale, que se fixent les trois osselets interapophysaires qui portent les trois rayons épineux de la première dorsale; mais la longue pointe qui est au devant d'eux est produite par le prolongement de l'extrémité postérieure de la carapace, au bout de laquelle est articulé un rayon épineux". It is very probable that A. made his observations on a dried, shrivelled specimen, in which case it is impossible to see the details in question; perhaps the same and only specimen in the Paris Museum, concerning which BRÜHL (5 b, p. 51) writes: ".... ein kaum ein halb Millim. breiter, vertrockneter, häutiger, derber Streifen.... ist der ganze Rest der Wirbelsäule, an dem Nichts zu erörtern möglich". That GÜNTHER cannot have seen anything of the spinous processes and interspinous bones in the region in question is quite obvious, otherwise his view of the dorsal cuirass would have been altered at once; he states: "These (six) abdominal vertebræ are extremely slender, the third alone being nearly as long as the whole caudal portion; they have a slight ridge superiorly and inferiorly and on each side; the whole portion lies in the uppermost concavity of the dorsal cuirass".

HECKEL (15, p. 225) only says that in the fossil *A. heinrichi* the 6 anterior vertebræ lying

under the dorsal cuirass are elongated, especially the first 4; and the figures only show their corpora preserved. After examination of recent *Amphisile* H. (l. c., p. 223) stated that all the rays in the first dorsal fin lacked interspinous bones, "sie verlängern sich nach unten zu und schieben sich unmittelbar selbst zwischen die Dornfortsätze der Wirbel ein, können sich daher ohne Articulation auch nicht nieder legen". The observation is indeed correct, but not the interpretation. He has so little knowledge of the skeletal parts lying under the dorsal cuirass and connected with this, that on comparing them with *Centriscus* he says: "An *Amphisile* dagegen fehlt der starke Rückenflossenstrahl sammt den Trägern und dem stützenden Gerüste; seine Stelle vertritt, sonderbar genug, ein analoger runder Dorn, der unmittelbar an der Spitze des letzten wagrechten, über das darunter abwärts gebogene Schwanzende hinaus verlängerten Rückenschildes ansitzt und daher nicht dem Skelete, sondern vielmehr der hornartigen Hautbedeckung angehört, durch welche beinahe der ganze Fisch wie in einer glatten halb durchsichtigen Scheide eingeschlossen ist". Hilgendorf says nothing about the spinal column, but his views regarding the dorsal spine are more correct than any previous; and he has seen — without knowing Heckel's observations — that the "spinous rays" behind the dorsal spine had no articulation. His remarks (l. c., p. 54) are *in extenso*: "Morphologisch besteht der Stachel zwar, wie Günther angiebt, aus einem Flossenstrahlenträger, auf dem eben der (bei *punctulata* bewegliche) Stachel aufsitzt. Aber daneben ist wohl auch noch eine Bekleidung durch eine Hautplatte anzunehmen, und vielleicht ist selbst noch ein zweiter Strahlenträger in ihm enthalten; darauf deutet wenigstens die complicirte Querschnittsfigur, auch sieht man am Skelet zwei Knochenstäbchen sich nach vorn gegen die Rückenwirbel hinabziehen. An den drei zwischen der ersten und zweiten Dorsalis gelegenen Stacheln sehe ich keine Andeutung eines Gelenkes und es ist schwer zu sagen, ob sie nur den Flossenträgern oder diesen und den damit verwachsenen Strahlen gleichwerthig sind".

To complete the list of authors I may add that P. Gervais (11, p. 529) in mentioning the fossil *A. heinrichi* Hckl. gives a very poor text-figure (fig. 50) of the skeleton of a recent "*Amphisyle* de la mer des Indes". The note says: "La figure d'*Amphisyle* que nous donnons ici sous le no 50 est celle de l'*Amphisyle velitaris*, actuellement vivant dans la mer des Indes, dont M. Agassiz a déjà signalé les principales particularités ostéologiques. La plus curieuse de celles qu'elle présente est sans contredit le grand allongement des cinq premières vertèbres, qui dépassent considérablement ce que l'on voit chez les Centrines (sic!) et chez les autres poissons de la famille des Bouches en flûtes. On a enlevé sur l'individu ici représenté une partie des téguments du côté droit de manière à laisser voir la colonne vertébrale dont les premières vertèbres ont en effet une longueur insolite".

[3]; p. 63 (25):

Regarding the skeleton of the head the literature contains practically nothing; the most complete account is that given by Agassiz (l. c., p. 276), but this is altogether vague and contains various inaccuracies. Several authors naturally have noticed the large preoperculum with its thin plate covering the anterior ventral plates; but regarding the mandibular suspensorium, the composition of the long, tube-like snout etc. there is virtually nothing. Most recently Starks (30, pp. 625, 633) has stated rightly that the parietal and opisthotic bones were lacking, that the posttemporal was attached to the skull and that the basioccipital (condylus) was concave (in contrast to *Fistularia* and *Aulostomum*). On the other hand, his view that a myodome was wanting may be disputed and his statement "pterotics normally placed" is incorrect, as also that a V-shaped process of the epiotic can be seen on the lateral aspect of the skull.

Some of Starks' statements are repeated in Jordan and Starks (20, p. 71).

Concerning the bones of the gill-cover Agassiz (1 b, p. 276) wrongly states that: "l'opercule

et le sous-opercule forment à eux seuls la partie mobile de l'appareil operculaire"; and Günther's statement (13a, p. 526) that "the pre- and interoperculum are united into one bone" is just as little correct.

Concerning the mandible we find in the diagnosis of the *Hemibranchii* by Smith Woodward (36, p. 369): "Mandible simple, each ramus consisting only of two elements (dentary and articulo-angular)". This is however incorrect; there is an independent angular in all the forms which S. W. includes under *Hemibranchii*.

[4]; p. 66 (28):

Cope is — so far as I know — the only author who has given any information on the branchial apparatus in *Amphisile* (6, p. 457). After first characterising the group *Hemibranchii* in the following manner (l. c., p. 456): "Superior branchihyals and pharyngeals reduced in number (which as mentioned on p. 42 (4) is incorrect), inferiors separated", he states regarding *Amphisile*: "Fourth superior branchihyal (i. e. epibranchial IV) and all the superior pharyngeals wanting". That all these statements are likewise incorrect appears from the description and figures given by me here. Gill (1a, p. 156 and 164) repeats Cope's words regarding the branchial apparatus and Starks in his diagnosis of the *Hemibranchii* (30, p. 623) again gives Cope's incorrect statements as follows: "superior pharyngeals and usually elements of branchial arches reduced in number" and p. 625 for the family "*Centriscoidea*" i. e. *Amphisile*: "branchial system feebly developed".

Concerning the gill-rakers in *A. punctulata* Kner (21a, p. 534) states: "Die Rechenzähne des ersten Bogens sind relativ starke nach vor- und einwärts gekrümmte Hakenzähne, die der folgenden Bögen stellen niedere Höckerreihen vor".

Regarding the hyoid I find the following in Agassiz (1b, p. 276): "Les cornes latérales de l'os hyoïde sont aussi démesurément longues". I am not sure what he means by this; perhaps the long ossified tendons which spring from the urohyal?

The number of the branchiostegal rays, which are often used by systematists, especially when they can be easily observed, is given as follows: Agassiz (l. c., p. 276) 5, Peters (l. c., p. 335) 4; Steindachner (l. c., p. 766) 3 (4?); Günther (l. c., p. 526) 3. Kner (21a, p. 534) states on the other hand that he has not been able to find any trace of branchiostegals (in *A. punctulata*)!

[5]; p. 67 (29):

Starks cites no earlier account of the pectoral girdle than Günther's comparison of the external characters in *Amphisile punctulata* (not *A. strigata*, as Starks says) with those in *A. scutata*, the latter of which is quite ignored by Starks. Nor is there much to be found in the older literature; I know only the following. In Agassiz (1b, p. 276): "Les pectorales.... sont portées par la saillie postérieure du humérus (i. e.: clavicle), auxquels s'attachent les cubitus (i. e.: coracoid) qui se réunissent en avant, comme les apophyses antérieures des deux humérus le font sous la gorge. L'osselet styloïde (i. e.: postclavicle) est derrière l'insertion des pectorales". Günther (14a, p. 526; *A. scutata*) states: "The humerus (i. e.: clavicle) also contributes to the bony covering of the body; a long horizontal portion of it extends from the operculum to the base of the pectoral fin; it fits into the shallow notch of the dorsal cuirass mentioned, and is of a lanceolate shape, tapering into a point posteriorly". From the subsequent sentences, which describe the ventral armour (cf. citation above, p. 94 (56)), and the account of *A. punctulata* on p. 528, it is seen that G. has taken the rachis in the 5th ventral plate to be the "coracoid", i. e. the postclavicle, although this can often be seen lying deeper in through the abdominal wall.

Hilgendorf (17, p. 54), who rightly denies that the ventral plates have anything to do

with ribs, is only partly right however in the following: "Auch die Ausdrücke Humerus und Coracoid, die man zur Bezeichnung der äusseren, zwischen Kiemenöffnung und Brustflosse sichtbaren Theile angewandt hat, sind morphologisch nicht zu rechtfertigen; es handelt sich hier um reine Hautbildungen; die wirklichen Knochen liegen unter der Haut verborgen an der Brustflossenbasis". Regarding the "true skeletal parts" he says nothing.

[6]; p. 69 (30):

Regarding the pubic arch I have not been able to find anything in the literature beyond Günther's statement (14a, p. 527), that "a rudimentary pubic bone is visible within the fringe".

[7]; p. 69 (30):

It has long been known that the ventral fins are united in *Amphisile*. Linné in Ed. X, p. 336, states "Pinna ventralis unica"; Lacépède calls them "réunies". On the other hand, Agassiz (1c, p. 274) says: "celles des deux côtés du corps sont tellement rapprochées qu'on les croirait confondues, si un examen attentif ne permettait de reconnaître leur parité". Later, Kner again maintained their fusion (21a, p. 535), as also Steindachner (31, p. 765). The sexual difference in the ventral fins, long in the males, short in the females, was observed by Kner (l. c.) in *A. strigata* (not *scutata*, as Günther believes), and it has been mentioned later by others, that some specimens of this species have long, others short ventral fins (e. g. by Jordan and Starks; 20 p. 72). When the number of rays is given differently and (with exception of Lacépède and Agassiz) as a rule too low, this is probably due to the spinous ray being overlooked. The only one who expressly mentions this is Agassiz (l. c., p. 276), who rightly says: "un premier, petit épineux, à peine perceptible à la loupe, suivi de cinq rayons simples articulés, successivement plus grands". His statement concerns probably *A. strigata* (cf. supra), but he calls his species *A. scutata*. There is indeed on the whole a certain amount of confusion in the use of the specific names. Linné gives the number of rays as 6 (i. e. 3, as he only counted one fin); Lacèpéde: 5 (possibly *A. strigata*, as he speaks about the dorsal spine being divided longitudinally into an upper and a lower part); Günther: 3 (*A. scutata*), 4 for the other two species; Peters: 4 (*A. punctulata*); Kner: 4 (*A. punctulata* and *strigata* *); Steindachner: 4 (*A. scutata* (=*macrophthalma* Stdchr.) and *strigata* (= *scutata* Stdchr.)).

Whilst the number of rays given by the different authors for the pectoral fins in recent species agrees with that found by me (or may vary by 1 more or fewer), Heckel (15, p. 225) gives only 2 for the fossil *A. heinrichi*, "die im Gegensatz zu den völlig ungetheilten Strahlen der *Amphisyle scutata* gespalten und so lang sind als die halbe Mundröhre vom Auge angefangen"; and Sauvage also states (28, p. 402): "La pectorale n'est composée que de deux rayons aussi longs que la moitié de la hauteur du corps à ce niveau". There is no doubt, however, from the figures of both authors, that what they have taken as the 2 rays of the pectoral are the postclavicles of the two sides! Of the true pectorals there is no trace in their figures.

[8]; p. 73 (35):

Concerning the anatomy of the soft parts I have only found the following, in Günther (14a, p. 525) under the diagnosis of the genus: "Pyloric appendages none", and on p. 527, after remarks on the appearance of the swim-bladder (seen from outside): "The oesophagus passes gradually into the stomach, which is situated below the air-bladder; it does not appear to be much wider than the intestine following; the latter makes a single complete circumvolution and then proceeds to the vent. Ovaria and testicles are situated behind the air-bladder". What Günther considers the stomach is thus the anterior portion of the small intestine.

* What Kner in the male of this species ("*scutata*" Kner) calls "ein Paar sehr kurzer Stützstrahlen, die neben einander stehen" must be the spinous rays.

°; p. 77 (39):

Concerning the armoured portions of the exoskeleton I find the following information in earlier literature.

Cuvier (7a, p. 268): "Dans les Centrisques proprement dits. La dorsale antérieure situé fort en arrière, a sa première épine, longue et forte, supportée par un appareil qui tient à l'épaule et à la tête. Ils sont couverts de petites écailles, et ont de plus quelques plaques larges et dentelées sur l'appareil dont nous venons de parler".

The dorsal cuirass of *Centriscus* is figured by Rosenthal (27, Plate X, fig. 11), but very imperfectly. The explanation of the figure (l. c., p. 37) states sub II. Rumpf. C. "Die Gürtelknochen (i. e. the clavicular arch) bestehn aus zwei Stücken, von denen das obere sehr klein ist. Sie erhalten durch die Verbindung mit dem Rückenschilde (my dorsal cuirass) z., welcher den ersten starken Rückenstachel aufnimmt, eine vorzügliche Festigkeit". Nothing is said about the connection with vertebræ; all that is noted about the vertebræ is that "die vier ersten sich durch einen verlängerten Körper auszeichnen".

L. Agassiz (1a, Vol. IV, p. 272) in describing the skeleton of *C. scolopax* only mentions the cuirass as "la plaque osseuse qui va de l'humérus au premier rayon de la dorsale".

Kner (21b, p. 258) comparing *Centriscus* with *Zeus*, says: "Die Lage des Seitencanales bezeichnen 3—4 grosse, schief stehende Schilder, ähnlich denen der Carangen, die am hinteren Rande fein gezähnelt und längs der Mitte gekielt sind. Dieser Kiel setzt sich über der Kiemenspalte vorne bis zum Auge fort, verschwindet aber nach rückwärts. Beiderseits des Bauchkieles liegen vom Isthmus an ebenfalls drei längliche, schwach gekielte Schilder, mit erhobener, centraler Spitze und radiär auslaufenden Furchen. Hinter den Bauchflossent welche in der durch den jederseits vorstehenden Bauchkiel gebildeten Furche eingesenk, liegen, folgen bis zum Anus noch zwei mediane gekielte Schilder mit gezähneltem Rande".

Günther (14a, p. 520): "Several bony strips are visible on the side of the back: one arises from the side of the nape and proceeds towards the first dorsal spine, where it meets its fellow of the other side. Another strip commences from the scapulary region and represents a sort of lateral line; it is composed of three bones, each bone having a horizontal and an oblique portion, which cross each other. The margins of the thorax and of the abdomen are covered with several bony plates which have a cutting longitudinal ridge along the middle". Later (ibid. p. 521) describing the vertebral column, G. says: "The bony strips, which are visible externally,.... are the modified ribs with their epipleurals". Of the real mode of connection with the vertebræ G. has no clear apprehension. In his "Introduction (p. 509) G. in characterizing the genus only says: „... some bony strips on the side of the back, and on the margin of the thorax and abdomen; the former in one species are confluent and form a shield". The species alluded to is of course *C. humerosus*.

O. Hertwig (16, p. 105—108) in describing the dermal structures of *Centriscus* only mentions the plates of the cuirass in the following way (p. 107): "Dagegen haben sich in der Seitenlinie von der Scapularregion an drei umfangreichere Knochenplatten entwickelt, die mit vorspringenden Blättern und Stacheln in grösserer Zahl bedeckt sind. Knochenplatten mit ähnlichen Rauhigkeiten sind am Bauchkiel und am Kopf nachweisbar". In his concluding remarks ("Vergleichung", p. 108) he states: "Die umfangreicheren Knochenstücke am Kopf, in der Seitenlinie und am Bauch erklären sich aus stattgehabter Verschmelzung ursprünglicher discreter Ossificationen, worauf die zahlreichen Vorsprünge, die als Leisten, Kämme oder Stacheln verschieden modificirt sind, hinweisen". That this view is erroneous is shown by an examination of quite young stages (cf. p. 77 (39)).

W. Sørensen (32, p. 64) in his description of the anterior vertebræ says: ".... the large processus transversi of the 2nd to the 4th vertebræ are connected by dense connective

tissue with some keeled scales, which are considerably larger and especially longer than the rest of the dermal covering"; adding in a foot-note that he has not devoted any further attention to these scales.

Jordan and Evermann (19, p. 758): "Some bony strips on the side of the back and on the margin of the thorax and abdomen, the former sometimes confluent into a shield". Quite the same is said by Jordan and Starks (20, p. 68 and 69).

Goode and Bean (13, p. 483) characterize the family Macrorhamphosidæ as: "Hemibranchiates with compressed body, armed with bony plates on belly and anterior parts of body".

[10]; p. 78 (40):

L. Agassiz (1a, Vol. 1, p. 90) was the first to recognize the peculiarities of the scales. As his description seems to have been totally overlooked by all later authors, I quote it here *in extenso*: "Les Bécasses de mer (Centriscus) ont un type d'écailles tout particulier. Ce sont de petites esquilles lisses, cachées dans la peau, surmontées d'une tige cylindrique et courte qui s'étale de nouveau à la surface de la peau en un écusson de forme trapézoide. Cet écusson montre plusieurs carènes qui rayonnent en arrière et qui se terminent par des pointes assez effilées".

Later Kner (21b, p. 258 (27)) pointed out the main feature of the scale, viz. that it is composed of a basal part ("Wurzeln") and a scale-plate ("Flächenausbreitung der Schuppe").

O. Hertwig has given a detailed description of their form and relation to the dermal layers, including also some of the simpler forms, e. g. those of the eye, the base of the pectoral fin, and of the fin-rays. In addition, he has examined "eine zweite sehr kleine Art, den *Centriscus brevispinis*", in which he finds a much simpler type of scale; hence he concludes: "Alles macht den Eindruck, als ob das Hautskelet vom Centriscus brevispinis sich rückzubilden im Begriffe stände". According to Lütken, however, (24b, pp. 586, 610), this "species" is a young stage of *C. gracilis* Lowe*; Hertwig's description therefore, and his figure (Pl. 1, fig. 26) do not concern stages of reduction but stages of development of the scales, such as will be found also in the other species of the genus.

L. Vaillant (33a, p. 126 and 33b, p. 338) describes the scales anew and gives one figure (Pl. XXVII, fig. 3); apparently without knowing Hertwig's much more detailed description. The plates as well as the different forms of the scales are not mentioned.

[11]; p. 82 (44):

Information regarding the inner skeleton is given by Rosenthal (27), Agassiz (1b), Heckel (15), Brühl (5a and b), Günther (14a) and W. Sørensen (32); and in recent years by Starks (30) and Siebenrock (29) for the pectoral girdle and some points in the skull. Apart from Rosenthal's statement (quoted above under 9) regarding the elongation of the 4 anterior vertebræ, Agassiz (l. c., p. 272) was the first, so far as I am aware, to give any information regarding the spinal column and the interspinous bones. He states that there are 9 abdominal and 14 caudal vertebræ. He further says, regarding the anterior vertebræ:

"Les cinq premières vertèbres abdominales sont remarquables en ce que leur corps est très-allongé, saillant en forme de double cône dans la cavité abdominale, et que les deuxième troisième et quatrième ont de très-grosses et larges apophyses transverses qui s'étendent horizontalement jusqu'à la plaque osseuse qui va de l'humérus au premier rayon de la dor-

* Lütken's statement (24b, p. 586 (178)), that young individuals of *C. gracilis* of 17 mm. and below are without ventral fins, is incorrect. I find the ventrals quite conspicuous, with the fin-rays discernible, in the smallest specimens of 7—8 mm. length. They might also perhaps be found (e. g. through suitable staining) in stages of *C. scolopax*, corresponding to those of 10 mm. length, figured by Emery (8, Pl. I, fig. 12) and said by him to lack ventrals (8, p. 12.)

sale". "Le premier épineux, de la dorsale qui est petit, et le second, qui est très-grand sont articulés sur d'immenses osselets interapophysaires, dont l'extrémité s'etend jusqu' au corps des vertèbres".

In the addition made by Laurillard in the 2nd edition of Cuvier's Leçons (7b, p. 228) it is only said, that the first four vertebræ have the bodies swollen at both ends, with very long and broad transverse processes, and that the extremely high, posteriorly directed spinous processes cause the dorsal fin to lie on the posterior part of the body. Brühl (5b, p. 51), who has only seen an imperfect specimen in the Paris Museum, probably the one that served for the notes in Cuvier and possibly for Agassiz, gives only 4 abdominal vertebræ with biconical bodies and large transverse processes. Heckel (15, p. 223) noticed that the last 4 "rays" in the anterior dorsal fin extend in between the spinous processes without showing any articulation, from which he concludes that they lack interspinous bones, like the corresponding parts in *Amphisile*. The same observation with the same interpretation was made by Kner (21b, p. 26 (257), Note 2). Regarding the large spinous ray of this fin Heckel observed that it "sich bei einer gewissen Wendung so weit nieder legen lässt, dass er die nachfolgenden steifen gelenklosen Strahlen zum Theile unter seine rinnenförmige Aushöhlung aufnehmen kann. Ferner wird der sehr schief liegende Träger dieses Strahles, welcher sich zwischen die Dornfortsätze der vorderen mitsammen verwachsenen Wirbelkörper einschiebt, durch eine feste Membrane mit einem voranstehenden noch stärkeren Träger verbunden. Diese letztere Hauptstütze, auf welcher auch der sehr kleine erste Rückenflossenstrahl sitzt, dient zugleich dem beinahe leistenförmigen Rückenschilde als Auflage, wird aber selbst wieder an jeder Seite von zwei kräftigen Endspitzen festgehalten, welche ein, mit den drei ersten breiten Querfortsätzen verwachsenes aufrichtes Gerüste, gleich Strebepfeiler ihm entgegen sendet".

What Heckel here calls "Rückenschild" must be the upper expanded margin of the first two interspinous bones (see fig. 2, Pl. II) and his "aufrechte Gerüste" is the dorsal armour, the structure and other relations of which he thus does not seem to have understood. The same may also be said regarding Günther, whose description (14a, p. 521) is *in extenso* as follows:

"The vertebral column is composed of eight abdominal and sixteen caudal vertebræ; the former are distinguished by their strength and large size, a peculiarity which is in intimate connexion with the circumstance that they form the base of other strongly developed bones; their parapophyses are strong, rather long, and those of the first four vertebræ have their extremities united. The bony strips, which are visible externally, and which we have mentioned in the description of the outward characters, are modified ribs with their epipleurals. The neural spines of the three anterior vertebræ are strong, especially that of the third, which corresponds to the interneural of the second dorsal spine. This interneural is situated behind the third neural, and ends in three articular processes which receive two others of the dorsal spine between them".

By far the most complete information on the anterior part of the vertebral column is given by W. Sorensen (32, p. 63 etc.); it is not only correct in all essentials, but likewise complete. As his paper is written in Danish and therefore not so readily accessible, I may give here a full translation of his remarks.

"The necessary support for the interspinous bone (of the large spine) is obtained in a very complicated manner. The transverse processes of the first vertebra, which are not a little shorter than those of the following vertebræ, fit into a pair of transverse depressions on the side of the foramen magnum; these depressions are formed chiefly by a prominent transverse ridge on the lateral occipitals which lies under the transverse processes of the first vertebra. Movement in the articulation formed in this manner arises for a very small part from articulating surfaces, mostly from ligamentous connective tissue. The articulation

permits some movement up and down, but very little from side to side, the latter being rendered even more difficult by the stout transverse processes on the 2nd to the 4th vertebræ being bound by means of dense connective tissue with some keeled scales, which are considerably larger and especially longer than the remainder of the external covering. In this way movement between the first 4 vertebræ is also considerably reduced. The interspinous bone of the long spine is not so long and scarcely so stout as the spine itself; it is a dagger-shaped, almost rounded bone, with two grooves, in front and behind, for muscular tendons. It is well-supported at the base owing to the fact, that the part which extends up over the spinous process of the 3rd vertebra is connected with a (rayless) interspinous bone, which is provided laterally with a pair of low muscular crests in the form of a rounded ridge, the lower end of which is wedged in between the spinous processes of the 2nd and 3rd vertebræ and even reaches to the vertebral arches. A similar, but slightly weaker (rayless) interspinous bone is found between the 1st and 2nd vertebræ, and a similar, but much weaker interspinal rests against the anterior face of the spinous process of the 1st vertebra and above sends forwards a process, which is connected by means of a short and tough, ligamentous connective tissue with a similar process on the supraoccipital. The whole of this narrow bony plate formed by the rayless interspinous bones is flexible, but the single pieces are not articulated together; the interspinous bones themselves are connected by a kind of "harmonia" and their upper, thickened margins are united by a kind of suture. — In agreement with this, the connections between the first 4 vertebræ are but little movable, as their arches (and articulating surfaces) are kept in place over a fairly long distance by a kind of "harmonia". — The vertebral centra are, as is usually the case where the connections are immovable, slender and of the ordinary hour-glass shape. The interspinous bone ends above in 3 compressed elevations, one medially and one weaker on each side. The central elevation is thickened at the middle of its upper edge into a knot, which is raised somewhat and has on the sides a small pit, into which fits a protuberance or button on the inner side of the deeply cleft base of the ray. In this way is formed the articulation between the ray and interspinous bone. — On the lateral faces of the central elevation on the interspinous bone and on the inner surfaces of the deeply cleft base of the ray there are about ten circular, sharp-edged keels (fig. 16), which fit into one another and are shiny (as if polished) at the margin and on the one side: the keels of the interspinous bone on the surface directed upwards, those on the ray on the downward surface. On the outer sides of the deeply cleft base of the spine and on the inner side of the two outer elevations on the interspinous bone there are similar keels, but only a few and much weaker.

Musculature. For the long spine there are the usual 2 pairs of muscles; the M. anteriores, which are much stronger than the M. posteriores, fill the space between the interspinous bone and the rounded muscular ridge on the preceding (rayless) interspinous bone. Both pairs are provided with long tendons, which are attached somewhat high up on the ray.

In the dead fish the long spine is so fixed that it cannot be moved, neither by means of its muscles nor by the fingers without using force. After I had observed the above described, circular keels and their nature, and thus learnt that the fixing depends on the downward pressure of the ray on the interspinous bone, I was able to unfix the joint by raising the ray and at the same time giving it a circular turn, just as was the case with the earlier described Triacanthus. The ray is most probably fixed by the simultaneous action of the M. anteriores and posteriores. — The specimens were too small to determine whether the portions of connective tissue, which occur between the spine and the interspinous bone, either the front part or that at the joint, serve to undo the latter, similar to what occurs in Triacanthus; how the fish itself unlocks the joint is thus unknown".

In different recent authors, such as Cope, Jordan and Evermann, Bean and Goode, Starks,

Jordan and Starks, the diagnoses state that the anterior vertebræ are elongated, but nothing is added to what has been observed by the earlier, above-named authors.

The fact alone, that ribs occur and that the anterior vertebræ are not elongated in the fossil genus *Rhamphosus* Ag. shows that this cannot be nearly related to *Centriscus*. This has been generally accepted hitherto (cf. Smith Woodward (36, p. 377)), since Blainville brought the oldest known specimen even into the genus *Centriscus* as *C. aculeatus*. Agassiz retained this alliance, but believed that there were "différences assez marquantes pour constituer un petit genre à part" (1 b, p. 271). On reading through Agassiz' description of the, at that time, only species *Rh. aculeatus*, we very soon see, however, that the resemblances to be found with *Centriscus* are on the whole quite superficial. The long dorsal spine, for example, shows quite different relations to the skeleton; it seems to be placed far forward just behind the head and is not followed by other "spines"; the snout has nothing like the characteristic tube-form with terminal mouth; the mouth lies in under a prolonged snout ("Le museau est très-saillant, en forme de rostre dépassant de beaucoup les mâchoires; celles-ci s'ouvrent peu et sont placées immédiatement au-dessous l'orbite"; p. 270); the ventral fins are large and are placed on the thorax etc. I may add to this that, according to Agassiz' figure (Pl. 32, fig. 7), the rays in the dorsal, anal and caudal fins are branched or divided; the same is the case in the species *Rh. biserratus*, later described by Bassani (2). Every trace of the ventral armour is absent and the external bony plates connected with the large, postoccipital spine have not the least resemblance to the dorsal armour in *Centriscus*.

It is stated, certainly, by Vaillant (33 a, p. 127; 33 b, p. 339) that he had found quite similar small scales in *Rh. aculeatus* to those in *Centriscus*, and — if I understand him rightly — he is not disinclined to make one genus of those two; he writes: "Il me paraît donc hors de doute que dans ce genre fossile, si tant est qu'il doive être conservé, la structure des écailles était la même que dans le genre actuellement existant".

In spite of this and though I have not had the opportunity to examine specimens of this form personally, I venture to say, that *Ramphosus* cannot be related to *Centriscus*, and indeed that it can by no means be placed anywhere within the group of families, which I have provisionally called "Hemibranchii" + "Lophobranchii" in the Introduction to this communication.

[12]; p. 87 (49):

Regarding the skeleton of the head the earlier literature gives us just as little as for *Amphisile*. Rosenthal has given the only figure known to me of the skeleton in *Centriscus*; but it is practically useless (l. c. Pl. X, fig. 11); the few statements in the explanation to the figure (pp. 36, 37) only serve to show that he has understood very little of the structure of the head. Nor do Agassiz and Günther give anything more than what is superficially quite obvious; Günther rightly remarks, however, that "The interoperculum is extremely narrow and elongate". Recently Siebenrock has figured the posterior portion of the skull in *Centriscus* and remarks that the parietals are wanting (29, p. 131); and Starks (30, p. 624) notes the same thing, as also that the opisthotic is wanting, that the articulating surface on the basioccipital is concave (in contrast to *Aulostomidæ*, as Brühl however had already remarked), that the uppermost portion of the pectoral girdle, the posttemporal, is suturally connected with the cranium, and that there is a well-developed "myodome". His statements "pterotic normal in position" and "basisphenoid small" are however incorrect.

Cope was the first, so far as known to me, to give information regarding the branchial arches in *Centriscus* (6, p. 457), namely: "Fourth superior branchihyal and first and fourth superior pharyngeals only wanting". This is however quite wrong. It is repeated nevertheless by Gill (12 a, pp. 156 and 163), Jordan and Evermann (19, p. 742) and Jordan and Starks (20, p. 68), and by Goode and Bean (13, p. 483).

Regarding the hyoid I only find the following in Günther (14a, p. 520): "the glossohyal is long, feeble, gradually lost in the membrane which forms the bottom of the ventral tube", which is only partly right.

[13]; p. 88 (50):

Several previous authors have endeavoured to describe the pectoral girdle in *Centriscus*; as they are not mentioned by Starks, I may give here what I have been able to find in the literature.

Geoffroy St. Hilaire (10a, Pl. 29) gives an incomplete and very imperfect figure of the shoulder girdle in *C. scolopax*. The upper broad part of the clavicle is called omoplate (*o*), the lower the clavicle (*c*); scapula + coracoid + basalia are included under one name humerus (*h*); postclavicle: furculaire (*f*). According to the note (p. 372, explanation of Plate) the form and apparent (but misunderstood) relation of the latter bone to its fellow in *Centriscus* seems to have induced the comparison with the furcula of birds. In 10b (p. 424) we find some further remarks on this bone (postclavicle) and its relation to a bone on the ventral margin, which so far as I can understand the description must be the pubic bone. Rosenthal (27; Pl. X, figs. 11 and 12, Text pp. 36 and 37) states: "Die Gürtelknochen (i. e. Clavicle) bestehn aus zwei Stücken, von denen das obere sehr klein ist.... *x*. Eine breite, unten wie ein Schiffskiel zusammenlaufende Lamelle, die diesem Fisch eigenthümlich ist (i. e. coracoid; a note adds: "Diese als ein Stück des Flossengliedes anzunehmen ist man wohl um so weniger berechtiget, da beide dem *radius* und der *ulna* entsprechenden Stücke, wie in den übrigen Fischen auch hier vorhanden sind". This means possibly the 2 bones *a* and *b* in fig. 12) *s*. Der stielförmige Beckenknochen (i. e. postclavicle), der hier mit dem Bauchflossengliede *l*. sehr fest verbunden ist". His interpretation of this bone as the pubic is further explained in the note. It is seen from the explanation to fig. 12, which represents the separated parts of the pectoral girdle, that Rosenthal has correctly seen the suprascapular "(1) das obere" and the clavicle "(2) das untere Stück der Gürtelknochen"; *a* and *b* "Stücke des Brustflossengliedes" are the scapula and the lowermost (4th) large basal.

Agassiz (1b, p. 272) makes the following remark: "Le cubitus (i. e. coracoid) est une large plaque dont le bord inférieur forme une longue carêne le long du ventre".

Brühl (5a) has copied (on Plate XII, fig. 23) Geoffroy's figure, which has not been improved on reproduction; and Brühl does not seem to have closely investigated the structure himself. The clavicle is called the "vorderes Schlüsselbein" (v. Schl.), the postclavicle the "hinteres Schl." (h. Schl.); regarding the latter we find, p. 176, *c* "bei einigen Fischen stossen sie wirklich durch Symphyse zusammen, so bei.... Centriscus"; but this does not apply to *Centriscus*, nor does the following: "Beim letzteren.... tragen die so unten verbundenen hintern Schlüsselbeine sogar die Beckenknochen". The remaining parts of the pectoral girdle are not specially mentioned, but the lettering on the figures, VA, compared with the text p. 176, 3, a, shows that they are together included under "Ober- und Vorderarmknochen", of which 1 is given as "Humerus", 2 as "Radius" without the figure showing any boundary between two bones, just as little as in Geoffroy's original.

Günther (14a, p. 521) writes: "Another peculiarity is the great breadth of the radius (i. e. the coracoid), this bone forming with its fellow a suture which is as long as the bone is high; there is an oval free space between the radius and the humerus (i. e. clavicle). The coracoid (i. e. postclavicle) is very strong, straight, sabre-shaped, extending backwards to the pubic bones, which, however, are not fixed to it and quite small".

Gegenbaur (9, p. 128) writes: "Bei Centriscus stellt das Schulterstück einen breiten Knochen dar, der durch zwei von oben nach abwärts (con) vergirende Leisten, die eine rundliche Oeffnung zwischen sich fassen, ausgezeichnet ist. Der Vorderrand des Knochens lehnt

an eine Lamelle der Clavicula; am ganzen Hinterrande sitzen die Basalstücke der Brustflosse. Eine Zusammensetzung dieses Knochens aus mehreren aufzufinden, habe ich vergeblich mich bemüht".

Siebenrock (29), who has only investigated the nature of the connection of the pectoral girdle to the skull, includes *Centriscus* in his Group *d*, in which all 3 elements of the pectoral girdle are present; on p. 123 he states, that in this the uppermost element, suprascapular (i. e. my posttemporal), is not forked, but broad and short; p. 130 he says: "Das Suprascapulare bildet die äussere Ecke des Hinterhauptes und hat eine grubenförmige Vertiefung zu Anlenkung des Scapulare (my supraclavicle), die bei *C.* immer noch vom Pleurooccipitale (my epiotic) begrenzt wird". On Pl. V, fig. 9, he gives a figure of the posterior portion of the skull and the upper end of the pectoral arch; on p. 131, it is said, that Rosenthal does not seem to have known the "suprascapulare", which is attached to the skull, but only the other two elements.

[14]; p. 89 (51):

Regarding the pubic arch itself I have not found any remarks in the literature beyond the following by Agassiz (1b, p. 272):

"Les nageoires ventrales n'offrent rien de particulier. Mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que l'os du bassin auquel s'attache la petite ventrale, est fixé entre les deux osselets styloides de la ceinture thoracique; ce qui confirme pleinement l'opinion de Carus, que cet osselet doit être envisagé comme appartenant aux extrémités posterieures, dont il serait une espèce d'iléon".

[15]; p. 89 (51):

Whilst the number of rays in the ventral fins is correctly given by many authors, amongst them by Linné (in the formula; but later he says: "Pinnæ ventrales binæ, 4-radiatæ"), Lacépède, Günther, it has not been noticed as a rule, that the outermost is a spinous ray; Günther even maintains the contrary, as he has in his diagnosis of the genus *Centriscus* (14a, p. 518): "Ventrals.... composed of five soft rays" and regarding the species *C. scolopax* (p. 520) "apparently without spine". On the other hand, a number of American authors credit the ventral fins with a spinous ray, but with too many soft rays; thus Gill (12a, p. 163): "a spine and several rays", Goode and Bean (13, p. 487) "one spine and seven rays", Jordan and Evermann (19, p. 758) "1 spine and 5 soft rays", Jordan and Starks (20, p. 68) "1 spine and 4 or 5 soft rays".

[16]; p. 92 (54):

Concerning the internal organs I find in Günther (14a, p. 518) for the genus *Centriscus*: "Air-bladder large; pyloric appendages none". With regard to the branchiæ in the family *Centriscidæ*, which with Günther also includes *Amphisile*, it is stated correctly: "four gills and pseudobranchiæ".

Hyrtl includes *Centriscus* (18, p. 33) amongst the fishes, in which the right cardinal vein is obviously much larger than the left.

LITERATURE CITED.

1a. Agassiz, L.: Recherches sur les Poissons fossiles. 1833—43. Tome 1.

1b. — — - - — Tome 4. Ctènoides.

2. Bassani, Fr.: Pesci fossili novi del Calcare Eoceno di Monte Bolca. Atti della Soc. Veneto-Trentina Sc. Nat. Vol. 5. (Tav. II). 1876.

3a. Boulenger, G. A.: Notes on the Classification of Teleostean Fishes. III. On the Systematic Position of the Genus Lampris, and on the Limits and Contents of the Suborder Catosteomi. Annals and Magazine of Nat. History. 7th Ser. Vol. 10. 1902.

3b. — A Synopsis of the Suborders and Families of Teleostean Fishes. Ibid. (7) Vol. 13. 1904.

4. Bridge, T. W.: The Mesial Fins of Ganoids and Teleosts. Journal of the Linnean Society. Zoology. Vol. 25. 1896.

5a. Brühl, C. B.: Anfangsgründe der vergleichenden Anatomie aller Thierclassen. Erster Abschnitt. Die Skelettlehre der Fische. 1847. Atlas.

5b. — Osteologisches aus dem Pariser Pflanzengarten. 1856.

6. Cope, E. D.: Contribution to the Ichthyology of the Lesser Antilles. Transactions of the American Philosophical Society. Vol. 14. N. S. 1871.

7a. Cuvier, G.: Le Règne animal. Nouv. Édit. Tome 2. 1829.

7b. — Leçons d'Anatomie comparée. 2e Édit. T. 1. 1835.

8. Emery, C.: Note ittiologiche. Atti della Società Italiana di scienze naturali. Vol 21. 1878.

9. Gegenbaur, C.: Untersuchungen zur vergleichenden Anatomie der Wirbelthiere. 2tes Heft. 1. Schultergürtel der Wirbelthiere. 1865.

10a. Geoffroy St. Hilaire: Premier mémoire sur les Poissons, où l'on compare les pièces osseuses de leurs nageoires pectorales avec les os de l'extrémité antérieure des autres animaux à vertèbres. Annales du Muséum d'Histoire Naturelle. Tome IX. 1807.

10b. — Second mémoire. Sur l'Os Furculaire, une des pièces de la Nageoire pectorale. Ibid.

11. Gervais, P.: Zoologie et Paléontologie françaises. 2ième Édit. 1859.

12a. Gill, Th.: On the mutual relations of the Hemibranchiate Fishes. Proc. of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. 1884.

12b. — Arrangement of the Families of Fishes. 1872.

12c. — On the Relations of the Fishes of the Family Lamprididæ or Opahs. Proc. Un. St. Nat. Mus. Vol. 26. 1903.

13. Goode, G. B. and Bean, T. H.: Oceanic Ichthyology. Mem. Mus. Comp. Zoölogy at Harvard College. Vol. 22. 1896.

14a. Günther, A.: Catalogue of the Acanthopterygian Fishes in the Collection of the British Museum. Vol. 3. 1861.

14b. — An Introduction to the Study of Fishes. 1880.

15. Heckel, J. J.: Beiträge zur Kenntniss der fossilen Fische Oesterreichs. Denkschriften d. m. n. Cl. d. K. K. Ak. Wien. 11 Bd. 1856.

16. Hertwig, O.: Über das Hautskelet der Fische. III. Morpholog. Jahrbuch. 7. Bd. 1881.

17. Hilgendorf, F.: Die Fischgattung Amphisile (A. Finschii n. sp.). Sitzungsber. der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin. 1884.

18. Hyrtl: Das uropoëtische System der Knochenfische. Denkschriften der K. K. Akad. Wien. m. n. Cl. 1850.
19. Jordan and Evermann: The Fishes of North and Middle America. Part. 1. 1896. Bull. U. S. National Museum No 47.
20. Jordan, D. St. and Starks, E. Ch.: A Review of the Hemibranchiate Fishes of Japan. Proc. U. S. Nat. Museum. Vol. 26. 1903.
21a. Kner, R.: Über einige noch unbeschriebene Fische. Sitzungsber. der K. K. Akad. d. Wissensch. in Wien. 39. Bd. 1860.
21b. — Uber den Flossenbau der Fische. II. Sitzungsber. der K. K. Akad. d. W. Wien. 42. Bd. 1861.
22. Lacépède: Histoire naturelle des Poissons. T. 3. An VIII. (1800). (Edit. in 12o).
23a. Linnæus, C.: Systema Naturæ. Ed. X. T. 1. Holmiæ. 1758.
23b. — — — Ed. XII. T. 1 — 1766.
23c. — — — Ed. XIII. T. 1. Pars III. 1788. Gmelins Edit.
24a. Lütken, C. F.: Om Arterne af Slægten *Amphisile* (Kl.) Cuv. Vidensk. Medd. Naturh. Forening i Kjøbenhavn for 1865.
24b. — Spolia atlantica. Bidrag til Kundskab om Formforandringer hos Fiske etc. Vidensk. Selsk. Skr., 5. R., naturv. math. Afd. 12. 6. 1880.
25a. Regan, C. Tate: Journal Bombay. Nat. Hist. Soc. XVI. 1905.
25b. — On the Anatomy, Classification, and Systematic Position of the Teleostean Fishes of the Suborder Allotriognathi. Proc. Zool. Soc. Lond. 1907.
25c. — Biologia Centrali-Americana. Pisces. 1906—1908.
26. Richardson, J.: Fishes, in The Zoology of the Voyage of H. M. S. Erebus & Terror. Vol. 2 1844—48.
27. Rosenthal, F.: Ichthyotomische Tafeln. Text, 1ste Lieferung. Bauchflosser. Zweites Heft. 1816. Atlas. Tab. X.
28. Sauvage, H. E.: Notice sur les Poissons de Froidefontaine. Bulletin de la Soc. Géolog. de France. (2) T. 27. 1870 (1871).
29. Siebenrock, Fr.: Über die Verbindungsweise des Schultergürtels mit dem Schädel bei den Teleosteern. Annalen des K. K. Hofmuseums. Bd. 16. 1901.
30. Starks, E. Ch.: The Shoulder Girdle and Characteristic Osteology of the Hemibranchiate Fishes. Proc. U. S. National Museum. Vol. 25. 1902.
31. Steindachner, Fr.: Über Amphisile scutata und A. macrophthalma n. sp. Verhdl. der K. K. zoolog.-botan. Gesellschaft in Wien. 1860.
32. Sørensen, Will.: Om Lydorganer hos Fiske. (Dissert.). 1884.
33a. Vaillant, L.: Les écailles du *Chaunax pictus* Lowe et du *Centriscus scolopax* Linné. Bull. Soc. Philomat. de Paris. (7) T. 12. 1888.
33b. — Expéditions scientifiques du Travailleur et du Talisman. Poissons. 1888.
34. Willey, A.: Contribution to the Natural History of the Pearly Nautilus. 1. Personal Narrative. Zool. Results. Part. VI. 1902.
35. Winther, G.: Om Bugfinnernes Bygning hos vore pandserkindede og kutlingagtige Fiske. Naturhistorisk Tidsskrift. 3. Række. 9. Bind. 1874.
36. Woodward, A. Smith: Catalogue of Fossil Fishes. Part. IV. 1901.

EXPLANATION OF THE PLATES.

Plate I.

Fig. 1: *Amphisile scutata* (L.) Gthr. × 2.

Head. pt: posttemporal (supraclavicular I).
sq: pterotic (squamosal).
Dorsal cuirass. 1—5: upper, dorsal row of plates.
I—V: lower, lateral row. The line on which the numbers stand corresponds to the inner ridge connected with the vertebral column.
T: dorsal spine.
scl: supraclavicular (II).
cl: clavicular.
The dotted lines indicate the canals for the lateral line.
Dorsal fin. r: interspinous bones forming stays for the membrane of first dorsal fin.
Ventral cuirass. 1—14: ventral plates.
l: thickened stripe or rachis of the same.
s: separate plate between (the fifth) ventral plate and the clavicle.
**: upper boundary line of the transparent ventral keel.

Fig. 2: Posterior part of *Amphisile punctulata* Bianc. × 2.

Dorsal fin. l: lateral bony piece of dorsal spine T.
t: ventral bony piece of the same.
R: spinous ray supported by the fourth interspinous bone.
Other letters as in Fig. 1.

Fig. 3: *Centriscus scolopax* L., not fully grown specimen. × ca. 2.

The scales are omitted; only the larger scutes forming the armour, and the crests on the head are shown.

Ventral armour. 1—9: row of paired scutes.
I—VI: row of unpaired, keeled scutes.
Dorsal fin. R': first spinous ray of the foremost dorsal (absent in *Amphisile punctulata*).
r': first ray (spinous) of second dorsal (absent in *Amphisile*).
Other letters as in Figs. 1 and 2.

Plate II.

Fig. 1: *Amphisile scutata*. Skeleton. × 2.

Branchial skeleton, except the urohyal, removed; further the left mandibular suspensorium and bones of the gill-cover, and left supraclavicular (II). Of the dermal skeleton parts of the ventral

scutes (the transparent keel) and of the upper row of dorsal plates as well as the dorsal spine are preserved. Through the latter are seen the cartilaginous axes of the interspinous bones 3 and 4.

Head. so: supraoccipital.
pt: posttemporal (supraclavicular I).
sq: pterotic (squamosal).
fr: frontal.
prf: prefrontal.
pf: postfrontal.
na: nasal.
ao: preorbital (antorbital).
pro: preopercular.
u: urohyal.

Trunk. 1—4: foremost group of interspinous bones.
5—7: the following interspinous bones, forming stays for first dorsal.
*: first interspinous bone of second dorsal.
I—VI: the six elongated anterior abdominal vertebræ.
a, b: anterior and posterior part of vertebral arch.

Shoulder girdle. cl: clavicle (the part covered by the cuirass is shown by the lighter shading).
sc: scapula.
co: coracoid.
pcl: postclavicle.
o: foramen.

Pubic arch. i: "pubic" bone or "pelvis".

Fig. 2: *Centriscus scolopax*. Skeleton. × ca. 2.

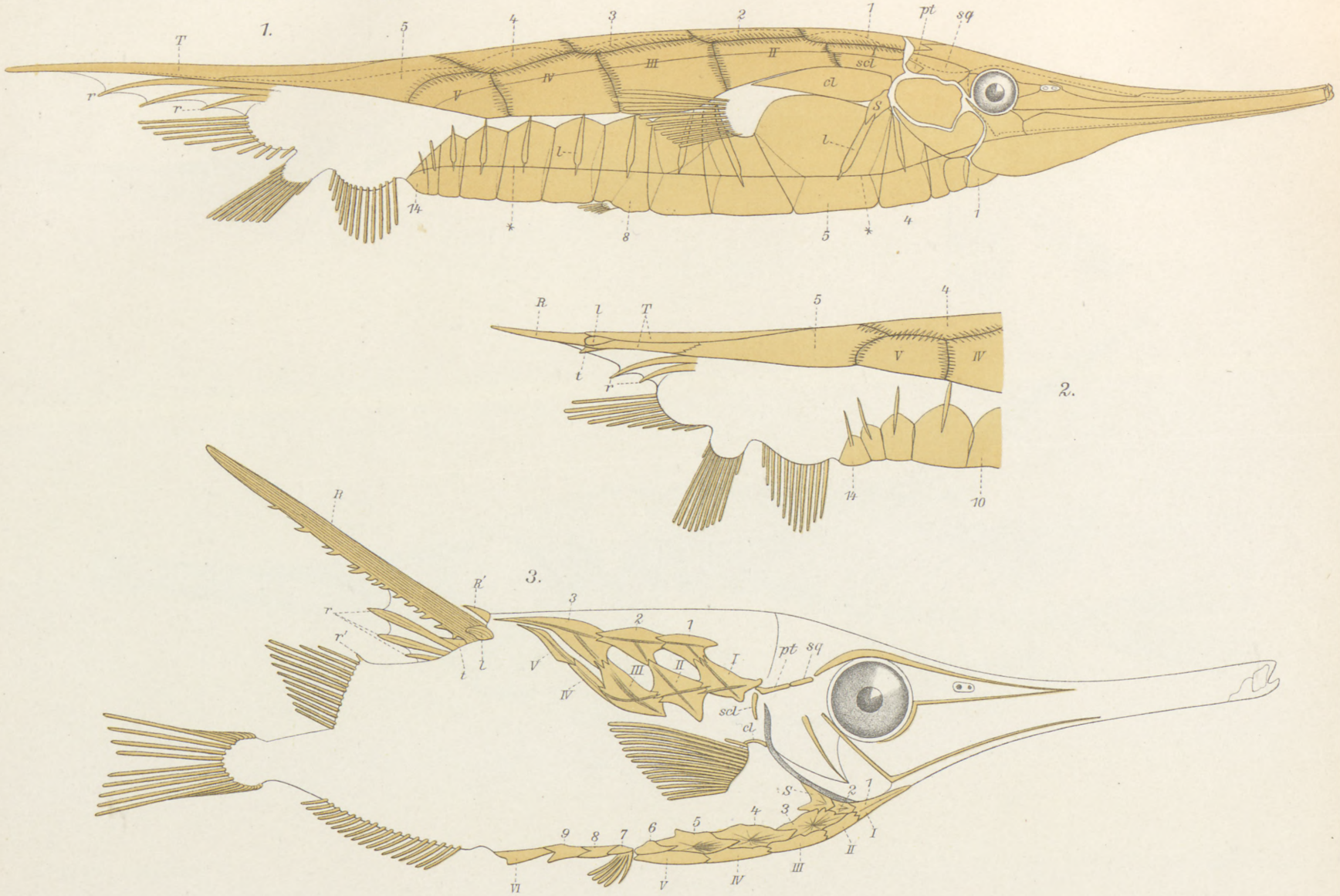
Head. pa: palatine.
ekt: ectopterygoid.
qu: quadratum.
mt: metapterygoid.
sy: symplectic.
hy: hyoid.

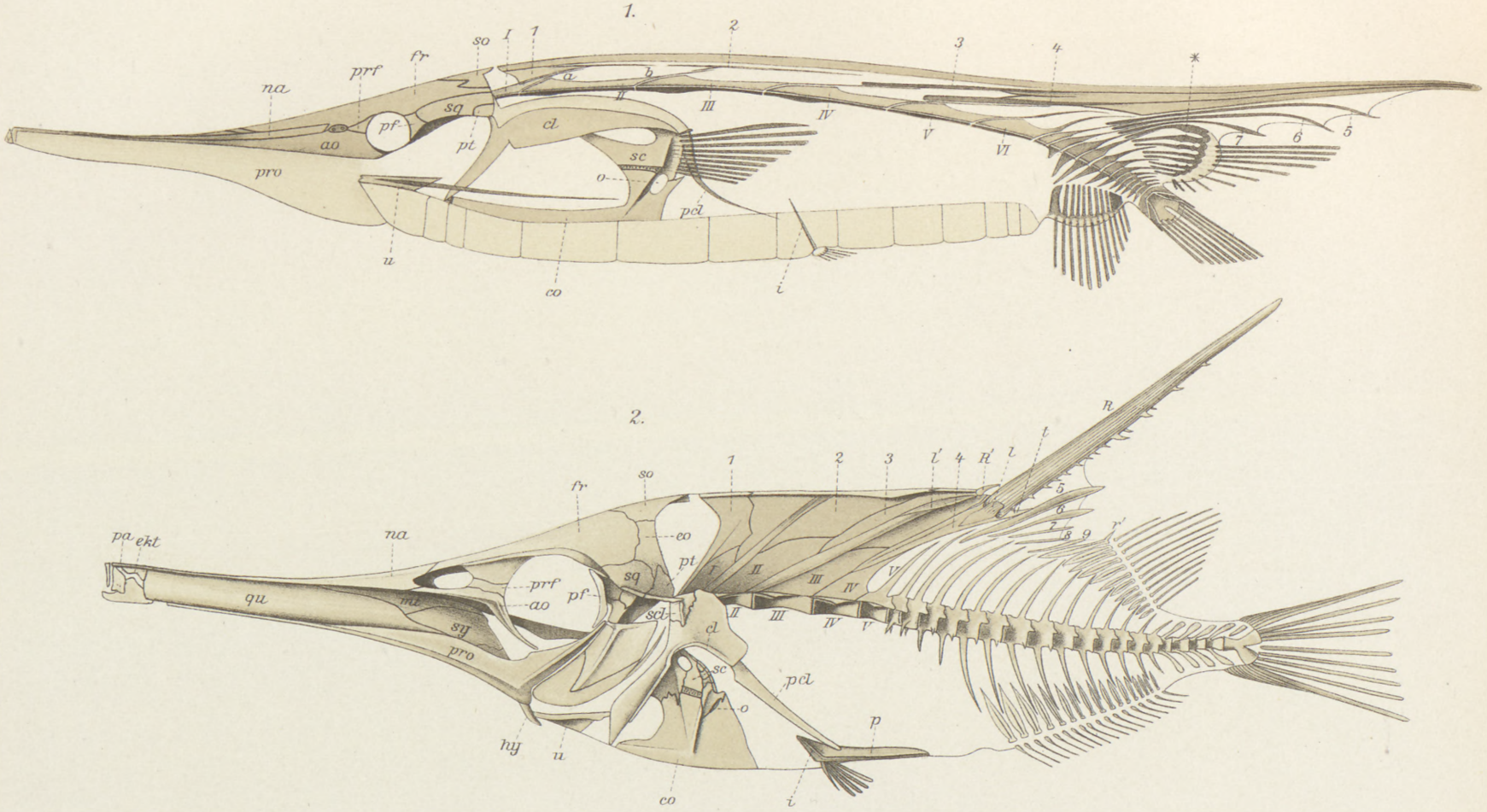
Dorsal fin and Trunk. R', R: first and second spinous ray of first dorsal.
r': first ray (spinous) of second dorsal.
l': lateral thickening of the upper end of third interspinous bone.
l: lateral bony piece of the upper end of fourth interspinous bone.
t: unpaired upper prolongation of the same interspinal (cfr. t figs. 2 and 3 on Plate I).
5—9: interspinous bones, coalesced with more or less reduced spinous rays, forming stays for the membrane of first dorsal.
I—V: five anterior elongated abdominal vertebræ.

Shoulder girdle. scl: supraclavicular (II).

Pubic arch. i: part of "pelvis" corresponding to i in Fig. 1.
p: posterior part of pelvis, roofing over the ventrals when pressed to the body.

Other letters as in Fig. 1.


1.
T
r
r
5
4
3
2
1
pt
sq
III
II
scl
IV
V
cl
S
l
l
14
*
8
5
*
4
1
2.
R
l
T
5
4
t
r
V
IV
14
10
3.
R
R'
r
r'
t
l
3
2
1
V
IV
III
II
I
pt
sq
scl
cl
S
2
1
4
3
I
II
III
IV
V
VI
9
8
7
6
5


1.
so
I
1
2
3
4
*
fr
prf
na
a
b
II
III
IV
V
VI
7
6
5
sq
pf
cl
ao
pt
sc
pro
o
pcl
u
co
i
2.
R
t
l'
R'
l
so
fr
1
2
3
4
5
6
7
8
9
r'
pa
ekt
na
co
pt
sq
prf
pf
ao
scl
cl
qu
mt
sy
pro
sc
o
pcl
p
hy
u
co
i

DER METEORSTEINFALL ZU MERN

VON

DR. ARISTIDES BREZINA

IN WIEN

D. KGL. DANSKE VIDENSK. SELSK. SKRIFTER, 7. RÆKKE, NATURVIDENSK. OG MATHEM. AFD. VI. 3

KØBENHAVN

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1909

DER METEORSTEINFALL
ZU MERN

VON

DR. ARISTIDES BREZINA

IN WIEN

D. Kgl. Danske Videnskabernes Selskab, Historisk-filologiske Meddelelser, III, 2.

KOBENHAVN
BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI
1919

Professor N. V. Ussing teilt mir über die Verhältnisse des Falles mit:

«Über die beim Fall des Meteoriten von Mern 1878 beobachteten Phänomene finden sich im Archiv des Mineralogischen Museums in Kopenhagen eine Reihe von kurzen brieflichen Mitteilungen, aus welchen der unterstehende Bericht zusammengestellt ist. Diese Mitteilungen wurden einige Tage nach dem Fall des Steines von Herrn Camillo Nielsen, prakt. Arzt in Mern, und dem Polizeiassistenten Meier in Prästö an Professor Johnstrup in Kopenhagen eingesandt; letzterer besuchte die Stelle kurz nachher und hat den Briefen einige ergänzende Data hinzugefügt.[1]

Den 29ten August 1878, Nachmittags um halb drei Uhr fiel auf den Grasacker des Hüfners Jörgen Peitersen in Mern ein etwa $7^1/_2$ Pfund schwerer Meteorstein nieder. Das Dorf Mern liegt 9 km S. von der Stadt Prästö auf Seeland und etwa 80 km SSW. von Kopenhagen; der Stein wurde etwa 800 m SO. von der Kirche von Mern gefunden. Die auf dem Felde beschäftigten Arbeiter hörten ein starkes Rauschen in der Luft — oder nach anderen Angaben einen Lärm wie von schnell fahrenden Wagen, — darnach einen lauten Knall, begleitet von dumpfem Getöse; unmittelbar darauf bemerkte einer von ihnen, Rasmus Hansen, der oben auf einem mit Getreide belasteten Leiterwagen stand, dass die Erde in einiger Entfernung aufgewühlt und emporgeschleudert wurde; er lief nach der Stelle und fand nach fünf Minuten den Meteorstein. Dieser war so heiss, dass er ihn nicht sofort aufheben konnte; einige Minuten später konnte er jedoch den Stein nach Hause bringen, indem er ihn abwechselnd in der rechten und in der linken Hand trug. Trotz mehrtägigem Nachsuchen wurde kein anderer Stein mehr gefunden; auch die beim Anprallen auf den Boden von dem Stein abgesprengten Splitter gelang es nicht aufzufinden. Der Meteorstein wurde durch die Vermittelung des obengenannten Arzts, Herrn C. Nielsen, dem Mineralogischen Museum zu Kopenhagen übergeben.

Das Geräusch in der Luft wurde auch von anderen Personen gehört, so von dem Bezitzer des Hofes, der sich in seiner Wohnung befand, und von einem beim

[1] Die hauptsächlichsten Phänomene bei dem Fall wurden schon 1878 durch Sophus Tromholt bekannt gemacht (Wochenschrift für Astronomie etc., Neue Folge, 21. Jahrg., Halle 1878, p. 391).

Pflügen beschäftigten Manne in Egesborg, $2^1/_2$ km WSW. von Mern; letzterer blickte — erschrocken durch den Lärm — in die Höhe und sah einen dunklen Gegenstand «nur ein Paar Ellen» über seinem Kopfe dahinfahren. Im Dorfe Staarby, etwa in der Mitte zwischen Egesborg und Mern, wurde das Meteor dagegen weder gesehen noch gehört; auch liegen von anderen Orten keine Beobachtungen vor, welche mit diesem Meteorfall in Verbindung gebracht werden könnten. — Der Himmel war fast völlig heiter, und das Wetter ruhig.

Aus Obigem ist ersichtlich, dass die Bahn des Meteors auf der letzten Strecke ziemlich horizontal und ungefähr von W. nach O. gerichtet war. In dem trockenen und steifen Lehmboden am Fallort hatte der Stein eine etwa 5 m lange und «einige Zoll» tiefe Furche hinterlassen. Als Professor Johnstrup den 7ten September die Stelle besuchte, war die Furche eben noch sichtbar; er fand sie von WNW. nach OSO. gerichtet.

Der Meteorstein war, als er aufgefunden wurde, auf der einen Seite etwas beschädigt und zeigte einige tiefe Sprünge, die durch einen starken Stoss hervorgebracht zu sein schienen; in der Furche fanden sich indessen keine harten Gegenstände. Professor Johnstrup betrachtete es deshalb als nicht ausgeschlossen, dass der Stein schon an einem früheren Punkte seiner Bahn den Boden ricochettierend berührt haben kann. Als er den Stein erhielt, haftete noch etwas Erde an der unebenen Bruchfläche.»

Der Stein von Mern hat ungefähr die Form eines menschlichen Schädels — ohne den Unterkiefer — dessen linke Stirnpartie flach eingedrückt ist.

Fig. 2, Tab. I[1] zeigt die Ansicht von der rechten Seite etwas von rückwärts; die Kieferpartie — im Bilde rechts — erscheint verkürzt.

Fig. 1 zeigt die Schädelbasis, beide in Verkleinerung $^3/_4$.

Die grösste Länge, an der Basis gemessen, beträgt 16 cm, die Höhe 12 cm, die Breite 10·5 cm.

Die Partie des Nasenbeines und die unsymmetrisch starke Ausladung des linken Jochbogens sind mit frischem Bruche weggeschlagen.

Die abgeschlagenen Teile mögen 300 Gr. oder etwas darüber gewogen haben, da der Stein derzeit 3790 Gr. wiegt; Tromholt[2] giebt an, dass er ursprünglich $8^1/_4$ Pfund dänisch = $4^1/_8$ Kilo gewogen habe.

Die Form ist keine orientierte; es macht den Eindruck, als wenn der Stein während der Berindungszeit mehrfach umgekippt wäre, so dass die stärkeren Orientirungsmerkmale durch späteres Abschmelzen oder Ueberschmelzen verwischt worden wären. Dafür spricht auch die concave Vertiefung am vorderen Teile der Schädelbasis, welche durch Absprengung eines rundlichen Stückes in einem frühen Stadium der Gestaltung entstanden sein mag; dafür spricht ferner die ebene Fläche

[1] Photographien von Hermann Heydenhauss in Wien, Lichtdruck von Max Jaffé in Wien.

[2] Meteorsteinfall in Dänemark. Wochenschrift f. Astr., Meteor. u. Geogr. Jahrg. 1878. Halle 1879. S. 391—392. Wülfing, Die Meteoriten, Tübingen 1897. S. 232.

an der rechten Seite des Hinterschädels — Fig. 2 links — die auf eine Trennung nach einer Ebene deutet.

Die Oberfläche hat grösstenteils einen primären Charakter mit starker Abebnung.

Im letzten Teil des Ueberrindungsstadium scheint der Apex, mit dem der Stein vorausflog, in der abgesprengten Partie Fig. 2 rechts seitlich, Fig. 1 rechts unten gewesen zu sein; Fig. 2 zeigt links oben den Antiapex, gegen welchen von allen Seiten ein schwacher Schmelzwulst übergreift. Senkrecht zu dieser Drift, die sich sowol durch die Lage des blasigen Wulstes als auch durch die Striemenrichtung kundgibt, findet sich eine peripherische, die, vom Apex aus gesehen, im Sinne des Uhrzeigers verlauft; die dem Antiapex naheliegende ebene Fläche ist glatt, dunkelrötlichbraun und zeigt wenige, ganz seichte Piëzoglypten. Am oberen linken Rande von Fig. 2 sieht man eine vertiefte Einkerbung mit dem Beginne einer Kluftbildung, nach welcher sich der Stein wahrscheinlich sogleich gespalten hätte. Links davon eine secundär überrindete Entblössung von 14 : 8^{mm}, an deren Grunde zwei glasige, 2 und 4^{mm} grosse Chondren, die beim Abspringen des betreffenden Splitters halbirt wurden. Diese Entblössung und die dicht dabei gelegene Einkerbung bezeichnen ungefähr die Lage des Antiapex und entsprechen der Grube, welche sonst häufig am Apex eines orientirten Steines liegt.

Rechts unten liegt ein rundliches, etwa 5^{cm} grosses Craquelefeld mit Craquelémaschen von 3—10^{mm}. Ähnliche Craquelefelder schliessen sich nach kleinen Unterbrechungen sowol nach oben gegen die Einkerbung an, als auch rings um den ganzen Antiapex herum, so dass derselbe von einem nicht ganz continuirlichen, etwa 5^{cm} breiten Gürtel solcher Felder umschlossen wird.

Die in Fig. 1 dargestellte Schädelbasis besteht im Wesentlichen aus einer vorderen concaven Fläche von sechsseitigem Umriss, 11^{cm} lang und 8^{cm} breit, und zwei rückwärtigen, schräg nach aufwärts steigenden; die concave Fläche besteht fast ganz aus einer Auseinanderreihung grosser Piëzoglypten von 3—5^{cm} Durchmesser und 5—10^{mm} Tiefe; an den Rippen zwischen denselben und am Rande der Fläche gegen die nächsterwähnte sind einige secundär berindete Entblössungen von 1^{cm} Durchmesser zu sehen.

Die zweite im Bild links oben erscheinende Basisfläche ist hochprimär, etwas convex, von der Form eines Rhombus, diagonal 7 und 6^{cm} lang; die dritte im Bild rechts erscheinende Basisfläche ist fünfseitig, 11·5^{cm} lang und 8·5^{cm} breit und zeigt vereinzelte, unregelmässig verteilte Piëzoglypten von 1·5—2^{cm} Druchmesser und 3—6^{mm} Tiefe.

Diese Fläche ist verquert von einer über die Rinde etwas hervorragende, von Rinde bedeckten metallischen Ader, die die Basisfläche durchsetzt, um dann über den vorderen Kieferteil des Stückes in die Gegend des weggeschlagenen Apex zu verlaufen; die Ader hat einen Flächenraum von 9—12^{ccm} und besteht vorwiegend aus verworren krystallinischem Troilit mit häufigen Spaltungsflächen, untergeordnet Nickeleisen, sehr spärlich einem gelblichweissen Mineral.

Die Dicke der Rinde geht von 0·1 bis 0·8, im Durchschnitt 0·4^{mm}.

Das Innere des Steins zeigt einen ungewöhnlichen Reichtum von harten, grossen, krystallinischen Chondren. Ein 321 gr. schweres Bruchstück zeigt die Stelle einer ausgebrochenen Chondre 5 : 6^{mm}. Ein Bruchstück von 229 gr. zeigt 3 angebrochene Chondren von 5 : 7, 5 : 6 und 3 : 4^{mm}; ein Fragment von 172 gr. zeigt eine angebrochene Chondre von 5 : 6^{mm} und eine ganze Kugel von 3^{mm} Durchmesser; ein Bruchstück von 75 gr. eine angebrochene Chondre von 5 : 6^{mm} und die Stelle einer ausgebrochenen Kugel von 6 : 4^{mm}; ein Fragment von 3 gr. eine angebrochene Chondre von 3 : 4^{mm}.

Beim Vorhandensein einer metallischen Ader wäre die Gruppe *CcKa* gleich dem Steine von Meuselbach anzunehmen, wenn nicht bei dem Reichtum an Enstatit- und Klinoenstatitchondren (s. unten) eine neue Gruppe, geaderte krystallinische Enstatitkügelchenchondrit, *Cceka*, anzunehmen wäre, deren erster Repräsentant Mern wäre.

Ueber die chemische Zusammensetzung des Steines schreibt Dr. Arthur Rosa:

Schwefel	2·47,	davon 2·38 bei Behandlung mit Salzsäure als Schwefelwasserstoff entweichend
Kieselsäure	39·81	
Kohlensäure	2·47,	im Mittel aus 2·43 und 2·51
Aluminiumoxyd	2·70	
Magnesium »	15·46	
Kalium »	0·46	
Natrium »	1·35	
Eisen »	12·23	
Eisen	13·00,	ein Teil als Schwefeleisen zugegen
Wasser	0·06	
Mangan	Spur	
Phosphorsäure	»	

Nickel, Calcium, Baryum, Strontium, Lithium nicht vorhanden

Der in Salzsäure unlösliche Teil beträgt 45·20 %.

Ueber die mikroskopische Beschaffenheit schreibt Dr. Walter Wahl in Helsingfors nach Dünnschliffen von Voigt & Hochgesang in Göttingen:

Die Minerale.

Der Meteorit besteht hauptsächlich aus Olivin und rhombischem Pyroxen. Akzessorisch kommt, wie es scheint ziemlich unregelmässig verteilt, etwas Klinoenstatit vor. Die metallischen Gemengteile sind Nickeleisen, Troilit und Chromit. Die genannten Gemengteile nehmen sowohl an dem Aufbau der Grundmasse des Meteoriten wie an dem der in letzterer eingeschlossenen Chondren Teil; die metal-

lischen Gemengteile spielen jedoch in den Chondren eine untergeordnete Rolle, dagegen ist Silikatglas ein sehr verbreiteter integrierender Bestandteil derselben.

Der Olivin zeigt die bei den Olivinen der Chondrite gewöhnlichen Eigenschaften: zahlreiche Risse und Sprünge sowie Interpositionen und Einschlüsse. Es sind hauptsächlich Glaseinschlüsse; aber Einschlüsse der metallischen Gemengteile sind auch recht häufig. Da der optische Achsenwinkels des Olivins überall wo er beobachtet wurde etwa 90° beträgt, und der optische Charakter negativ ist, darf er als ein relativ eisenreicher Olivin angesehen werden.

Der rhombische Pyroxen zeigt ausser einer nicht besonders gut entwickelten Spaltbarkeit nach dem Prisma zahlreiche unregelmässige Sprünge. Die Interpositionen bestehen hier wesentlich aus einem feinen opaken Staub, der wohl wahrscheinlich aus den metallischen Gemengteilen des Meteoriten besteht. Der rhombische Pyroxen ist optisch negativ und demnach ein eisenreiches Glied der Serie, Bronzit oder Hypersthen.[1]

Der Klinoenstatit[2] ist zuweilen in einzelnen, prismatischen Körnern (Fig. 1, Taf. II natürliches Licht, Fig. 2, Taf. II zwischen gekreuzten Nicols), oder als Anhäufung einiger grösserer länglicher Körner innerhalb der Grundmasse beobachtet worden, hauptsächlich aber in den radialstrahligen Chondren. Er ist wie gewöhnlich polysynthetisch nach dem Orthopinakoid verzwillingt, weist aber zuweilen ungewöhnlich breite Lamellen auf. Die Stärke der Lichtbrechung und die kleine Auslöschungsschiefe zeigen deutlich, dass hier ein Pyroxen und nicht etwa kalkreicher Feldspat, womit das Mineral in den Chondriten wohl oft verwechselt worden ist, vorliegt.

Die metallischen Gemengteile bilden meist unregelmässig begrenzte Partien innerhalb der Grundmasse. Wo sie in den Chondren auftreten, geschieht dies als rundliche kleine Körner mit Andeutung von Krystallformen, ohne jedoch solche deutlich aufzuweisen. Troilit und auch Nickeleisen tritt oft in Form unregelmässiger Körner, dem äusseren Teil der Chondren sich anschmiegend, auf. Sie kommen häufig in ganz unregelmässiger gegenseitiger Verwachsung zusammen vor.

Weder feldspatähnliche Gemengteile noch «Maskelynit» wurden beobachtet, auch nicht das in den Chondriten oft vorkommende monticellit-ähnliche Mineral.

Die Struktur.

Der Meteorit besteht hauptsächlich aus einem recht feinkörnigen, festen Gemenge von Olivin- und Pyroxenkörnern und -splittern, in welchem die Chondren eingebettet liegen (Taf. III, Fig. 5). Die Feinheit dieser Masse ist oft so gross, dass eine sichere Feststellung ihrer Beschaffenheit nicht möglich ist, auch lässt sich oft mikroskopisch nicht feststellen, ob die Körner und Splitter Olivin oder rhombischer

[1] Unter „Enstatit" wird im folgenden der rhombische Pyroxen überhaupt bezeichnet, ohne Rücksicht auf seinen Eisengehalt.

[2] Vergleiche betreffs der Nomenklatur W. Wahl, Die Enstatitaugite. Tschermak's Mineralog. und Petrographische Mitteil. XXVI, S. 100 u. 121.

Pyroxen sind. Charakteristisch für Mern ist das Vorkommen von grossen, gewissermassen porphyrischen Mineralindividuen. Diese sind innerhalb der Grundmasse sehr ungleich verteilt; in einigen Dünnschliffen fehlen sie fast ganz, in anderen sind sie recht häufig. Oft schaaren sich mehrere von ihnen dicht zusammen, und dann immer solche von derselben Mineralart. Meist bestehen sie aus Olivin (Taf. II, Fig. 3), seltener aus rhombischem Pyroxen oder Klinoenstatit (Taf. II, Fig. 1 u. 2). Es scheint hier dieselbe Erscheinung vorzuliegen wie die von TSCHERMAK aus Mocs abgebildete.[1] Ganz ebenso scharf idiomorph ausgebildet wie die Olivine der später zu erwähnenden porphyrischen Chondren, sind diese porphyrischen «Einsprenglinge» nicht, sie zeigen jedoch einen bei den die Hauptmassen der Meteoriten aufbauenden Mineralen selten zu beobachtenden Grad von Idiomorphie. Meist sind sie nicht allseitig ausgebildet und stellen grosse Splitter dar, oder sie sind wie durch Schmelzung abgerundet. Zuweilen sehen sie aus, als ob sie durch Zerbröckeln der porphyrischen Chondren entstanden wären; hiergegen spricht jedoch, dass sie bedeutend grösser sind wie die in den Chondren dieses Meteoriten beobachteten einzelnen Mineralindividuen. Es wurden nämlich mehrere vom Ausmass der grösseren Chondren beobachtet.

Die Chondren.

Die Chondren sind ziemlich zahlreich, aber recht ungleich verteilt, so dass man in manchen Dünnschliffen viel mehr Chondren beobachten kann als in anderen Präparaten gleicher Grösse. Bei verschiedenen Arten von Chondren ist die Begrenzung der letzteren der Grundmasse des Meteoriten gegenüber von sehr ungleicher Deutlichkeit. Die monosomatischen Olivinchondren, die porphyrischen Olivinchondren mit viel Glas und die exzentrisch radialstrahligen Enstatitchondren sind im allgemeinen recht deutlich begrenzt. Bei den übrigen im folgenden zu beschreibenden Typen ist dieses nicht der Fall, sondern sie verlaufen randlich ziemlich unmerklich in die umgebende feinkörnige Grundmasse. Oft wird es hierdurch sogar schwer zu entscheiden, ob eine Anhäufung ähnlich ausgebildeter Körner vorliegt, oder ob das Gebilde als im Verhältniss zur übrigen Masse selbständig gebildetes Chondrum angesehen werden darf.

Es wurden die folgenden Arten von Chondren beobachtet:

I. Einfache Chondren.

A. Hauptsächlich aus Olivin bestehende Chondren.

1) Monosomatische, homogene Olivinchondren. Sie bestehen aus einem einheitlichen, runden Olivinkorn mit einem äusseren Rahmen von kleinen polysomatischen Olivinkörnern. Das in Fig. 7, Taf. II abgebildete Chondrum gehört zu den grösseren in Mern beobachteten; die Dimensionen sind $2{\cdot}1 \times 1{\cdot}6^{mm}$, und der polysomatische Olivinrahmen ist $0{\cdot}25^{mm}$ breit. Der zentrale Olivin ist fast senkrecht zu einer optischen Achse geschnitten worden und zeigt in den von den groben

[1] TSCHERMAK, Die mikroskopische Beschaffenheit der Meteoriten. Stuttgart, 1884, Taf. XII, Fig. 1.

Spalten begrenzten Feldern eine etwas verschiedene optische Orientirung. Es wurden noch einige andere Chondren dieser Art beobachtet, besonders zahlreich sind dieselben jedoch nicht.

2) Monosomatische Olivinchondren mit Glas. Diese Chondren gehören zu den häufigsten in Mern und auch zu den am besten entwickelten. Sie bestehen der Hauptsache nach aus Olivin und Glaslamellen in paralleler Anordnung, die dann von einem einheitlichen Olivinrahmen umgeben sind (Fig. 8, Taf. II). Sie sind den von TSCHERMAK abgebildeten Chondren Taf. IX, Fig. 4, u. Taf. XI, Fig. 2 ganz ähnlich.[1] Das Glas dieser Chondren ist zuweilen grünlichbraun, zuweilen fast farblos durchsichtig.

3) Polysomatische Olivinchondren, die aus mehreren regellos an einander gelagerten Olivinkörnern bestehen. Diese Chondren sind sehr häufig; es giebt davon folgende Abarten:

a) ohne Glas; eine sehr grosse Zahl kleiner Körner (Taf. II, Fig. 4),
b) ohne Glas; nur wenige recht grosse Körner,
c) mit mehr oder weniger Glas; dazwischen dann meist kleine Körner. Bei Anwesenheit von viel Glas nähern sich diese Chondren den im folgenden zu erwähnenden porphyrischen, Typus 5.

4) Polysomatische Olivinchondren (Taf. II, Fig. 5), die aus mehreren Körnern oder Sektoren bestehen, welche ähnlich gebaut sind wie die monosomatischen Chondren, Typus 2. Von diesen sonst nur selten beobachteten Chondren kommen in Mern mehrere etwas verschiedene Arten vor. Wenigstens zwei wurden beobachtet, die aus vier Sektoren bestanden, wie die von TSCHERMAK aus Knyahynia[2] und von LACROIX aus Chantonnay[3] abgebildeten.

In einem anderen dieser Chondren ist der Olivin fiederartig ausgebildet; die Grundmasse des Chondrums besteht aus schmalen Streifen eines fast farblosen Glases. Das Chondrum zerfällt in mehrere Felder, innerhalb welcher der Olivin einheitlich orientirt ist. Die verschiedenen Felder zeigen gegenseitig eine geradlinige Begrenzung, ganz ähnlich wie an einander grenzende Sphärolithen es zu thun pflegen (Taf. II, Fig. 6).[4]

5) Chondren aus Glas mit porphyrischen Olivinkrystallen (Taf. III, Fig. 1). Diese sind sehr verbreitet und gehören zu den am schärfsten begrenzten. In diesen porphyrischen Olivinchondren in Mern ist die Tendenz einzelner Olivinkrystalle, so gross zu werden, dass sie fast das ganze Chondrum ausfüllen, sehr ausgeprägt. Wenn man von der Chondrenform absieht, so sind diese Gebilde den irdischen glasigen ultrabasischen Basalten mit zahlreichen Olivineinsprenglingen vollkommen ähnlich.

[1] TSCHERMAK, loc. cit.

[2] TSCHERMAK, loc. cit. Taf. X, Fig. 4.

[3] LACROIX, La Météorite de Saint Christophe-la-Chartreuse. Bull. de la Soc. des Sciences naturelles de l'Ouest de la France, 2. ser., VI, 81.

[4] Z. B. bei POPOFF, T. M. P. M. XXIII, Taf. V, Fig. 1 u. Taf. VI, Fig. 1 u. 2.

B. Enstatitchondren.

6) Monosomatisches Enstatitchondrum mit Rahmen aus polysomatischen Enstatitkörnern (Taf. III, Fig. 2). Dieses Chondrum entspricht ganz dem Typus I unter den Olivinchondren.

Ausserdem wurde ein Chondrum beobachtet, das zur Hälfte aus monosomatischem Enstatit mit Glaslamellen, zur andern Hälfte aus polysomatischen Enstatitkörnern aufgebaut ist (Taf. III, Fig. 3).

7) Es wurden mehrere polysomatische Enstatitchondren beobachtet, die den polysomatischen Olivinchondren Typus 3 a und b entsprechen.

a) Eine sehr grosse Zahl kleiner Enstatitkörner.

b) Grosse dickprismatisch ausgebildete Enstatite, die teils deutliche, polysomatische Chondren bilden, teils eine Annäherung an den folgenden Typus 8 darin zeigen, dass die Krystalle von einem gemeinsamen Punkte ausgehen, teils chondrenähnliche Anhäufungen ohne scharfe Abgrenzung sind.

8) Polysomatische, exzentrisch radialstrahlige Enstatitchondren. Diese sind die in Mern häufigsten Enstatitchondren. Zuweilen sind die Strahlen sehr fein, zuweilen ziemlich breit leistenförmig. Die Menge an Glas, die zwischen den Strahlen beobachtet wird, ist in verschiedenen Chondren eine recht verschiedene.

In einem dieser Chondren wurden zwei perlschnurähnliche Reihen von konzentrisch angeordneten kleinen Olivin- und Troilitkörnern beobachtet.

Ein anderes besteht in den inneren und äusseren Teilen aus von einander unabhängigen Strahlen mit verschiedenen Radiationszentren. Die Strahlenrichtung der verschiedenen Systeme ist jedoch annähernd dieselbe. Dieses Gebilde entspricht ganz der an den Sphäroliten irdischer Gesteine häufig zu beobachtenden Erscheinung, welche von Sorby als «cone in cone Structure» bezeichnet wurde.

9) Chondren aus Glas mit porphyrischen Enstatitsäulen. Dieselben sind etwas verschieden, zuweilen liegen die Enstatitnadeln kreuz und quer in einem schwarzbraunen Glase eingebettet, zuweilen folgen sie mehr den äusseren Begrenzungslinien der Chondren. Oft sind die Enstatite fiederförmig oder fasrig ausgebildet.

C. Klinoenstatitchondren.

10) Es wurden einige nur aus Klinoenstatit bestehende Chondren beobachtet. Sie sind alle exzentrisch radialstrahlig gebaut, und entsprechen vollständig den gewöhnlichen radialstrahligen Enstatitchondren, Typus 8.

II. Gemischte Chondren.

11) Gemischte Chondren, die aus Olivin und Enstatit in Glas eingebettet bestehen, sind die häufigsten unter den gemischten Chondren. Besonders in diesen gemischten Chondren neigen die Eisen-Magnesiasilikate zu fiederförmiger Ausbildung. Zuweilen ist die Füllmasse zwischen Olivin und Enstatit nicht glasig, sondern besteht aus einem mikrokrystallinen undeutlichen Gemenge. Wahrscheinlich

hat eine Entglasung innerhalb derselben stattgefunden. Zuweilen ist in diesen Chondren der Olivin in Krystallform ausgebildet, der Enstatit dagegen in Büscheln.

12) a, b, c, d. Von hauptsächlich aus Olivin und Enstatit bestehenden Chondren wurden vereinzelt noch die folgenden Arten beobachtet:

a) Die zwei grössten Chondren, die in den Dünnschliffen beobachtet wurden, gleichen auffallenderweise den grössten im «Bjurböle»[1] sehr. Das eine ist mehr wie $^1/_2$cm gross, länglich, von buckliger Begrenzung und von der Schmelzrinde durchschnitten (Taf. III, Fig. 4). Diese Chondren bestehen aus mehreren verschiedenen Feldern, die gegeneinander eine unregelmässige Begrenzung zeigen und optisch verschieden orientirt sind, jedes für sich aber die Struktur der monosomatischen Olivinchondren mit Glaslamellen und Bienenwabenstruktur (Typ. 2) besitzen. Die Grundmasse zwischen den Olivinlamellen und -körnern ist hier jedoch nicht Glas, sondern optisch einheitlich orientirter Enstatit. Es liegt also eine Art poikilitischer Struktur vor. — Da nun gerade in den allergrössten Chondren dieser Art das Glas durch Enstatit (oder wie in «Bjurböle» teilweise durch Klinoenstatit[2] ersetzt ist, und ausserdem der Olivin in den gemischten Chondren dieser Meteoriten der zuerst ausgeschiedene Gemengteil ist, darf das Glas in diesen monosomatischen Olivinchondren Typus 2 vielleicht überhaupt für Pyroxenglas gehalten verden.

b) Die eine Hälfte des Chondrums besteht aus monosomatischem Olivin mit gitterähnlichen, von Enstatit erfüllten Lücken, die andere Hälfte aus exzentrisch radialstrahligem Enstatit.

c) Gemischtes Chondrum aus Olivin und Enstatit mit umschliessender Rinde aus Olivin.

d) Chondrum aus grossen, langgestreckten Enstatiten aufgebaut, welche kleine Olivinpartien umschliessen, die sowohl aus einzelnen Körnern wie polysomatischen Gruppen bestehen.

13) Polysomatische radialstrahlige Chondren aus Enstatit und Klinoenstatit.

14) Polysomatische gemischte Chondren aus Enstatit und Troilit aufgebaut. Der Troilit kommt in kleinen Körnern vor, die eine Andeutung von Krystallbegrenzung aufweisen. Es wurden nur zwei hierher gehörige Chondren beobachtet. Eines derselben ist dadurch eigentümlich, dass es aus einer sehr feinkörnigen, polysomatischen Enstatitanhäufung mit ein wenig Olivin und Troilit, umgeben von einem aus Troilitkörnern und polysomatischem Enstatit in etwas grösseren Körnern sowie einzelnen Chromitkörnern aufgebautem Rahmen, besteht (Taf. III, Fig. 7).

15) Dichte Chondren, deren Natur nicht sicher festgestellt werden konnte, aber die höchst wahrscheinlich durch Entglasung eines ursprünglich glasigen Chondrums hervorgegangen sind. Es wurden nur wenige solche Gebilde beobachtet.

16) Einige rundliche Nickeleisenpartien dürften vielleicht als Chondren auf-

[1] Ramsay u. Borgström, Der Meteorit von Bjurböle bei Borgå, Finland. Bull. de la Comm. Géologique de Finlande No. 12. S. 21, Fig. 16 u. 17.

[2] Wahl, T. M. P. M. XXVI, S. 101.

gefasst werden. Sie enthalten kleine, klare, unregelmässig innerhalb der Eisenmasse verteilte Krystalle von Olivin; die Gebilde stellen also gewissermassen winzige Mesosiderite dar. Ätzversuche ergaben beim Beginn der Ätzung dreieckige Ätzgrübchen, die einen sehr ausgesprochenen «orientirten Schimmer» aufwiesen; bei stärkerem Ätzen traten dann «Neumann'sche Linien» deutlich hervor, welche den Seiten der triangulären Ätzgrübchen parallel verliefen.

Ausser den hier oben beschriebenen Arten von Chondren sind noch zwei recht eigentümliche Gebilde beobachtet worden: Das eine ist ein monosomatisches Olivinchondrum, welches eine grosse keilförmige Partie aus sehr feinstruirtem gitterförmigen Olivin und Glas enthält (Taf. III, Fig. 8). Es erweckt den Anschein, als ob der ursprünglich einheitliche Olivin aufgeborsten wäre und der entstandene keilförmige Raum dann durch die genannte Masse ausgefüllt worden wäre.

Das zweite ist ein Komplex aus zwei Chondren, von denen das eine teilweise das andere umhüllt (Taf. III, Fig. 5), wie dieses zuweilen auch in anderen Chondriten beobachtet worden ist. Beide Chondren bestehen aus einem sehr feinmaschigen monosomatischen, fiederförmig lamellären Olivin-Glasgebilde.

Die Schmelzrinde.

In Dünnschliffen, die quer zur Oberfläche des Meteoriten verlaufen, tritt die Beschaffenheit der Rinde sehr schön hervor (Taf. III, Fig. 1 u. 6). Sie besteht im allgemeinen wie bei den Chondriten so häufig, aus drei verschiedenen Zonen. Die äusserste ist schwarz, undurchsichtig, erfüllt von Blasen und von schlackigem Aussehen. Ihre Breite wechselt sehr, beträgt aber durchschnittlich etwa $0{\cdot}05—0{\cdot}1^{mm}$. Es ist dies die «Schmelzzone» nach der Tschermak'schen Einteilung. — Dann folgt eine Zone, die den wohl am klarsten durchsichtigen Anteil des ganzen Meteoriten darstellt. Diese Zone besteht aus ganz denselben Mineralsplittern und -körnern sowie Chondren wie der Meteorit auch sonst; der feine Staub, der die einzelnen Mineralkörner bekleidet und durch welchen die Unklarheit unter dem Mikroskope wohl zum grossen Teil bedingt wird, ist aber aus dieser Zone verschwunden. Anstatt dessen sind die Sprünge und Risse, die die Mineralkörner durchziehen, sowie die Zwischenräume zwischen den Körnern, von einer schwarzen undurchsichtigen Substanz erfüllt. Dieses ist die s. g. «Saugzone». Ihre Breite ist recht wechselnd, etwa $0{\cdot}07—0{\cdot}15^{mm}$. — Die dritte Zone, die «Imprägnationszone», ist meist undurchsichtig schwarz zufolge der feinverteilten schwarzen Substanz, die die Minerale imprägnirt. Hie und da treten in der schwarzen Masse die Mineralkörner oder Teile derselben deutlich hervor. Diese Zone ist die breiteste; natürlicherweise wechselt aber die Breite sehr, sie beträgt durchschnittlich etwa $0{\cdot}3—0{\cdot}4^{mm}$.

Beim Behandeln des Dünnschliffes mit verdünnter Salpetersäure entwickeln sich recht reichlich kleine Schwefelwasserstoffbläschen an der Oberfläche der schwarzen Anteile der zwei inneren Rindenschichten. Es gelingt leicht die ganze

schwarze Masse in dieser Art durch mehrstündige Behandlung mit Säure und nachträgliches Auswaschen mit Sodalösung aus dem Präparate zu entfernen. Das übrig bleibende Mineralgemenge ist farblos und zeigt die ursprüngliche Struktur und Zusammensetzung der Hauptmasse des Meteoriten unverändert. Da die äusserste Rindenschicht durch diese Behandlung mit Säure und nachfolgende Auslaugung mit Alkalikarbonat keine unter dem Mikroskop bemerkbare Veränderung erlitten hat, so ist die schwarze, die inneren Zonen imprägnirende Masse nicht mit dieser wohl aus schwarzem schlackigem Silikatglase bestehenden äussersten Rindenschicht der substanziellen Zusammensetzung nach identisch.

Im allgemeinen ist der Bau der Rinde des Meteoriten der oben beschriebene. An manchen Stellen kommen aber nicht alle drei Zonen vor. So zeigt sich z. B., dass wo die radialstrahligen Enstatit- oder Klinoenstatitchondren oder grössere Enstatitbruchstücke von der Aussenfläche des Meteoriten durchschnitten werden, die Rinde an solchen Stellen ganz allgemein nur aus der äussersten schwarzen schlackigen Zone besteht (Taf. III, Fig. 6). Dieselbe besitzt ganz dasselbe Aussehen wie sonst, und setzt scharf gegen die darunterliegenden Mineralteile ab. Das ist gewissermassen auch der Fall, wenn grössere Olivinindividuen oder monosomatische Olivinchondren an der Oberfläche liegen; doch tritt die zweite s. g. Saugzone hier meist dadurch hervor, dass die groben Risse stark von der schwarzen Masse erfüllt sind. Es geht also hieraus deutlich hervor, dass der Aufbau der Rinde in hohem Grade von der Beschaffenheit der Bestandteile, die von der Oberflächenbegrenzung des Meteoriten getroffen werden, abhängig ist.

TAFELERKLÄRUNG.

Tafel I.

Fig. 1. Stein von Mern, Verkleinerung $^3/_4$, Basis, Länge 16 cm, Breite 10·5 cm, Bruchfläche rechts.

Fig. 2. Aufrechte Stellung, selbe Grösse, Höhe 12 cm. Links oben überrindete Entblössung, eine Chondre zeigend.

Tafel II.

Fig. 1. Grosses, einheitliches Fragment eines Klinoenstatitindividuums, das in der feinkörnigen Hauptmasse des Meteoriten eingebettet liegt. Vergrösserung 17·5.

Fig. 2. Derselbe Klinoenstatit wie in Fig. 1 aber bei gekreuzten Nicols aufgenommen. Vergr. 17·5.

Fig. 3. Scharf idiomorpher grosser Olivineinsprengling in der an dieser Stelle teilweise sehr feinkörnigen Haupmasse eingebettet. Vergr. 23·5.

Fig. 4. Polysomatisches rundes Olivinchondrum im Zentrum des Bildes. Vergr. 14·5.

Fig. 5. Polysomatisches Olivinchondrum, das aus 4 monosomatischen Sektoren aufgebaut ist. Jeder dieser Sektoren besteht aus optisch gleich orientirten, teilweise fiederförmig ausgebildeten Olivinlamellen mit Glas als Füllmasse. Vergr. 25.

Fig. 6. Aus mehreren verschiedenen Feldern aufgebautes Olivin-Glas-Chondrum. Der Olivin ist in äusserst dünnen Lamellen ausgebildet; die verschiedenen Felder weisen gegen einander der Hauptsache nach geradlinige Begrenzungen auf. Vergr. 27.

Fig. 7. Monosomatisches Olivinchondrum mit wenig Glas, von einem kleinkörnigen, schmalen polysomatischen Olivinrahmen (im Bilde nicht deutlich) umgeben. Vergr. 22·5.

Fig. 8. Monosomatisches Olivinchondrum. Besteht aus optisch untereinander gleichorientirten Olivinsäulen (Lamellen) und grünbraunem, von einem einheitlichen Olivinrahmen umgebenem Glase. Vergr. 19,5.

Tafel III.

Fig. 1. Porphyrisches Olivinchondrum. Scharf idiomorphe Olivinkrystalle liegen in einem dunklen Gesteinsglase eingebettet.

Schmelzrinde: äussere schlackige Zone mit Vacuolen und sehr unebener Begrenzung nach aussen hin; «Saugzone» nur rechts im Bilde deutlich entwickelt; nach innen zu breite Imprägnationszone. Vergr. 23·5.

Fig. 2. Monosomatisches Enstatitchondrum mit schmalem Rahmen aus polysomatischen kleinen Enstatitkörnern. (Der Rahmen unterscheidet sich im Bilde nicht deutlich von der umgebenden Hauptmasse des Meteoriten). Vergr. 48.

Fig. 3. In der oberen Hälfte monosomatisches, in der unteren porphyrisches Enstatitchondrum. Die obere Hälfte besteht aus optisch einheitlich orientirtem Enstatit und etwa gleichviel dunkelgrünem Glas; die untere Hälfte aus dickprismatischen Enstatitsäulen in ebensolchem Glase. Vergr. 35.

Fig. 4. Eine etwas grössere Partie des Meteoriten bei schwacher Vergrösserung. Die obere Hälfte des Bildes wird zum grössten Teil von einem sehr grossen, buckligen Olivin-Enstatitchondrum eingenommen, das aus mehreren verschiedenen, unregelmässig verteilten Feldern besteht. Dieses Chondrum liegt an der Oberfläche des Meteoriten und ist von der Schlackenzone der Rinde begrenzt. Vergr. 6.

Fig. 5. Doppelchondrum. Das kleinere innere Chondrum besitzt einen eigenen deutlich hervortretenden einheitlichen Olivinrahmen, und liegt seitlich in dem grösseren eingeschlossen. Beide Chondren sind gleicher Art und bestehen aus monosomatischem, fiederförmigen Olivin mit viel Glas. Vergr. 39.

Fig. 6. Querschnitt durch die Rinde des Meteoriten. Äussere undurchsichtige Schlackenzone mit Vacuolen. Links im Bilde folgen nach innen zu die Saugzone und die an dieser Stelle ziemlich breite, von klardurchsichtigen Mineralpartien erfüllte Imprägnationszone. Rechts im Bilde fehlen die zwei inneren Rindenzonen und das strahliggebaute Enstatitchondrum ist scharf lineär von der äussersten Schlackenzone durchschnitten. Vergr. 22·5.

Fig. 7. Polysomatisches Enstatitchondrum mit viel Troilit in den äusseren Teilen. Vergr. 23·5.

Fig. 8. Chondrum bestehend aus grossem, einheitlichem rundlichen Olivin, der anscheinend aufgeborsten ist, so dass die enstandene keilförmige Partie von einem einmaschigen Gewebe von Olivin und Glas erfüllt werden konnte. Vergr. 34.

Fig. 2

Fig. 1

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien. Photogr. Hugo Hinterberger.

Fig. 1

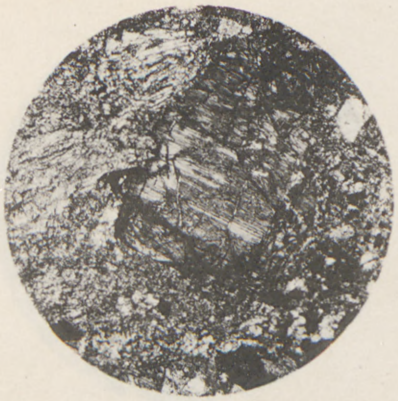


Fig. 2

Fig. 3

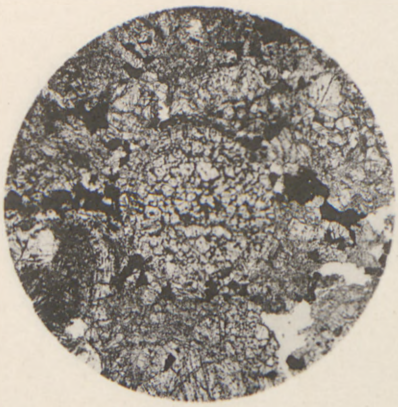


Fig. 4

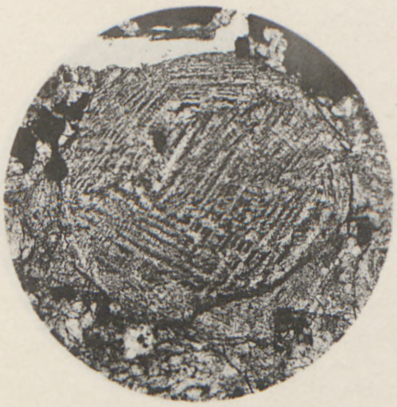


Fig 5

Fig. 6

Photogr. Hugo Hinterberger. Fig. 7

Fig. 8

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.

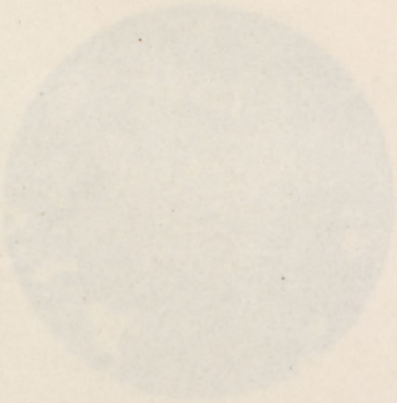


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

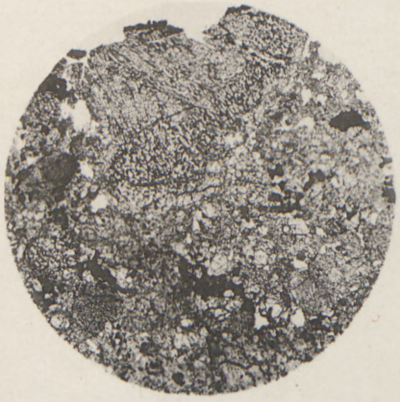


Fig. 4

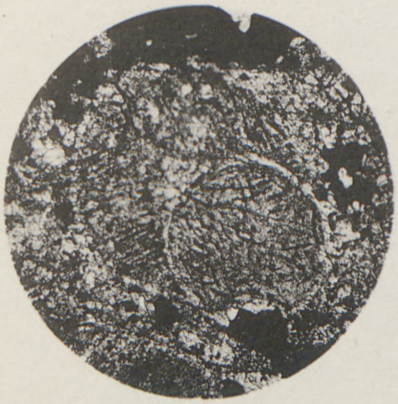


Fig. 5

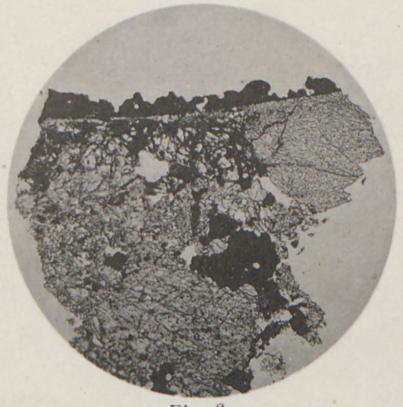
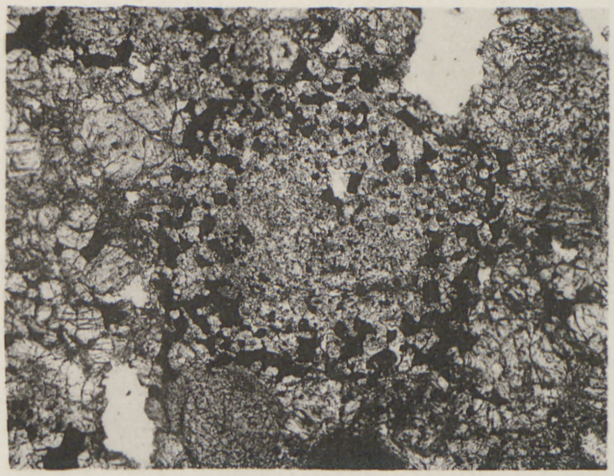


Fig. 6



Photogr. Hugo Hinterberger. Fig. 7

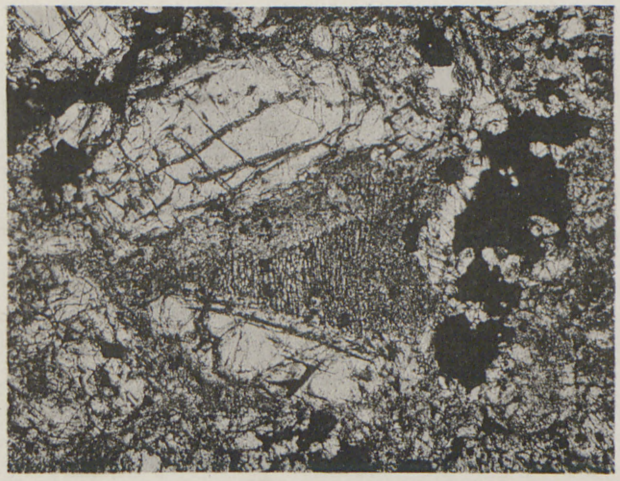
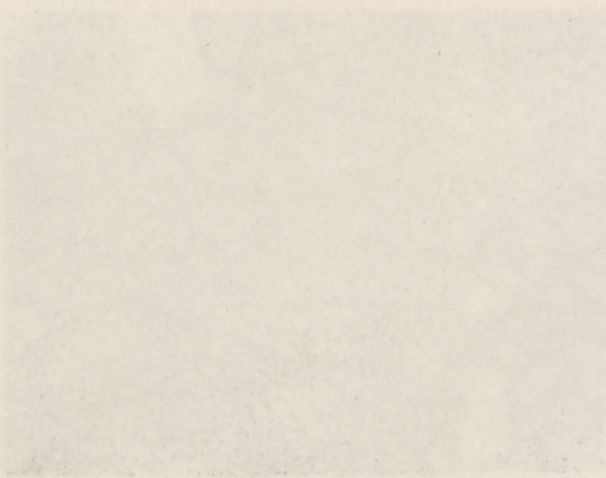


Fig. 8

Lichtdruck v. Max Jaffé, Wien.



BRACHIOPODERNE

I

DANMARKS KRIDTAFLEJRINGER

AF

K. BRÜNNICH NIELSEN

MED 2 TAVLER

D. KGL. DANSKE VIDENSK. SELSK. SKRIFTER, 7. RÆKKE, NATURVIDENSK. OG MATHEM. AFD. VI. 4

KØBENHAVN

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1909

A. Indledning.

I de Aar, der ere gaaede, siden Posselt's Bog om Brachiopoderne i den danske Kridtformation[1] udkom, er der stadig gjort Indsamlinger til Mineralogisk Museum baade fra bornholmske, sjællandske og jyske Kridttidslag. I de senere Aar har jeg selv indsamlet talrige Brachiopoder fra de Steder paa Møen og Sjælland, hvor Lagene ere tilgængelige. Dette store Materiale har jeg søgt at bearbejde efter Posselt's Bog, men, da mit Materiale har været betydeligt større end Posselt's og i mange Henseender forskjelligt derfra, har det været mig muligt at paavise adskillige Overgangsformer mellem Arter, som Posselt holdt adskilte, samtidig med at der kunde paavises en Del Fejltagelser med Hensyn til de enkelte Arters Findesteder (hvorover Posselt paa det Tidspunkt ikke kunde være Herre).

Af disse Grunde har jeg ment, at en samlet Oversigt over de danske Kridtbrachiopoder kunde have Interesse, ikke mindst, da Artsantallet nu er betydeligt forøget.

For Hjælp ved Udarbejdelsen skylder jeg en særlig Tak til Hr. Docent Ravn, uden hvis værdifulde og altid redebonne Hjælp jeg sikkert ikke havde kunnet gjennemføre mit Arbejde.

For Tilladelse til at benytte Museernes Materiale takkes Hr. Professor N. V. Ussing og Hr. Inspector Levinsen.

Carlsbergfondet skylder jeg Tak for Hjælp til Fremstilling af Tegninger.

Tegner E. Bang har tegnet de fremstillede Tegninger, Fotografierne ere udførte af Fotograf O. Borup.

B. Historisk Oversigt.

Hvad der i Literaturen findes om danske Kridtbrachiopoder er udførligt omtalt i Indledningen til Posselt's Bog. For ikke at gjentage alt dette, har jeg til Oversigt samlet i en Tabel, alt hvad der er nævnt om disse Dyr indtil Aaret 1894, da Posselt's grundlæggende Arbejde udkom.

Istedetfor de oprindelig anførte Navne, er Arterne opførte med de nu brugelige:

[1] H. J. Posselt: Brachiopoderne i den danske Kridtformation. Danmarks geologiske Undersøgelse. II. Række, Nr. 4.

	Møen, Beck 1828[1]	Forchhammer[2]							Amtlicher Bericht[3]					Møen: Puggaard[4]	Faxe: Fischer-Benzon[5]	Mørch[6] Grønsand, Bornholm
		Skrivekr. Stevns	Møen	Skrivekr. Thy	Limsten Stevns og Herfølge	Limsten Vixø	Sangstrup	Faxe	Møen	Stevns	Faxe	Herfølge	Thy			
Lingula cretacea	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
Crania ignabergensis	+	..	+	+	..	+	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
— *transversa*	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
— *parisiensis*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
Rhynchonella mantelliana	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
— *cordiformis*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+
— *plicatilis*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
— *limbata*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
— *octoplicata*	+	..	+	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	+	..	..
— *incurva*	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..
— *faxensis*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..
— *flustracea*	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	+	..	..	..	+	..
Terebratulina striata	+	..	+	+	+	..	+	+	..	..	..	..	+	+	+	..
— *gracilis*	..	..	+	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..
— *Gisii*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
Terebratula capillata	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+
— *rhomboidalis*	..	..	..	..	..	.	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+
— *Fittoni*	+	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
— *obesa*	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
— *carnea*	+	+	+	+	..	..	..	..	+	..	..	..	..	+	..	..
— *lens*	..	..	..	..	+	..	+	+	..	..	+	+	..	..	+	..
— *fallax*	..	..	..	..	..	+	..	+	..	..	+	..	..	..	+	..
— *Mobergi*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..
Terebratella Humboldtii	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
Trigonosema pulchellum	+	+	+	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	+	..	..
Magas pumilus	+	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
Thecidium vermiculare	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
Ialt...	10	14							8					13	7	3

Desuden nævner d'ORBIGNY[7] enkelte Brachiopoder fra Faxe og LUNDGREN[8] en Del fra Danmarks danien.

Som det ses af Listen, kjendtes før Posselt kun 27 Arter fra den danske Kridtformation, fordelte saaledes:

[1] BECH: Forsteninger i Møens Klint. Tidskr. f. Naturv. Bd. 5, 1828.
[2] FORCHHAMMER: Danmarks geognostiske Forhold. 1835.
[3] Amtlicher Bericht ueber die 24 Versammlung Deutscher Naturforscher in Kiel. 1846.
[4] PUGGAARD: Møens Geologie. 1852.
[5] FISCHER BENZON: Ueber das relative Alter des Faxekalkes. 1866.
[6] MØRCH: Forsteninger i det bornholmske og sjællandske Grønsand. Vid. Medd. nat. Forening 1876.
[7] d'ORBIGNY: Notes sur les fossiles de l'etage danien i Bullet. soc. geol. Ser. 2. Vol. 7. 1849—50.
[8] LUNDGREN: Brachiopoderne i Sveriges kritsystem. 1882.

	Ældre Senon	Yngre Senon	Danien
Ældre Senon..	3	0	0
Yngre Senon..	—	17	2
Danien	—	—	9

1894 udkom Posselt's Arbejde om Brachiopoderne i den danske Kridtformation. Værket er baseret paa Samlingerne i Universitetets zoologiske og mineralogiske Museer, som i Tidens Løb vare blevne ret righoldige. Posselt omtaler ialt 43 Arter, hvoraf 7 ere nye for Videnskaben.

De fordeles saaledes:

	Ældre Senon	Yngre Senon	Danien
Ældre Senon..	7	0	0
Yngre Senon..	—	24	5
Danien	—	—	17

Posselt's Hovedliste anføres her med en enkelt Rettelse, idet det maa bero paa en Trykfejl, at *Argiope Johnstrupi* og *Argiope acuta* ere anførte fra Limstenen paa Sjælland, medens de efter Texten stamme fra Saltholmskalken i Jylland.

	Bornholms Grønsand	Skrivekridt			Faxelaget	Faxekalk	Saltholms-kalk		Limsten		Yngre Grønsand
		Møen	Sjælland	Jylland			Sjælland	Jylland	Sjælland	Jylland	
Lingula cretacea	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..
Crania ignabergensis	..	+	..	?	..	..	+	..	?	+	..
— *costata*	..	+	+	+	..	..	+	..	+	+	..
— *barbata*	..	+	..	..	..	..	+	..	..	..	..
— *larva*	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..
— *tuberculata*	..	?	..	?	..	..	+	..	+	?	..
— *transversa*	..	..	..	..	..	+	+	+	+	+	..
— *parisiensis*	..	+	..	+	..	..	..	..	..	..	..
— *antiqua*	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..
Rhynchonella ala	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
— *mantelliana*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
— *cordiformis*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
— *plicatilis*	?	+	+	+	..	?	..	..	..	..	..
— *sp.*	..	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..
— *sp.*	..	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..

	Bornholms Grønsand	Skrivekridt			Faxelaget	Faxekalk	Saltholmskalk		Limsten		Yngre Grønsand
		Møen	Sjælland	Jylland			Sjælland	Jylland	Sjælland	Jylland	
Rhynchonella incurva	..	..	..	..	..	+	+	..	+	+	..
— *faxensis*	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..
— *flustracea*	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..
Terebratulina striata	..	+	+	+	..	+	+	..	+	+	..
— *gracilis*	..	+	+	+	..	..	..	..	?	..	?
— *Gisii*	..	+	+	+	..	..	..	..	..	..	..
— *semiglobularis*	..	+	..	+	..	..	..	..	..	..	..
Terebratula capillata	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
— *sp.*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
— *rhomboidalis*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
— *biplicata*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
— *Fittoni*	..	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..
— *obesa*	..	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..
— *carnea*	..	+	+	+	..	..	..	..	..	..	..
— *lens*	..	..	..	.	?	+	+	..	+	+	..
— *fallax*	..	..	..	..	+	+	+	..	+	+	..
— *faxensis*	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..
— *Mobergi*	..	..	..	..	..	+	..	..	+	..	..
Terebratella Humboldtii	..	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..
Trigonosema pulchellum	..	+	+	?	..	..	..	..	..	..	..
Kingena lima	..	+	+	+	..	..	..	..	..	..	..
Magas pumilus	..	+	+	+	..	..	..	..	..	..	..
Argiope Bronnii	..	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..
— *danica*	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..
— *acuta*	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..
— *Johnstrupi*	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..
— *faxensis*	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..
Thecidium vermiculare	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..
Ialt	8	22	17	13	2	11	10	3	10	8	1

Som det ses, er der et meget betydeligt Fremskridt fra tidligere Opgivelser. Arterne ere her fordelte efter den da gængse Opfattelse af Lagenes geologiske Stilling.

Sammenlignes Skrivekridtet og de enkelte Afsnit af danien indbyrdes, bliver Resultatet saaledes:

	Skrivekridt	Faxelag	Faxekalk	Limsten	Saltholmskalk
Skrivekridt	**18**	0	2	5	5
Faxelag	—	**2**	2	2	2
Faxekalk	—	—	**11**	6	5
Limsten	—	—	—	**10**	8
Saltholmskalk	—	—	—	—	**10**

Efter Udgivelsen af Posselt's Bog er der intet nyt udkommet om Kridtbrachiopoderne, kun er Posselt's Liste bleven benyttet i Ravn: Molluskerne i Danmarks Kridtformation. III. Stratigrafiske Undersøgelser, med enkelte Tilføjelser og Rettelser, navnlig udtales Tvivl om Rigtigheden af de fra Faxelaget opgivne Arter[1].

Ligeledes er Listen bleven benyttet i Milthers: Beskrivelse til Kortbladet Stevns og Faxe.

I de forløbne 14 Aar er der gjort Indsamlinger til Mineralogisk Museum navnlig fra Bornholm og fra jyske Kridt- og Kalkbrud, hvorved Materialet er blevet betydeligt forøget. Fra egne Indsamlinger, navnlig fra Steder paa Sjælland og Møen, hvor Lagene have været tilgængelige, har jeg et ret righoldigt Materiale, og dette i Forbindelse med Museets Samlinger danner Grundlaget for nærværende Arbejde. For Fuldstændigheds Skyld har jeg gjennemset zoologisk Museums Samlinger og de faatallige Indsamlinger, der ere gjorte af Danmarks geologiske Undersøgelse.

Der omtales i det følgende ialt 51 Arter, hvoraf 5 ere nye for Videnskaben, nemlig *Crania tubulosa*, *Crania Rosenbergi*, *Argiope Posselti*, *Argiope Ravnii*, *Thecidium Grønwalli*.

	Ældre Senon		Yngre Senon				Danien			
	Grønsand	Arnagerkalk	Møen	Jylland	Stevns Skr.	Cerithium-kalk	Ældre Bryozokalk	Faxe	Yngre Bryozokalk Coccolithkalk	Craniakalk
1. *Lingula cretacea* Lndgrn.	+	..	+	+	+	..	..	..	..	..
2a. *Crania ignabergensis* Retzius	..	..	+	+	+	..	+	+	+	+
2b. — — var. *costata* Sowb.	..	..	+	..	+	..	..	..	..	..
3. — *barbata* Hag.	..	..	+	..	..	..	..	..	+	..
4. — *larva* Hag.	..	..	..	..	..	..	+	..	+	+
5a. — *tuberculata* Nilss.	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+
5b. — — var. *transversa* Lndgrn.	..	..	..	..	..	..	+	+	+	+
6. — *parisiensis* Defr.	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..
7. — *tubulosa n. sp.*	..	..	+	+	+	+	..	..	..	..
8. — *Mülleri* Bosq.	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..
9. — *Rosenbergi n. sp.*	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..
10. — *comosa* Bosq.	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..
11. — *antiqua* Defr.	..	..	..	+	+	..	..	..	..	..
12. *Rhynchonella cfr. ala* Markl.	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..
13. — *mantelliana* Sowb.	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..
14. — *cordiformis* Posselt	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..
15. — *plicatilis* Sowb.	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
16. — *retracta* Roemer	..	..	+	+	+	+	..	..	..	..
17. — *limbata* Schloth.	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
18a. — *incurva* Schl.	..	..	..	..	..	..	?	+	+	+

[1] Øjensynligt ved en Forglemmelse har Posselt ikke i sin Liste optaget *Terebratella Humboldtii* som forekommende i Faxelaget, da han ved Beskrivelsen af denne Art omtaler et Exemplar herfra.

	Ældre Senon		Yngre Senon				Danien			
	Grønsand	Arnagerkalk	Møen	Jylland	Stevns Skr.	Cerithium-kalk	Ældre Bryozokalk	Faxe	Yngre Bryozokalk Coccolithkalk	Craniakalk
18 b. *Rhynchonella incurva* var. *faxensis* POSSELT	..	..	..	..	..	..	+	+	..	..
19. — *flustracea* SCHL.	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
20. *Terebratulina striata* WAHL.	+	..	+	+	+	..	+	+	+	+
21. — *locellus* ROEM.	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
22. — *gracilis* SCHL.	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
23. — *Gisii* HAG.	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
24. — *semiglobul* POSSELT	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
25. — *Terebratula capillata* d'ARCH.	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..
26. — *rhomboidalis* NILSS.	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..
27. — *biplicata* SOWB.	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..
28. — *Fittoni* HAG.	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
29. — *obesa* SOWB.	..	..	+	+	+	?	..	..	..	..
30. — *carnea* SOWB.	+	..	+	+	+	+	..	..	..	..
31. — *lens* NILSS.	..	..	..	..	..	..	..	+	+	+
32 a. — *fallax* LDGR.	..	..	..	..	..	..	+	+	+	+
32 b. — — var. *faxensis* POSSELT	..	..	..	..	..	..	+	+	..	..
33. — *Mobergi* LDGR.	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
34. — *Ciplyensis* HANSTEIN	..	..	..	..	..	..	..	..	+	+
35. *Terebratella Humboldtii* HAG.	..	..	+	+	+	+	..	..	..	..
36. *Trigonosema pulchellum* NILSS.	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
37. *Kingena lima* DEFR.	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
38. *Magas pumilus* SOWB	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
39. *Argiope Bronnii* HAG	..	..	+	+	+	..	..	..	..	..
40. — *Buchi* HAG.	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..
41. — *danica* MORG.	..	..	+	..	+	..	..	..	..	..
42. — *acuta* POSSELT	..	..	..	..	..	..	..	..	+	+
43. — *Johnstrupi* POSSELT	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..
44. — *faxensis* POSSELT	..	..	..	..	..	..	+	+	+	..
45. — *Ravnii n. sp.*	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..
46. — *Posselt n. sp.*	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..
47. — *Davidsoni* BOSQ.	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..
48. *Thecidium vermiculare* SCHL.	..	..	+	..	+	..	..	..	..	..
49. — *papillatum* SCHL.	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..
50. — *recurvirostre* GOLDF.	..	..	.	..	+	+	..	..	..	..
51. — *Grönwalli n. sp.*	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..

Disse 51 (55) Arter fordeles saaledes:

	Ældre Senon	Yngre Senon	Danien
Ældre Senon	8	3	1
Yngre Senon	—	**30**	3
Danien	—	—	**22**

Af Listen fremgaar, at af de 22 Arter i Danien gjenfindes 3 i yngre Senon og 1 i ældre Senon. Denne ene er *Terebratulina striata*, som altsaa er fælles for alle Danmarks Kridttidsaflejringer.

Af yngre Senon's 30 Arter er 3 fælles med ældre Senon (*Lingula cretacea*, *Terebratulina striata*, *Terebratula carnea*) og 3 fælles med Danien (*Crania ignabergensis*, *Crania barbata*, *Terebratulina striata*).

Der er saaledes (efter Artsantallet at dømme) lige saa nær Forbindelse mellem ældre og yngre Senon som mellem yngre Senon og Danien.

C. Stratigrafiske Forhold.

Den historiske Udvikling af de forskjellige Tiders Opfattelse af Lagenes Stratigrafi er i den seneste Tid gjentagne Gange bleven fremstillet, dels i Ravn: Molluskerne i Danmarks Kridtaflejringer. III. Stratigrafiske Undersøgelser, dels i Milthers: Kortbladet Stevns og Faxe.

Opfattelsen af Danmarks Kridttidslag har fra gammel Tid været meget usikker, da direkte Overlejring kun kan iagttages paa ganske enkelte af de tilgængelige Steder, og de palæontologiske Forhold kun have været meget lidt kjendte. Idet jeg henviser til ovennævnte Fremstillinger, vil jeg kun nævne, at det efterhaanden er fastslaaet, at de bornholmske Kridttidsaflejringer tilhøre det ældre Senon, medens det øvrige Danmarks Kridttidsaflejringer tilhøre det yngste Senon eller Danienet.

Mellem det ældre Senon og Skrivekridtet er der et Hiat, hvis Aflejringer ikke kjendes, men som maaske udfyldes for en Del af de fra Grøndalsboringen kjendte Kridt- og Mergellag.

Hvor Grænsen ligger mellem Senon og Danien, har været meget omtvistet, men det ser ud, som om den Opfattelse, der er kommen tilorde i ovennævnte Værk af J. P. J. Ravn, der henlægger Grænsen mellem Cerithiumkalken og Limstenen, er den rigtige. I hvert Tilfælde tyder Brachiopodfaunaen ubetinget i denne Retning. De 5 Brachiopodarter, der sikkert kjendes fra Cerithiumkalken ere alle senone Former.

Danien-lagene have indtil den seneste Tid været opfattede som afsatte samtidig i samme Hav og Forskjellighederne i petrografisk Henseende tydedes som beroende paa den forskellige Havdybde, hvori de vare afsatte. Først 1898 udskilte Grønwall en enkelt Del af Danienet som den yngste, nemlig Craniakalken, idet det viste sig, at denne Del af Danienet havde sin særskilte Fauna, som ikke stemmede fuldstændig overens med Faunaen i det øvrige Danien. Craniakalken blev hurtig kjendt fra forskjellige Gravninger og Boringer i Kjøbenhavns nærmeste Omegn og fandtes tilgængelig i stor Udstrækning i Kalkbruddet ved Herfølge.

Hele det øvrige Danien med sin store Afvexling af Kalkstensarter, er hidtil blevet opfattet som stammende fra samme Tid, da der hidtil ikke har været paavist nogen Forskjel i Faunaen.

I. Ældre Senon.

Ældre Senon findes kun paa Bornholm, hvorfra Mineralogisk Museum besidder ret righoldigt Materiale af Brachiopoder, betydeligt større end det, der i sin Tid stod til Posselts Raadighed.

Faunalisten viser følgende Arter fra de forskellige Findesteder:

	Grønsand				Arnagerkalk	
	Arnager	Horsemyreodde	Baunodde	Stampen	Arnager	Horsemyreodde
1. *Lingula cretacea*	+?	..	..	..	..	..
12. *Rhynchonella ala*	..	+	..	..	..	..
13. — *mantelliana*	+	..	..	..	+	..
14. — *cordiformis*	+	..	+	+	+	..
20. *Terebratulina striata*	..	+	..	..	..	..
25. *Terebratula capillata*	+	..	..	..	..	..
26. — *rhomboidalis*	..	..	..	+	..	..
27. — *biplicata*	+	+	..	+	+	..
30. — *carnea*	+	..	..	..	..	..

Det fremhæves, at der nu kjendes 3 Arter fælles for ældre Senon og Skrivekridtet, nemlig *Lingula cretacea*, *Terebratulina striata* og *Terebratula carnea*.

Den af Posselt omtalte *Terebratula sp.* fra Grønsandet ved Arnager har ved nærmere Præparering vist sig at være *Terebratula carnea*.

II. Yngre Senon.

Som allerede omtalt henregnes til Danmarks yngre Senon saavel Skrivekridtet som Cerithiumkalken og det mellemliggende, men ofte manglende Fiskeler. Det viser sig nemlig, at alle de i Cerithiumkalken sikkert fundne Brachiopoder gjenfindes i Skrivekridtet, men ingen af dem i Danien.

Jeg har selv gjort Indsamlinger i disse Lag paa

1. Møens Klint.
2. Stevns Klint, dels a) i Strækningen fra Rødvig til Vrangsti dels b) i Kridtslemmeriet ved Eskesti. Navnlig det sidste Sted har vist sig at være meget righoldigt.

3. Fiskeleret i Stevns Klint. Herfra haves dog ingen Brachiopoder.
4. Cerithiumkalken i Stevns Klint, dels a) ved Rødvig dels b) Nord for Eskesti ved Mandehoved.

Desuden har jeg gjennemgaaet Museernes Materiale fra følgende jyske Localiteter:

Bjærge. Bromølle. Hou. Eerslev. Frøslev Vang. Svinkløv. Fjerritslev. Ranum. Nørholm. Aalborg. Strøjbergs Kridtgrav. Rørdal. Frejlev. Flødal. Assens. Mariager. Dania. Cimbria.

Brachiopodernes Udbredelse i det yngre Senon.

	Møen	Stevns	Bjærge	Bromølle	Hou	Eerslev	Frøslev Vang	Svinkløv	Fjerritslev	Ranum	Nørholm	Aalborg	Strøjbergs Kridtgrav	Rørdal	Frejlev	Flødal	Assens	Mariager	Dania	Cimbria	Cerithiumkalk Stevns
1. *Lingula cretacea*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..
2a. *Crania ignabergensis*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
2b. — — var. *costata*	+	+	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
3. — *barbata*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
6. — *parisiensis*	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
7. — *tubulosa*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	+	..	..	..	..	+	..	+
8. — *Mülleri*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
9. — *Rosenbergi*	..	..	.	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
11. — *antiqua*	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
15. *Rhynchonella plicatilis*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
16. — *retracta*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	+	..	+
17. — *limbata*	+	+	..	.	..	..	..	+	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	+	..	..
20. *Terebratulina striata*	+	+	..	+	+	..	..	..	..	..	..	+	+	..	..	..	..	+	+	..	..
21. — *locellus*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
22. — *gracilis*	+	+	..	+	..	..	..	..	..	+	..	+	..	+	..	..	..	..	+	..	..
23. — *Gisii*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..
24. — *semiglobularis*	+	+	..	..	..	..	..	+	..	..	..	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..
28. *Terebratula Fittoni*	+	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
29. — *obesa*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	+	..	..
30. — *carnea*	+	+	..	..	..	..	+	..	..	..	..	+	..	..	..	+	+	..	+	+	+
35. *Terebratella Humboldtii*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	+
36. *Trigonosema pulchellum*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
37. *Kingena lima*	+	+	..	..	..	+	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..
38. *Magas pumilus*	+	+	..	..	..	..	..	..	+	..	..	+	+	..	+	+	..	..	+	..	..
39. *Argiope Bronnii*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
40. — *Buchi*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
41. — *danica*	+	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
47. *Thecidium vermiculare*	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
48. — *papillatum*	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
49. — *recurvirostre*	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+

Findestedet Kastrup Skov (Alindelille) er ikke medtaget, da Kridtet her ikke er faststaaende.

Som Listen viser, er der meget stor Overensstemmelse mellem Faunaen fra Møen og Stevns Klint, ligesom alle almindelige Arter ere gjenfundne i det jyske Skrivekridt baade fra Mariagerfjord og Aalborg.

Den af Posselt omtalte *Rhynchonella sp. indeterm.* fra Skrivekridtet paa Møen og Stevns er saa ufuldstændig, at nogen nærmere Bestemmelse heller ikke har været mig mulig, men jeg anser det for rimeligt at antage, at der er Tale om en Varietet af *Rhynchonella plicatilis.*

Posselt omtaler ligeledes en *Rhynchonella sp.* fra Skrivekridtet, som han med nogen Tvivl (paa Grund af Materialets daarlige Beskaffenhed) henfører til *Rhynchonella plicatilis.* Det er denne Form, jeg omtaler som den typiske *Rhynchonella plicatilis.*

III.

Brachiopodernes Ud-

	Ældre Bryozokalk (Limsten)																
	Sjælland			Jylland													
	Faxe	Stevns	Kagstrup	Valbjerg Sande	Valsted	Aggersund	Bulbjerg	Kliim	Vigsø	Vester Bjergetgaard	Aggersborggaard	Voxlev	Løgstør	Tinbæk Mølle	Skillingbro	Kjølby v. Nibe	Brøndum
2. *Crania ignabergensis*	+	+	+	..	..	..	+	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..
3. — *barbata*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	.	..	..	..
4. — *larva*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
5 a. — *tuberculata*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
5 b. — — var. *transversa*	+	+	+	..	..	..	..	+	+	..	..	..	..	+	..	..	..
18 a. *Rhynconella incurva*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18 b. — — var. *faxensis*	+	+	+	..	..	..	+	..	..	..	+	+	..	..	..	..	+
19. — *flustracea*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
20. *Terebratulina striata*	+	+	+	..	..	..	+	+	..	+	+	..	+	..	+	+	..
31. *Terebratula lens*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
32 a. — *fallax*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
32 b. — — var. *faxensis*	+	+	+	+	+	+	+	+	..	+	+	..	..	+	+	+	+
33. — *Mobergi*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	.	..	..	..	..	..	..	..
34. — *Ciplyensis*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
42. *Argiope acuta*	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
43. — *Johnstrupi*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
44. — *faxensis*	+	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..
45. — *Ravnii*	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
46. — *Posselt*	..	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
47. — *Davidsoni*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
50. *Thecidium Grønwalli*	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..

Fra Cerithiumkalken nævner Posselt baade *Terebratula lens* og *Terebratula fallax*.

Den som *Terebratula lens* bestemte Dorsalskal viser sig ved Præparation af Hængselpartiet hverken at tilhøre *T. lens* eller *T. carnea*, men synes snarere at have tilhørt *t. obesa*; da der imidlertid tillige er rejst Tvivl om Findestedets rigtige Angivelse (Ravn: Molluskerne i Danmarks Kridtformation. III. Stratigrafiske Iagttagelser) medtages den ikke her.

Posselt's Materiale af *Terebratula fallax* fra Cerithiumkalken indskrænker sig til 2 Eksemplarer, der begge, hvad vedhængende Kalkpartikler vise, stamme fra Limstenen og stemme ganske overens med de i denne fundne Former.

Danien.

bredelse i Danienet.

Coccolithkalk. Yngre Bryozokalk (Saltholmskalk, Blegekridt)														Craniakalk					Nr.
Sjælland				Jylland										Sjælland					
Saltholmen	Frederiksholm	Thorslunde	Herfølge	Lønnerup	Hovsør	Rær	Skillingbro	Skader	Østerodde v. Thisted	Kaase i Thy	Hjerm	Hørning v. Randers	Bredstrup	Sangstrup	Herfølge	Aashøj	Vodrofgaard	Kjøbenhavns Havn	Vestre Gasværk	
+	+	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	2.
+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	3.
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	+	+	+	4.
..	..	..	..	..	.	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	+	+	+	+	5 a.
+	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	5 b.
+	+?	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	18 a.
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	18 b.
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	19.
..	..	..	..	..	+	+	..	+	+	+	+	+	..	+	+	..	..	..	..	20.
+	+	+	+	..	..	..	+	..	..	..	+	+	+	..	+	+	+	+	..	31.
+	+	+	+	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	+	..	..	..	..	32 a.
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	32 b.
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	33.
+	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	+	..	..	..	..	34.
..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	42.
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	43.
..	+	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	44.
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	45.
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	46.
..	..	..	+	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	47.
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	50.

De Steder, hvor det nyere Kridts Stenarter have været tilgængelige, og hvor jeg har gjort Indsamlinger, ere følgende.

1. Stevns Klint. Stenarten er Bryozokalk (Limsten) med rigelige Calcitafsætninger og i Reglen deformerede Forsteninger. Faunalisten udmærker sig ved Mangelen af *Terebratula lens*, ved Tilstedeværelsen af *Crania tuberculata* i Varieteten *transversa* og *Rhynchonella incurva* i Varieteten *faxensis*.

2. Kagstrup Kalkværk c. 1 Mil Nord for Køge. Kalken er her meget haard med kun faa og smaa blødere Lag. Kalken er i Reglen stærkt forandret ved Calcitudfældninger, men ligner faunistisk ganske Kalken (Limstenen) fra Stevns Klint. Bryozoerne ere calcitudfyldte, Echiniderne stærkt krystalbelagte, og Brachiopoderne, navnlig Terebratlerne stærkt opløste, saa man i Reglen kun finder den mere modstandsdygtige bagerste Del af Dyret.

Af Faunalisten fremhæves Mangelen af *Terebratula lens*, samt Tilstedeværelsen af *Crania tuberculata* i Varieteten *transversa* og *Rhynchonella incurva* i Varieteten *faxensis*.

3. Saltholmens Kalkbunker ved de nedlagte Kalkgrave. Kalken er nu meget medtaget og Forvitringen har i de forløbne Aar hensmuldret det meste af de blødere Kalkstene; de haarde Stenarters Fossiler ere vanskelige at præparere og bestemme. Desuden ved man nu ikke mere til hvilke Lag i Bruddene de enkelte Forsteninger høre, og da jeg ved et Par Besøg paa Stedet en Gang fandt en *Astylospongia* sp. hjemmehørende i Silur og en anden Gang fandt en *Lunulites* sp., som ellers ikke kjendes fra det nyere Kridt, er jeg bleven betænkelig ved at henregne alt, hvad der findes i disse Bunker, til Saltholmskalken.

Af Faunalisten fremhæves Fundet af *Terebratula lens*, *Crania tuberculata* i Varieteten *transversa* og Overgangsformer til den typiske *Crania tuberculata*, samt *Rhynchonella incurva* i sin typiske Form.

4. Frederiksholms Teglværker ved Kjøbenhavn (Enghavevej). Her aabnedes i November 1905 et nyt Brud umiddelbart indenfor Dæmningen mod Kalvebodstrand. Det førtes ned i 24 Fods Dybde gjennem typiske Lag af Saltholmskalk og Flint, samt gjennem de 2 af Rørdam omtalte Lerlag. I Bunden af Bruddet fandtes Lag af en ret blød Kalksten, hvorfra de fleste af Forsteningerne fra denne Lokalitet stamme. Bruddet var desværre kun tilgængeligt i kort Tid og har ikke været tørlagt siden December 1906.

Af Faunalisten fremhæves Fundet af *Terebratula lens*, *Crania tuberculata* i Varieteten *transversa*, samt Overgangsformer til den typiske *Crania tuberculata*.

5. Thorslunde Fattiggaard ved Høje Taastrup. Kalkens Overflade er blottet i en aaben Grav af ringe Dybde. Kalken er, som omtalt hos Rørdam, meget stærkt flintholdig med en karakteristisk svampet Flint. Selve Kalken er meget blød, smuldrende. Baade Kalk og Flint er stærkt knuste, saa det er sjældent at finde hele Exemplarer af større Forsteninger. Kalken er, som Rørdam nævner, Bryozokalk, med velbevarede, ikke calcitudfyldte Bryozoer.

Af Faunalisten mærkes Fundet af *Terebratula lens, Crania tuberculata* i Varieteten *transversa* med Overgangsformer til den typiske *Crania tuberculata.*

6. Herfølge Kalkgrav, ca. 1 Mil Syd for Køge. Med Hensyn til tidligere Omtale af dette Kalkbrud henvises til Ravn: Molluskerne i Danmarks Kridtaflejringer. III. Stratigrafiske Iagttagelser. Milthers: Kortbladet Stevns og Faxe, samt Grönwall: Danmarks yngste krit- og äldsta tertiäraflejringar.

Det eneste, der ikke fremgaar klart af disse Beskrivelser, er, hvor Grænsen ligger mellem Craniakalken og det underliggende, som Milthers kalder «Limsten», Grönwall «Saltholmskalk» og Ravn «Bryozokalk».

Milthers angiver følgende Lagserie:

1,3 m Moræneler.
5,3 m Craniakalk.
0,5 m gullig brokket Limsten med et næsten sammenhængende Lag af Flintboller.
0,02—0,03 m. okkerfarvet Ler.
0,3 m. brokket Limstenslag.
0,7 m. Limsten (til Bunden af Graven).

Grænsen mellem Craniakalken og det underliggende angives her at være $^1/_2$ Meter over det letkjendelige Lerlag. Da det imidlertid er lykkedes at finde typiske *Crania tuberculata* i Laget lige over Leret, maa Grænsen henlægges til dette Lerlag; men det er muligt, at Grænsen ligger endnu dybere, da der iøvrigt, som vedføjede Faunaliste viser, næsten ingen Forskjel er paa Faunaen over og under Lerlaget, kun er Cranierne ret sjældne under dette og hidtil er kun fundet *Crania tuberculata* var. *transversa.*

	Under Lerlaget	Over Lerlaget
2. *Crania ignabergensis*	+	+
4. — *larva*	0	+
5a. — *tuberculata*	0	+
5b. — — var. *transversa*	+	+
18a. *Rhynchonella incurva*	+	+
20. *Terebratulina striata*	+	+
31. *Terebratula lens*	+	+
32a. — *fallax*	+	+
34. — *ciplyensis*	+	+
42. *Argiope acuta*	+	+
44. — *faxensis*	+	0
47. — *Davidsoni*	+	0

Som det ses, er Forskjellen kun ubetydelig og kan kun henføres til sjældent forekommende Arter.

Brachiopodfaunaen er absolut ingen Limstensfauna (som i Stevns, Kagstrup, Jylland) men svarer ganske til Faunaen i Saltholmskalken. Stenarten er Bryozokalk.

7. Faxe Kalkbrud har jeg kun besøgt en enkelt Gang, men har for dette Bruds Vedkommende benyttet det i Museerne opbevarede meget righoldige Materiale. Faunaen udmærker sig ved at være en Blandingsfauna, idet der findes baade *Terebratula lens*, *Terebratula fallax* var. *faxensis*, *Rhynchonella faxensis* og *incurva*, *Crania tuberculata* var. *transversa*. Der findes ingen Overgangsformer mellem typisk *Crania tubercul.* og var. *transversa*.

Desuden har jeg gjennemgaaet det i Mineralogisk Museum opbevarede Materiale fra følgende jyske Lokaliteter:

I Limsten: Valbjerg Sande, Valsted, Aggersund, Bulbjerg, Kliim, Vigsø, Vester Bjergetgaard, Aggersborggaard, Voxlev, Løgstør, Tinbæk Mølle, Skillingbro, Kjølby ved Nibe, Brøndum.

I Blegekridt: Lønnerup, Hovsør, Rær, Skillingbro, Skader, Østerodde v. Thisted, Kaase i Thy, Hjerm, Hørning v. Randers, Bredstrup, Sangstrup.

Inddelingen af Danienet.

Ved umiddelbar Iagtagelse i Naturen kan man se, at den ældste Afdeling af Danienet maa være den Bryozokalk (Limstenen), der findes paa Stevns Klint. Svarende hertil finder man ofte den jyske Bryozokalk (Limsten) umiddelbart overlejrende Skrivekridtet, uden at dog Overlejringen er direkte iagttagelig. Man finder nemlig undertiden i en Bakke Limsten som Undergrund, hvor man ved Bakkens Fod finder Skrivekridt som Undergrund (Ravn l. c.). Til denne Bryozokalk slutter sig — af faunistiske Grunde — Bryozokalken ved Kagstrup.

I Herfølge Kalkbrud ses den yngste Del af Danien, Craniakalken, der jo slutter sig meget nær til Paleocenet. Under denne Craniakalk findes concordant en Bryozokalk, som faunistisk er meget forskjellig fra Bryozokalken i Stevns, men meget nærstaaende Saltholmskalken.

Skematisk kan Sagen fremstilles saaledes for Sjællands Vedkommende. (I Listen er kun medtaget de Arter, der i denne Sammenhæng have Interesse.)

	Stevns	Kagstrup	Faxe	Saltholmen	Frederiksholm	Thorslunde	Herfølge Bryozokalk	Herfølge Craniakalk
Crania tuberculata var. *transversa*	+	+	+	+	+	+	+	+
— — Overgangsformer	..	..	..	+	+	+	+	+
— — i typisk Form	..	..	..	..	..	..	..	+
Rhynchonella incurva var. *faxensis*	+	+	+	..	..	..	..	..
— — i typisk Form	..	..	..	+	+?	..	+	+
Terebratula lens	..	..	+	+	+	+	+	+
— *fallax* var. *faxensis*	+	+	+	..	..	..	..	..
— *fallax*	..	..	..	+	+	+	+	+
— *Ciplyensis*	..	..	..	+	+	..	+	+

Som man ser af Listen, er der en tydelig Forskjel i Faunaen fra den ældste Bryozokalk (Limstenen: Stevns og Kagstrup) paa den ene Side og Saltholmskalken (Saltholmen, Frederiksholm), den yngre Bryozokalk (Thorslunde, Herfølge) og Craniakalken (Herfølge) paa den anden Side, saaledes, at det er muligt herefter at dele Danien i 2 Dele, en yngre, karakteriseret ved *Terebratula lens* Nilsson, og en ældre Del uden *Terebratula lens*, men med *Terebratula fallax* Lndgr. var. *faxensis* Posselt.

De to valgte Forsteninger høre til de hyppigste, hvor de forekomme, og ere let kjendelige, selv i Brudstykker.

Man kan herefter opstille følgende Aldersliste:

- Danien
  - Yngre Danien
    - Craniakalken (Herfølge) m. *Terebratula lens* og *Crania tuberculata*.
    - Yngre Bryozokalk (Thorslunde, Herfølge) m. *Terebratula lens*.
    - Saltholmskalk (Saltholmen, Frederiksholm), Coccolithkalk m. *Terebr. lens*.
  - Ældre Danien
    - Ældre Bryozokalk (Limsten: Stevns, Kagstrup) m. *Terebr. fallax* var. *faxensis*.

Overføres disse Betragtninger til det jyske Danien, finder man ogsaa her den samme Tvedeling[1], idet man intetsteds i den jyske Limsten finder *Terebratula lens*, men derimod overalt *Terebr. fallax* var. *faxensis*; i de øvrige Lag, Blegekridtet og Saltholmskalken, findes *Terebratula lens*. Yngre Bryozokalk og Craniakalk er endnu ikke fundne nogetsteds i Jylland.

Dette Resultat bekræftes ogsaa ved andre Forsteninger end Brachiopoder. Saaledes finder man hyppigt i Limstenen paa Stevns og ved Kagstrup Echiniden: *Brissopneustes danicus* Schlüter, medens man i Saltholmskalken (Frederiksholm) og Bryozokalken ved Herfølge, ligesom i Craniakalken sammesteds finder den afløst af Formen *Brissopneustes suecicus* Schlüter, der staar den førstnævnte meget nær.

Endelig har man et godt Holdepunkt i en Række *Cidaris*-Pigge af en Art, der i Herfølge har faaet Navnet *Tylocidaris vexilifera* Schlüter. Det er kortstilkede kugleformede Pigge, let kjendelige og oftest meget talrigt tilstede, hvor de findes. I Limstenen ved Stevns er de i Reglen kuglerunde, besatte med talrige smaa Granulationer. Disse samle sig ofte, især ud mod Toppen af Piggen i længdeløbende Rækker. I Pigge fra Kagstrup er disse Rækker almindeligere og noget mere fremtrædende. I Piggene fra Saltholmen er Kornene rækkevis sammenflydende, saa der dannes smaa Kamme, der i Toppen af Piggen ofte staa frem som smaa vingeformede Udbredninger. Endelig har man fra Herfølge, baade fra Bryozokalk og Craniakalk de store, almindelige, stærkt vingede Exemplarer.

[1] 1899 udtaler Grönwall: Nogle Smaanotitser om Jyllands Kridt (Medd. d. g. F. Nr. 5), at nogle af ham undersøgte Limstensbrud udmærke sig ved at mangle *Terebratula lens* og *Ananchytes sulcatus* og ved at besidde en *Rhynchonella* sp. (*faxensis* Posselt?), *Terebratula fallax* og *Ostrea vesicularis*.

[2] Mit Materiale er saaledes: *Brissopneustes danic.*, Stevns ældre Bryozokalk: 23 Expl., Kagstrup: 4 Expl.; *Brissopneustes suecic.* Saltholmskalk, Frederiksholm: 6 Expl.; Yngre Bryozokalk, Herfølge: 12 Expl.

Overfører man disse Erfaringer til de skaanske Brud i nyere Kridt[1], viser det sig, at man her ikke kjender de ældste Led af det nyere Kridt, men overalt i Bunden af Bruddene finder Saltholmskalk. Den Bryozokalk, der omtales i Vexellejring med Saltholmskalken i Bruddene ved Annetorp, maa rimeligvis sammenstilles med den yngre Bryozokalk fra Thorslunde og Herfølge.

Hvad Faunalisten for de skaanske Brud angaar, er den noget mager, ser saaledes ud (efter Lundgren):

(Faunaen fra Klagshamn efter Holst og Grönwall[2])

	Annetorp	Limhamn	Ø. Torp	Klagshamn
Crania transversa	+	..	..	..
— *tuberculata*	..	..	+	+
— *ignabergensis*	..	+	..	..
Rhynchonella flustracea	+	..	..	..
— *incurva*	+[1]	..	..	..
Terebratulina striata forma *chrysallis*	+	..	..	..
— — — *striatula*	+	..	..	..
Terebratula fallax	+	+	..	..
— *lens*	+	+	+	+
— *Mobergi*	+	+	..	..

[1] Fra Dr. Mallings Samling.

Af denne sparsomme Liste kan man ikke drage store Slutninger, men Fundet af *T. lens*, *Rhynchonella incurva* og *Crania tub.* typ. (tillige kjendes *Brissopneustes suecicus* Schlüt. fra Limhamn) henviser dog strax til den yngre Afdeling af det nyere Kridt.

Vil man anbringe de skaanske Kalkbrud efter deres Fauna i ovennævnte Række maa det nærmest blive saaledes:

	Sjælland	Skaane
Yngst	Craniakalk (Herfølge o. a.)	Coccolithkalk v. Ö Torp, Klagshamn
	Yngre Bryozokalk (Thorsl., Herfølge)	Bryozokalk v. Annetorp
		(Koralkalk v. Annetorp)
	Saltholmskalk	Coccolithkalk v. Limhamn
	(Faxekalk)	
Ældst	Ældre Bryozokalk (Limsten v. Stevns)	

[1] Henning: Yngre kritans bildningshistoria. 1899.

[2] Holst og Grønwall: Paleocen vid Klagshamn. 1907.

D. Literaturfortegnelse.

1781. Retzius: Crania- oder Todtenkopf-Muschel. Schriften der Berlinischen Gesellschaft naturforschender Freunde. Bd. 2.
1812—43. Sowerby: Mineral Conchology.
1813. Leonhardt: Mineralogisches Taschenbuch.
1821. Wahlenberg: Petrificata telluris Suecanæ. Acta nova Reg. Scient. Societatis Upsaliensis. Bd. 8.
1822. Mantell: Fossils of the South-Downs.
1822. Brogniart: Description géologique des environs de Paris.
1822. Forchhammer: Om Danmarks geognostiske Forhold. Tidsskrift for Naturvidenskaberne. Bd. 1.
1824. Bredsdorff: Om Kalkstensbruddet ved Herfølge. Tidsskrift for Naturvidenskaberne. Bd. 3.
1826. Forchhammer: Om de geognostiske Forhold i en Del af Sjelland og Naboøerne. Danske Videnskabernes Selskabs Skrifter. Math.-naturv. Afd. Bd. 2.
1827. Nilsson: Petrificata Suecana formationis cretaceæ.
1828. Bech: Forsteninger i Møens Klint. Tidsskrift for Naturvidenskaberne. Bd. 5.
1835. Bech: Notes on the Geology of Denmark. Proc. geological society. London. Ser. 2. Bd. 5.
1835. Lyell: On the cretaceous and tertiary strata of the Danish Islands of Seeland and Möen. Proc. geol. society. London. Ser. 2, Bd. 5.
1835. v. Buch: Ueber Terebrateln. Abhandl. der Berliner Akademie 1833.
1835. Forchhammer: Danmarks geognostiske Forhold. Universitetsprogram.
1837. Bech: Notizen zur Geologie Dänemarks. Leonhardts und Bronns Jahrbücher.
1838. Bronn: Lethæa geognostica. 2. Aufl. Bd. 2.
1840. Goldfuss: Petrefacta Germaniae.
1841. Roemer: Versteinerungen der Norddeutschen Kreidegebirge.
1842. v. Hagenow: Monographie der Rügensche Kreideversteinerungen. Jahrbücher für Mineralogie o. s. v.
1843. Forchhammer: Iagttagelser over den sjellandske Kridtformation. Oversigter over det kgl. danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger.
1845—46. Reuss: Die Versteinerungen der Böhmischen Kreideformation.
1846. Amtlicher Bericht über die 24. Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte in Kiel.
1846. d'Archiac: Les fossiles du poudinge nervien. Bulletin de la société géologique de France. Bd. 2.
1847. d'Orbigny: Palaeontologie française; Terrain crétacé. Bd. 4.
1847. Forchhammer: Nyere Kridt i Danmark. Skandinaviske Naturforskeres 5te Møde.
1849—50. Geinitz: Das Quadersandsteinsgebirge in Deutschland.
1849—52. d'Orbigny: Prodrome de Palaeontologie stratigraphique.
1851. d'Orbigny: Note sur les fossiles de l'étage danien. Bulletin de la société géologique de France. Ser. 2, Bd. 7.
1851. Puggaard: Møens Geologie.
1850—1886. Davidson: British Fossil Brachiopoda. Bd. 1—6.
1859. Bosquet: Monographie des Brachiopodes fossiles du Terrain crétacé supérieur de Limbourg.
1860. Forchhammer: Om Lejringsforholdene og Sammensætningen af det nyere Kridt i Danmark. Skand. Naturf. 8de Møde.
1863. Forchhammer: Om Lejringsforholdene og Sammensætningen af det nyere Kridt i Danmark. Skand. Naturf. 9de Møde.
1865. Lundgren: Bidrag till Kännedomen om Saltholmskalkens geologiska Förhållande.
1865. Johnstrup: Faxekalkens Dannelse og senere undergaaede Forandringer. Kgl. danske Videnskabernes Selskabs Skrifter.
1866. Fischer-Benzon: Ueber das relative Alter des Faxekalkes.
1866. Johnstrup: Faxekalken ved Annetorp. Vid. Meddelelser fra naturhistorisk Forening.
1866. Schloenbach: Kritische Studien ueber Kreidebrachiopoden. Palaeontographica. Bd. 13.
1867. Lundgren: Palaeontologiska Iakttagelser öfver Faxekalken på Limhamn.

1870. Schlüter: Bericht ueber eine geognostisch-palaeontologische Reise in südlichen Schweden. Neues Jahrbuch für Mineralogie etc.
1872—75. Geinitz: Elbthalgebirge. Palaeontographica. Bd. 20.
1876. Mörch: Forsteningerne i det bornholmske og sjællandske Grönsand. Vid. Medd. fra naturhistorisk Forening.
1879. v. Hanstein: Die Brachiopoden der oberen Kreide von Ciply.
1881—82. de Morgan: Memoire sur les Terrains Crétacés de la Scandinavie. Memoires de la société géol. de France. Sér. 3, Bd. 2.
1883. de Morgan: Quelque espèces nouvelles de Megathyridés. Bulletin de la société zoologique de France. Bd. 8.
1885. Lundgren: Undersökningar öfver Brachiopoderna i Sveriges Kritsystem. Lunds Universitets Aarsskrift, Bd. 20.
1886. Pergens et Meunier: La faune des Bryozoaires garumnien de Faxe. Annales de la société Royale Malacologique de Belgique. Bd. 21.
1894. Posselt: Brachiopoderne i den danske Kridtformation. Danmarks geologiske Undersøgelse. 2. Række, Bd. 4.
1897. Schlüter: Ueber einige exocyclische Echiniden der baltischen Kreide. Zeitschr. der deutsch. geol. Gesellschaft. Bd. 49. Berlin.
1897. Rørdam: Kridtformationen i Sjælland. Danmarks geologiske Undersøgelse. 2. Række, Bd. 6.
1899. Grönwall: Danmarks yngsta krit- och äldsta tertiæraflagringar. Förhandlingar vid det 15de skandinav. Naturforskaremötet i Stockholm den 7—12 Juli 1898.
1899. Hennig: Studier öfver den baltiska Yngre Kritans bildningshistoria. Geol. Fören. i Stockholm. Förhandlingar. Bd. 21.
1899. Grönwall: Smånotiser om Jyllands krita. Medd. fra Dansk Geol. Forening. Nr. 5.
1899. Rördam: Beskrivelse til Kortbladene Kjøbenhavn og Roskilde. Danmarks geologiske Undersøgelse. 1. Række, Nr. 6.
1902. Madsen: Beskrivelse til Kortbladet Nyborg. Danmarks geol. Undersøgelse. 1. Række, Nr. 9.
1903. Ravn: Molluskerne i Danmarks Kridtaflejringer. III. Stratigrafiske Undersøgelser. Danske Videnskabernes Selskabs Skrifter. 6. Række, math.-naturv. Afd. Bd. II, Nr. 6.
1905. Jessen: Beskrivelse til Kortbladene Aalborg og Nibe. Danmarks geol. Undersøgelse. 1. Række, Nr. 10.
1907. Holst og Grönwall: Paleocen vid Klagshamn. Sveriges geol. Undersökning. Ser. C, Nr. 208.
1908. Milthers: Beskrivelse til Kortbladene Faxe og Stevns Klint. Danmarks geologiske Undersøgelse. 1. Række, Nr. 11.
1908. L. Müller: Beiträge zur Kenntniss der Craniiden. Abschnitt 2: Beiträge zur Organisation der Craniiden. Halle a. S.

E. Beskrivelse af Arterne.

Med Hensyn til Ordningen af Familier og Slægter har jeg fulgt Zittel: Handbuch der Palaeontologie. München und Leipzig. 1876—1880.

Efter hver Art følger en Optælling af det tilstedeværende Materiale. De første Tal betegner Mineralogisk Museums Beholdning, Tallene i Parenthes angiver mine egne Indsamlinger.

I. Lingula Bruguière 1792.

1. Lingula cretacea Lundgren.

Terebratula Freucheni, 1828. Bech: Tidsskrift for Naturvidensk. Bd. 5.
?*Lingula subovalis* Davidson, 1852. Davidson: Brit. fos. brach. Bd. II, pag. 7; Tab. 1, Fig. 29—30.
Lingula cretacea Lundgren, 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 20; Tab. 1, Fig. 1.
— — — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 14.

Materialet er stadigt for ufuldstændigt og slet bevaret til nærmere Beskrivelse, men Arten synes at være mere udbredt end Posselt angiver.

Længde: c. 4 mm. Bredde: c. 2 mm.

Forekomst: Ældre Senon: Grønsand: Arnager, 1 Expl. Skrivekridt: Møen, 6 Expl.; Stevns, 1 Expl. (+ 1); Aalborg, 1 Expl.

II. Crania Retzius 1781.

2. Crania ignabergensis Retzius.

Crania ignabergensis, 1781. Retzius: Schr. Berliner Gesellsch. Bd. 2, pag. 75; Tab. 1, Fig. 4—7.
Crania striata Defrance, 1827. Nilsson: Petrific. suec. Form. Cret. Pag. 38; Tab. 3, Fig. 12.
Crania costata, 1830. Sowerby: Genera of shells. Nr. 12; Fig. 16.
— — 1840. Goldfuss: Petref. Germaniae. 2, pag. 295; Tab. 162, Fig. 11.
— *striata*, 1842. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 531.
— *costata*, 1842. — : — — Pag. 530.
— *ignabergensis*, 1847. d'Orbigny: Pal. franç., ter. crét. Bd. 4, p. 142; Tab. 525, Fig. 1—6.
— *costata*, 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pg. 85.
— *ignabergensis*, 1852. Davidson: Brit. fossil. Brach. Bd. 2, pag. 11; Tab. 1, Fig. 8—14.
— — 1859. Bosquet: Monogr. Brach. Foss. Terrain crét. de Limbourg. Pag. 15.
— — 1879. Hanstein: Brach. v. Ciply. Pag. 16.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges kritsystem. Pag. 30; Tab. 1, Fig. 10—11.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 14.
— *costata*, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 15; Tab. 1, Fig. 1—4.

Da det ikke har været muligt at finde nogen udtalt Forskjel paa denne Art og *Crania costata* udover det meget vage: Ribbernes Antal, har jeg været nødsaget til at sammenfatte disse 2 under samme Artsbetegnelse.

Goldfuss beskriver Arten saaledes: *Crania ignabergensis* har begge Skaller af afrundet firkantet Form, udadtil bedækkede med talrige, fra umbo udstraalende Ribber; Limbus er kornet. Underskallen sidder kun fast ved sin noget fra Randen fjærnede umbo og er mindre convex end den øvre; det bagerste Muskelindtryk er kredsrundt, fladt ophøjet, ligger nærved det forreste. Septum er stor, næbformet, fremadrettet.

Den afbildes med mange (c. 40) Ribber, som kun springe svagt frem ved Randen.

Crania costata beskrives saaledes: Underskallen er næsten firkantet, har en spids, næsten i Midten liggende umbo, hvorfra 12—15 store Ribber udstraale og forlænge sig udover Randen. De bagre Muskelar ere ægformede, skævtliggende, de forreste sammenstødende. Septum spids, næbformet. Limbus tydelig kornet.

Herefter bliver Forskjellen mellem de 2 Arter:

1) Antallet af Ribber: *costata*: 12—15,
ignabergensis: mange.
2) Ribberne springe frem over Randen hos *costata*,
ikke hos *ignabergensis*.
3) Divaricator-Indtrykkene ere ovale hos *costata*,
runde hos *ignabergensis*.

Davidson beskriver *Cr. ignabergensis* saaledes: Omkredsen er næsten circulær. Formen kegledannet; umbo beliggende nærmest den bagerste Rand, fæstet ved et større eller mindre Parti til andre Skaller. Overfladen besat med et forskjelligt Antal Ribber, der udstraale fra umbo og ved Skalranden danne et Antal fremspringende Torne. Limbus bred, flad, granuleret. Bagre Muskelindtryk ere mere eller mindre circulære. De forreste Muskelindtryk ligge nær Midten, danne tilsammen et V, ere mer eller mindre ovale.

Ved denne Beskrivelse forsvinde de 2 sidstnævnte Kjendetegn (Ribbernes Fremspring udover Randen, Divaricatormusklernes Form), idet der gives Plads for Variation.

d'Orbigny adskiller de 2 Arter ved:

1) Ribbernes Talrighed: Mange har *Cr. ignabergensis*,
12—15 har *Cr. costata*.
2) Formen: Afrundet hos *Cr. ignabergensis*,
firkantet hos *Cr. costata*.
3) Kantens Udseende: Kornet hos *Cr. ignabergensis*,
glat hos *Cr. costata*.

Disse 2 sidste Kjendetegn nævnes ikke hos andre Forfattere og passe ikke paa de danske Former, da Formen altid er mer eller mindre afrundet firkantet og Limbus altid er kornet.

Bosquet skriver om *Cr. ignabergensis*, at Ribberne danne tornformede Asperiteter ved Randen. Limbus er bred og kornet, Divaricatorindtrykkene ere ovale.

Hanstein omtaler *Cr. ignabergensis*, men taler intet om Limbus' Forløb, om Muskelindtrykkenes Form eller Fladens Ornering. Hans Exemplarer (c. 40) have alle færre Ribber end Davidsons og d'Orbigny's.

Lundgren omtaler kun *Crania ignabergensis* uden at beskrive den.

Posselt beskriver kun *Cr. costata* og fremhæver som dens Kjendetegn de faa (12—15) Ribber, der springe frem over Randen, og det kornede Limbusindskud foran adjustator dorsalis.

Som det ses af disse forskjellige Beskrivelser er Variationen af denne Art meget betydelig. Jeg har haft Lejlighed til at gjennemse c. 30 Exemplarer fra Ignaberga og det viser sig da, at der er ret betydelig Variation paa de omtalte Punkter. Hos nogle Exemplarer er Randen nærmest hel, hos andre springe Ribbeenderne frem som Torne. De bagre Muskelindtryk ere variable, snart runde, snart

ovale. Limbus er altid kornet og skyder sig undertiden noget frem foran de bagerste Muskelindtryk, ganske som Posselt beskriver Forholdet hos *Cr. costata.*

Det eneste, som kan adskille de to Former, er altsaa Ribbeantallet, men hos de danske Former er ogsaa dette Forhold variabelt, idet der findes alle Overgangsformer med fra 16—50 Ribber.

De fleste danske Former ere smaa, fra 3—5 Millimeter, kun Varieteten *costata* fra Møens Klint opnaar en Størrelse af c. 10 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 35 Expl. (+ 2); Stevns, 1 Expl. (+ 3); Aalborg: 2 Expl.; Nörholm, 1 Ekpl.; Svinklöven, 3 Expl. Danien: Ældre Bryozokalk: Stevns (7 Expl.); Kagstrup (5 Expl.); Faxe, 1 Expl.; Vixø, 1 Expl.; Bulbjerg, 2 Expl. Saltholmskalk: Saltholmen, 1 Expl.; Frederiksholm (1 Expl.). Yngre Bryozokalk: Thorslunde (11 Expl.); Herfølge (9 Expl.). Craniakalk: Herfølge (1 Expl.).

3. **Crania barbata** Hagenow.

Crania barbata, 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 531.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 17.

Materialet er ikke forøget siden 1894. Arten synes at være let kjendelig paa sine talrige, meget tætstaaende Ribber, som adskilles ved skarpe Furer.

Længde: 7 mm. Bredde: 8 mm.

4. **Crania larva** Hagenow.

Crania larva, 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 532.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 18; Tab. 1, Fig. 5—7.

Arten er udmærket beskrevet og afbildet hos Posselt. Den kjendes let fra andre Arter ved at besidde et stort Fremspring af Randen ind imellem de bagre Muskelindtryk baade paa Over- og Underskal.

Længde: c. 5 mm. Bredde: c. 5 mm.

Forekomst: Danien: Ældre Bryozokalk: Stevns (1 Expl.). Saltholmskalk: Saltholmen, 1 Expl. Craniakalk: Herfølge, 2 Expl. (+ 6); Vodrofgaard, 15 Exp.; Kjøbenhavns Havn, 36 Expl.; Vestre Gasværk, 4 Expl.

5. **Crania tuberculata** Nilsson.

Tab. I, Fig. 1—9.

Crania tuberculata, 1826. Nilsson: Kgl. Sv. Vet. Akad. Handl. 1825. Pag. 326; Tab. II, Fig. 3.
— — 1827. Nilsson: Petrif. suecan. Pag. 37; Tab. 3, Fig. 10.
— — 1840. Goldfuss: Petref. Germaniae. Tab. 162, Fig. 7.
— — 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 86.
Crania spinulosa, 1866. Fischer-Benzon: Ueber das relat. Alter des Faxekalkes. Pag. 18.
— — 1867. Lundgren: Pal. Iaktt. öfver Faxekalken. Pag. 22.
— *tuberculata*, 1885. Lundgren: Brach. Sv. kritsyst. Pag. 27; Tab. 1, Fig. 19—20.
— *transversa*, 1885. Lundgren: Brach. Sv. kritsyst. Pag. 25; Tab. 1, Fig. 5—6.
— *tuberculata*, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 19.
— *transversa*, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 21; Tab. 1, Fig. 8—9.

Det er ikke lykkedes mig med mit ret store Materiale at holde de to Former *Cr. tuberculata* og *Cr. transversa* ude fra hinanden, hvorfor jeg har været nødsaget til at slaa dem sammen, og det fælles Navn bliver da *Cr. tuberculata* NILSSON.

De to Forfattere, der giver en nogenlunde brugelig Beskrivelse af disse Former, er Lundgren og Posselt.

LUNDGREN skriver om *Cr. transversa*: «Den nærmer sig til *spinulosa*, men adskiller sig fra denne derved, at den altid har Bredden større end Længden. Den er afrundet, men bagtil mere lige afskaaren end *spinulosa*. Anordningen af Muskelindtrykkene som hos *spinulosa*. Medianseptum synes altid at være tilstede, men ligger betydelig nærmere ved Bagkanten end hos *spinulosa*. Den grynede Rand er forholdsvis bredere og Underskallen er mindre concav, næsten aldeles plan. Længde: 9—10 mm. Bredde: 10,5—12,5 mm.»

Om *Crania spinulosa* siger LUNDGREN: «Inderfladen har let concav Flade og derfra skarpt adskilt Rand, som er forsynet med tætstaaende Gryn, der er indskrænkede til Randen og ikke findes paa Fladen. Mærkerne efter Mm. divaricatores ere store, runde og adskilte. Mellem dem skyder den granulerede Rand sig noget frem». Disse Bemærkninger maa altsaa ogsaa gjælde *C. transversa*.

POSSELT skriver om *Crania transversa*: «Inderfladen af Underskallen har en bred, grynet limbus, der hvælver sig stærkt, rundt om begge de bagre Adductormærker og begrænser disse skarpt bagtil med en Række større Tubercler, der standse lidt fra hinanden i Midtlinien. Der findes 5—7 Par fingerformede Indtryk. Bredde 15 mm. Længde 12 mm.» Tegningen viser en grynet limbus skarpt adskilt fra den glatte Inderflade.

Om *Crania tuberculata* skriver LUNDGREN: «Underskallen er afrundet, noget afsmalnende bagtil. Længden lidt større end Bredden. Randen dækket med smaa Korn, som dog ej er indskrænkede til Randen, men brede sig udover Fladen, saa Randen ikke er skarpt begrænset. Medianseptum tilstede. Occlusorindtrykkene bredere bagtil, smallere fortil.»

POSSELT beskriver den saaledes: «Formen noget vexlende, snart mere afrundet, næsten cirkelrund, snart mere aflang og oval, men oftest bredere fortil end bagtil, hvor der paa enkelte Exemplarer findes Begyndelse til en Hældannelse. Underskallens Inderflade ganske svagt concav eller næsten plan, med mere eller mindre tydelig afsat limbus, der stedse bærer talrige Gryn eller Korn; disse ere ganske smaa yderst langs Randen, blive større indad mod Skiven og brede sig i forskjellig Grad ind over denne, hvorved de undertiden skjule de fingerformede Indtryk, som i et Antal af 6—8 tegne sig vifteformigt fra Randen og indefter paa forreste Del af Skiven. Mellem de bagre Adductormærker løber limbus noget frem begrænsende og adskillende disse med en Række stærkere Kalkgryn. De omtalte Muskelindtryk ere tydelige og temmelig store, snart rent ovale, snart ægdannede eller rhombiske og dobbelt eller tredobbelt saa store som de forreste Adductor-Indtryk, der ere smalt ovale med Antydning til Nyreform og som ligge hver paa sin Side af en «Næse», hvis Plads er noget nærmere ved Bagenden end ved Forranden af Skallen.

Foran dette Parti findes et tydeligt spydspidsformet Indtryk, hvis Basis danner Begrænsningen for Næsen og Muskelindtrykkene, medens den fremadrettede Spids kan følges helt hen til Forrandens Midte, hvor da ikke Grynenes Talrighed skjule dette.

Efter disse Beskrivelser skulde man tro, at det var let at finde sig tilrette i disse Former, idet *Crania transversa* kunde kjendes paa sin Form (altid større Bredde end Længde) og paa det Forhold, at kun limbus var grynet og derfor stod skarpt mod den glatte med digitate Impressioner forsynede Flade.

Crania tuberculata skulde kjendes paa, at Grynene fra limbus strakte sig mer eller mindre langt ind over Fladen, og paa, at Formen enten var circulær eller oval med større Længde end Bredde.

Saalænge man kun beskjæftiger sig med det nyere Kridts Yderpunkter, Bryozokalken i Stevns, Kagstrup, Faxe paa den ene Side og Herfølgekalkbruddets øverste Lag paa den anden Side, er Sagen ogsaa temmelig let, idet man disse Steder finder Formerne rene og let adskillelige, men, søger man i det nyere Kridts øvrige Lag, Saltholmskalken paa Saltholmen og ved Frederiksholm, samt Bryozokalken ved Thorslunde og Herfølge, bliver Sagen meget mere indviklet, idet man disse Steder finder Former, som forene de 2 Arters Kjendetegn paa forskjellig Maade, saaledes f. Ex. skarp Adskillelse mellem limbus og Fladen forenet med circulær eller endog oval Form med Længde større end Bredde. Det Sted, hvor man finder den største Afvexling mellem Formerne, er de nederste Lag i Kalkbruddet ved Herfølge, idet man her umiddelbart over det af Bredsdorf[1] omtalte Lerlag finder alle disse Mellemformer repræsenterede. Fra Thorslundes Bryozokalk findes ogsaa talrige Exemplarer af Mellemformer, men ingen typiske *Crania tuberculata*. Fra Saltholmskalken ved Frederiksholm findes Formen *Crania transversa* med adskillige Overgangsformer.

Selvom det saaledes ikke er muligt at holde disse Former adskilte som forskjellige Arter, kan de dog meget vel opretholdes som Varieteter indenfor Arten, hvor *Crania tuberculata* varietas *transversa* betegner den ældre Form og ældre Lag end *Crania tuberculata* sensu strictu.

Forekomst: varietas *transversa*: Ældre Bryozokalk: Stevns, 2 Expl. (+ 8); Kagstrup, (+ 3 Expl.); Jersie Aa, 2 Expl.; Tinbæk, 1 Expl.; Klimbjerg, 1 Expl.; Vixø, Thy, 1 Expl. Faxekalk: Faxe, 20 Expl. Saltholmskalk: Saltholmen, 19 Expl. (med enkelt Overgangsform) (+ 1); Frederiksholm (7 Expl.; Overgangsformer); Sangstrup, 1 Expl. Yngre Bryozokalk: Thorslunde (19 Expl. med talrige Overgangsformer); Herfølge, 2 Expl. (+ 4 Expl.).

forma *typica*: Craniakalken: Københavns Havn, 71 Expl. (+ 4); Vodroffgaard, 69 Expl.; Herfølge, 39 Expl. (+ 49 Expl. med talrige Overgangsformer).

[1] Bredsdorf: Om Kalkbruddet ved Herfølge. Tidsskrift for Naturvidenskab. Bd. 1.

6. Crania parisiensis Defrance.

Tab. I, Fig. 13.

Crania parisiensis. 1818. Defrance: Dict. scient. nat. Bd. II, pag. 313.
— — 1822. Brogniart: Desc. géol. des environs de Paris. Tab. 3, Fig. 2.
— — 1840. Goldfuss: Petrefacta Germaniae. Tab. 162, Fig. 8.
— — 1842. Hagenow: Rügen. Kreideverst. Pag. 530.
— — 1847. d'Orbigny: Pal. franç. Terrain crétac. Pag. 139; Tab. 524, Fig. 8—13.
— — 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 86.
— — 1852. Davidson: Brit. Fos. Brach. Bd. II, pag. 8; Tab. I, Fig. 1—7.
— — 1866. Schloenbach: Krit. Stud. Kreidebrach. Pag. 323; Tab. 40, Fig. 18—22.
— — 1871. Hanstein: Brach. von Ciply. Side 17—18.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges kritsyst. Pag. 31; Tab. I, Fig. 8—9.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 22.

Af *Crania parisiensis* findes som oftest kun Underskallen, der er omtrent kredsrund, fastvoxet med hele sin Underflade; den har en meget tyk fint kornet og concentrisk stribet Rand. Dens store og flade bagre Muskelindtryk ere ovale og de forreste ere forenede til en tværoval Grube. Istedetfor septum findes en Fure. Omtrent saaledes beskrives Formen af Forfatterne og svarende til denne Beskrivelse findes fra det danske Kridt et Par enkelte Individer fasthæftede til Ananchyter.

Det afbildede Exemplars Størrelse: Længde 5 mm; Bredde 6 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Stevns (2 Expl.).

7. Crania tubulosa n. sp.

Tab. I, Fig. 12.

I det danske Skrivekridt findes hyppigt en Crania-Arts Underskal fastvoxet til Ananchyter, Terebratler eller lignende. Den bør maaske henregnes til *Crania parisiensis*, men adskiller sig fra denne ved constante Kjendetegn, som synes at berettige til at opstille en ny Art. Arten ligner meget den af Goldfuss opstillede kun fra Juraformationen kendte Art *Crania porosa*. Underskallen har tværovalt eller afrundet firsidet Omkreds og er med hele sin Underflade fastvoxet til Underlaget. Bagre Muskelindtryk ere ovale, kun lidet fremtrædende; det forreste Muskelpar efterlader som oftest slet intet Spor. Skallen bestaar næsten udelukkende af den stærkt fortykkede Kalkring, der danner Dyrets Begrænsning. Inderfladen er ofte slet ikke forkalket, saa man indenfor Randen ser Underlaget ligge frit. Arten kjendes let derpaa, at den stærkt fortykkede Rand er som dannet af sammensmeltede sideløbende Kalkrør, der have en smal Indmunding i Skalhulheden (deraf den punkterede Overflade) og en bredere Udmunding paa Ydersiden af Randen. Kalkmassen bliver saaledes paa Gjennemsnit ikke cavernøs, men siformet gjennemhullet, hvis man rammer Kalkrørene paa tværs, og længdefuret, hvis Snittet rammer Rørene paa langs.

Det afbildede Exemplars Størrelse: Længde $7^1/_2$ mm; Bredde 9 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 1 Expl. (+ 9); Stevns (6 Expl.); Aalborg, 1 Expl.; Rørdal v. Aalborg, 8 Expl.; Dania, 1 Expl.

8. **Crania Mülleri** Bosquet.

Tab. I, Fig. 14.

Crania Mülleri, 1859. Bosquet: Monographie des Brach. foss. du ter. crét. sup. de Limbourg. Pl. I Fig. 2 a—d og Pl. II, Fig. 7—10.

Fra Maestrichtien omtaler Bosquet denne Art og beskriver den omtrent saaledes: Overskallen uregelmæssig, næsten cirkelformet, men noget afsmalnet bagtil, glat eller kun besat med svage Tilvæxtstriber. Underskallen adhærent med næsten hele sin Yderflade. Inderfladen kun svagt concav. Forreste Muskelindtryk sammensmeltede. Randen besat med talrige Tuberkler.

Svarende hertil findes et Exemplar fra Skrivekridtet. Omkredsen er let uregelmæssig, aflang med Occlusorindtrykkene liggende langt tilbage, tæt op til Divaricatorindtrykkene. Occlusorimpressionerne ere sammensmeltede uden mellemliggende septum. Divaricatorimpressionerne ere ret store, tværovale. Randen er smal, kornet, ikke fortykket. Inderfladen har let radiær Stribning.

Det afbildede Exemplars Størrelse: Længde 5 mm; Bredde 4 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen (1 Expl.).

9. **Crania Rosenbergi** n. sp.

Tab. I, fig. 15.

Fra «Dania» ved Mariagerfjord findes et Exemplar af en ikke hidtil beskreven Craniaart. Der er kun Underskallen tilstede. Denne er afrundet firkantet, har været fæstet med hele sin Underflade. Randen er stærkt fortykket, men ikke porøs, paa sin Overflade fint kornet. Randen krummer sig bagtil omkring de kun svagt synlige bagre Muskelindtryk og springer noget frem mellem dem. Inderfladen af Skallen er ganske glat. De bagre Muskelar ere kun meget svagt fremtrædende, ikke skarpt begrænsede. De forreste have ikke efterladt noget synligt Mærke. Der er intet septum. Hele Inderfladen danner saaledes en ganske jævn Flade.

Størrelse: Længde 8 mm; Bredde 8 mm.

10. **Crania comosa** Bosquet.

Tab. I, Fig. 10—11.

Crania comosa, 1859. Bosquet: Monographie des Brach. foss. du ter. crét. sup. de Limbourg. Pl. 1, fig. 17. Pl. III, Fig. 1.

— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 29; Tab. I, Fig. 12—13.

Arten udmærker sig ved sin dybe skaalformede Underskal, hvis tynde, opstaaende Rand er fint granuleret. Randen hæver sig højest fortil og paa Siderne. Skallen har været fæstet med den største Del af sin Underflade.

Inderfladen er næsten firkantet. Septum lavt og bredt, beliggende bagved Skallens Midte. Divaricatorindtrykkene ere de største men kun svagt fremtrædende, af skævt firkantet Form. Occlusorimpressionerne ere mindre, ligge paa Siden af det lave septum.

Overskallen er firkantet, lavt pyramideformet med Randen opad ombøjet. Indvendig ses de store nyreformede Occlusorindtryk, der springe stærkt frem.

Det afbildede Exemplars Størrelse: Længde $5^1/_2$ mm; Bredde 5 mm.

Forekomst: Danien: Ældre Bryozokalk: Kagstrup, 1 Expl. (Underskal); Marslev (Fyn), Fra Boreprøve i 246—55′ Dybde, 1 Overskal.

11. **Crania antiqua** Defrance.

Tab. I, fig. 16—17.

Crania antiqua, 1818. Defrance: Dict. scient. nat. Bd. II, pag. 312; Tab. 80, Fig. 1.
— — 1840. Goldfuss: Petrefacta Germaniae. Tab. 162, Fig. 6.
— — 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Neues Jahrb. Pag. 529.
— — 1847. d'Orbigny: Pal. franç., ter. crét. Bd. IV, p. 143; Tab. 527, Fig. 11—15.
— — 1859. Bosquet: Monographie des brach. fos. du terrain crét. sup. de Limbourg. Tab. II, Fig. 21—22.
— — 1879. Hanstein: Brach. von Ciply. Pag. 15.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 28; Tab. I, Fig. 7.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 22.

Arten er af Posselt anset for at være en Varietet af *Crania cranialaris* L., idet han fremhæver at den eneste Forskjel, der anføres paa de 2 Arter, er den større eller mindre Udvikling af Talonen, og denne er hos *Crania cranialaris* meget variabel i Størrelse.

Posselt kjendte kun eet Exemplar fra det danske Skrivekridt. Der findes nu ialt 6 Exemplarer, der alle have en veludviklet Talon og stemme ganske overens med Billeder hos d'Orbigny, Bosquet o. a.; kun eet Exemplar (der afbildes Tab. I, Fig. 16) er noget afvigende, idet Randen ikke er skarpt afsat fra Inderfladen, men gaar jævnt over i denne, saaledes at Granulationerne fra limbus brede sig et godt Stykke ind over Fladen.

Det største Exemplars Dimensioner: Længde 13 mm; Bredde 12 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Stevns Klint, 2 Expl. (Zool. Mus.: 1) (+ 2); Dania, 1 Expl.

Oversigt over Cranierne.

A. Fastsiddende med hele eller næsten hele Underskallens Bagside.
  I. Randen stærkt fortykket.
    a. Randen dannet af sideløbende Kalkrør, Overfladen derfor porøs ..... *Cr. tubulosa*
    b. Randen kornet, cavernøs ..... *Cr. parisiensis*
  II. Randen ikke særlig stærkt fortykket.
    a. Underskallen skaalformet ..... *Cr. comosa*
    b. Underskallen flad:
      1. Forreste Muskelindtryk tydelige, septum tilstede *Cr. Mülleri*
      2. Forreste Muskelindtryk ikke synlige, intet septum ..... *Cr. Rosenbergi*

B. Skallerne med kun lille Tilhæftningsflade.
I. Skallernes Yderside radialstribet.
a. Limbus lige, skyder sig ikke ind foran adjustator dorsalis, men skyder paa begge Skaller en Tunge ind mellem mm. divaricatores ..... *Cr. larva*
b. Tydeligt kornet eller glat Indskud af limbus foran adjustatores dorsalis, kun paa Overskallen Indskud mellem mus. divaricatores.
1. Ribberne adskilte ved brede Furer ..... *Cr. ignabergensis*
2. Ribberne afrundede, tætstaaende, adskilte ved skarpe Furer ..... *Cr. barbata*
II. Skallernes Yderside ikke radialstribet.
a. Formen rund eller oval ..... *Cr. tuberculata*
b. Formen afrundet 3-sidet, stor Talon..... *Cr. antiqua*

III. Rhynchonella Fischer de Waldheim 1809.

12. **Rhynchonella** cfr. **ala** Bronn.

Rhynchonella ala, 1885. Lundgren: Brach. Sveriges kritsystem.
— — 1894. Posselt: Pag. 40; Tab. I, Fig. 38.

Materialet er ikke forøget siden Posselts Tid. Der existerer endnu kun det samme Exemplar fra Grønsand ved Horsemyreodde.

13. **Rhynchonella mantelliana** Sowerby.

Rhynchonella mantelliana, 1825. Sowerby: Mineral Conchology. Bd. 6; Tab. 537, Fig. 5.
— — 1852. Davidson: Brit. Fossil. Brachiop. Bd. 1; Tab. 12, Fig. 20—23.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 24.; Tab. II, Fig. 19.

Ogsaa af denne Art foreligger kun eet Exemplar, som Posselt beskriver.

Forekomst: Grønsand: Arnager, 1 Expl.

14. **Rhynchonella cordiformis** Posselt.

Rhynchonella subplicata Mantell, 1876. Mörch: Forsteninger i Kridtformationen paa Bornholm p. 28. (Vid. Medd. Nat. Foren. 1876.)
Rhynchonella cordiformis, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 25; Tab. II, Fig. 10—12.

Arten ligner ganske i sin ydre Form *Rhynchonella limbata*, Schloth, men adskiller sig fra denne ved at være ganske glat paa sin Overflade, idet den mangler de fine (kun med Loup synlige) Radialstriber, der udmærker *Rhynchonella limbata*.

Varieteten *subselliformis* ligner ganske Skrivekridtets *Rhynchonella retracta*, Roemer i sin ydre Form, men adskiller sig ligeledes fra denne ved at være glat uden fine Radialstriber.

Hvorvidt det er rigtigt at føre disse Former sammen til een Art, da de frembyde tydelige constante Forskjelligheder, kan jeg ikke, med det lille Materiale, afgjøre.

Forekomst: Grønsand: Arnager, 4 Expl.; Forchhammers Klint, 3 Expl.; Bakkeaaen, 1 Expl.; Stampen, 9 Expl.; Baunodde, 7 Expl.

Varieteten *subselliformis*: Grønsand: Arnager, 7 Expl.; Baun Klint, 1 Expl.; Baunodde, 4 Expl.

I det danske Skrivekridt findes 3 skarpt adskilte Rhynchonelformer, som derfor her, ligesom — for de svenske Brachiopoders Vedkommende — hos Lundgren, opføres som 3 adskilte Arter. Posselt har kun kjendt de 2 af disse 3 Arter, og da han tilmed kun har kjendt Smaaformer af den ene (limbata) er det let forstaaeligt, at han har samlet alle Formerne til een Art.

15. **Rhynchonella plicatilis** Sowerby.

Tab. I, Fig. 18—20.

Terebratula plicatilis, 1818. Sowerby: Mineral Conchology. Vol. II, pag. 37; Tab. 118, fig. 1.
— — 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 534.
— *octoplicata*, 1846. Reuss: Die Verst. der Böhmische Kreideform. Vol. 2, pag. 48; Tab. 25, Fig. 14—15.
— — 1847. d'Orbigny: Pal. franç. ter. crét. Bd. 4; Pl. 1499, Fig. 9—12.
— *plicatilis* 1851. Braun: Lethæa geognost. Pag. 214; Tab. 30, Fig. 9.
— — var. *octoplicata* 1852. Davidson: Brit. fossil. Brach. Bd. II, pag. 75; Tab. 10, fig. 16.
— — 1870. Schlüter: Bericht ueber eine Reise im südlichen Schweden. Neues Jahrb. Pag. 953.
— — 1872—75. Geinitz: Elbthalgebirge. Palæontographica. Bd. 2, pag. 26; Tab. 7, Fig. 8.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsystem. Pag. 37; Tab. I, Fig. 29—31.

Formen er vexlende. Baade Bredde og Højde noget variable i Forhold til Længden, dog synes Arten gjennemgaaende at være fladere end *retracta*. Sinus bliver herved mindre dyb. Ribberne ere ikke særligt stærke, men ere kjendelige (uden Hjælpemidler) lige fra umbo til Forranden, de tiltage i Tykkelse med denne, og forøges i Reglen ikke i Antal under Skallens Vext.

De fleste danske Exemplarer ere tyndskallede og stærkt deformerede.

Det afbildede Exemplars Størrelse: Længde 11 mm; Bredde 11 mm; Tykkelse 8 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 1 Expl.; Stevns, 1 Expl. (+ 17); Dania, 1 Expl.

16. **Rhynchonella retracta** Roemer.

Terebratula retracta, 1841. Roemer: Verst. der norddeutschen Kreidegebirg. Pag. 38; Tab. 7, Fig. 2.
— *octoplicata*, 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 534.
Rhynchonella — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsystem. Pag. 36; Tab. I, Fig. 33.
— *plicatilis* var. *octoplicata*, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. S. 28; Tab. III, Fig. 17—18.

Formen er vexlende. Dorsalskallen som oftest stærkt buget; sinus er derfor dyb. Ribberne ere — undertiden for det blotte Øje, undertiden først ved Loup — synlige lige fra umbo. Et Stykke indenfor Forranden ved en stærkere Tilvæxtlinje antidichotomere Ribberne pludseligt og blive stærkt fremtrædende lige til Forranden. Denne Art er den hyppigste i det danske Skrivekridt.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 24 Expl. (+ 6); Stevns, 4 Expl. (+ 17); Aalborg, 17 Expl.; Dania, 24 Expl.

17. **Rhynchonella limbata** Schlatheim.

Tab. I, Fig. 24—26.

Terebratulites limbatus, 1843. Schlatheim: Leonhardts Taschenbuch. Pag. 113.
Terebratula subplicata, 1822. Mantell: Fossils of the South Downs.
— *lævigata*, 1827. Nilsson: Petrificata suècana S. 36.
— *subplicata*, 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 534.
Rhynchonella — 1847. d'Orbigny: Palaeont. franç. Ter. crét. Bd. IV. Tab. 499, Fig. 13—17.
— — 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 84.
— *limbata*, 1852. Davidson: Brit. foss. Brach. Bd. 2. Tab. 12, Fig. 1—5.
— — 1872. v. Hanstein: Brach. v. Ciply. Pag. 37.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsystem. Pag. 38; Tab. I. Fig. 32.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 27; Tab. 2, Fig. 16.

Formen er noget fladere end hos de 2 foregaaende Arter. Sinus kun lidet dyb, men bred. Ribberne kun synlige ved Loup. Fortil ses en bølgeformet Foldning af Randen, ganske uafhængigt af de tidligere omtalte Ribber.

At denne Form ikke — som Posselt antager — er Ungdomsstadiet til den foregaaende, ses deraf, at der findes meget store udvoxne Exemplarer med dette Udseende.

Det største Exemplars Dimensioner: Længde 27 mm; Bredde 30 mm; Tykkelse 14 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 22 Expl. (+ 11); Stevns, 2 Expl. (+ 7); Aalborg, 1 Expl.; Svinklöven, 1 Expl.

18. **Rhynchonella incurva** Schlotheim.

Tab. I, Fig. 21—23 og 27.

Terebratulites incurva, 1813. Schlatheim: Leonhardts Taschenbuch.
Terebratula — 1835. v. Buch: Ueber Terebrateln. Pag. 107; Tab. 2, Fig. 40.
Rhynchonella — 1851. d'Orbigny: Ueber die fossil. Reste der Terrain danien.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 30; Tab. III, Fig. 2—4.
— *faxensis*, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 30; Tab. II, Fig. 4—9.

Rhynchonella incurva er vel efter Beskrivelsen en ganske godt karakteriseret Art, men visse Steder i Danien'et optræder den saaledes, at det bliver umuligt at adskille den fra *Rhynchonella faxensis*. Begge Former gaa over i hinanden og bør derfor forenes under eet Navn. Efter Beskrivelserne og Afbildninger bestaar den eneste brugelige Adskillelse mellem de 2 Arter deri, at *Rhynchonella faxensis* har Folder i sinus og langs Randen medens *Rhynchonella incurva* er glat.

I Limstenen paa Stevns Klint og ved Kagstrup findes Formerne blandede sammen, ganske lignende hverandre i Størrelse og Form og med Ribberne snart mere, snart mindre fremtrædende. Fra Saltholmskalken kjendes Arten kun som glat, men kun i smaa og faa Exemplarer. Først i Herfølge Kalkbrud findes den store typiske glatte Form. Her afbildes et ribbet Exemplar fra Bryozokalken paa Stevns Klint, sammen med et af de mest typiske fra Herfølge.

Museerne besidde fra ældre Tid en Del typiske *Rhynchonella incurva* med Etiketten: «Limsten, Stevns Klint», men paahængende Kalkpartikler viser i de allerfleste Tilfælde, at de stamme fra Herfølge. Da det samme er Tilfældet med adskillige Exemplarer af *terebratula lens*, at en Del Herfølgeexemplarer ere etiketterede: «Limsten, Stevns Klint», har jeg søgt at finde en Aarsag til dette Forhold. Rimeligvis hænger det saaledes sammen, at man har sammenblandet Forsteningerne fra disse 2 Steder, da det jo tidligere (Bredsdorf, Forchhammer) ansaas for bevist, at Stevnsprofilet viste sig igjen i Herfølge Kalkbrud. Til Bestyrkelse for denne Antagelse tjener, at man i en Afhandling af Forchhammer (Danmarks geognostiske Forhold. Universitetsprogram 1835) finder følgende: «Universitetssamlingen har fra Limstenen i Stevns og Herfølge»: (altsaa uden at der gjøres mindste Forskjel paa disse 2 Steder). Herefter følger Faunalisten, som viser sig at være blandet, men hovedsagentlig at stamme fra Herfølge.

Man nødes derfor til at sammenfatte disse Former under eet Navn, men kan godt beholde Posselt's Art som en Varietet, idet den i typisk Form er karakteristisk for den ældre Bryozokalk, medens den typiske *Rh. incurva* kun findes i det alleryngste Danien.

Forekomst: Danien: Ældre Bryozokalk: Kagstrup (+ 5); Faxe, 2 Expl. Yngre Bryozokalk: Herfølge, 20 Expl. (+ 19); Helligkilde Mark, 3 Expl. Craniakalk: Herfølge, 2 Expl. (+ 5).

Varietas faxensis: Ældre Bryozokalk: Stevns (9 Expl.); Kagstrup (28 Expl.); Voxlev, 2 Expl.; Aggersborggaard, 2 Expl.; Brøndum, 1 Expl.; Bulbjerg, 4 Expl.; Faxe, 15 Expl.

19. **Rhynchonella flustracea** Schlatheim.

Terebratula flustracea, 1835. v. Buch: Ueber Terebrateln (Abh. der Berliner Akademi 1833).
— *danica*, 1849—52. d'Orbigny: Prodrome de Paleontol. stratigraph. Pag. 294.
— *flustracea*, 1866. Fischer-Benzon: Ueber das relative Alter des Faxekalkes. Pag. 17.
Rhynchonella flustracea, 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsystem. Pag. 39; Tab. I, Fig. 35—37.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 31; Tab. II, Fig. 1—3.

Arten er let kjendelig ved sin næsten kuglerunde Form, sine talrige fine Ribber og sin skævtstillede sinus. Den synes at være bunden til den specielle Stenart Koralkalken og den Koralkalken nærmest liggende Bryozokalk, idet den i Danmark kun forekommer i Faxe og ellers kun kjendes fra Annetorp i Skaane.

Mærkværdigvis synes Annetorpindividerne at besidde færre Ribber end Faxeindividerne, idet jeg paa 3 svenske Exemplarer kun har talt c. 20 Ribber, medens de danske have mellem 30—40.

Forekomst: Danien: Faxe, 267 Exemplarer.

Oversigt over Rhynchonellerne.

Fra Grønsandet paa Bornholm.

A. Overfladen glat ..... *Rh. cordiformis*
B. Ribberne synlige over hele Overfladen:
I. Talrige (c. 30) flade Ribber, adskilte ved smalle Furer *Rh. ala*
II. Faa (c. 12) afrundede Ribber ..... *Rh. mantelliana*

Fra Skrivekridt og Danien.

A. Overfladen glat, dog undertiden faatallige Folder ved Randen *Rh. incurva*

B. Hele Overfladen ribbet:

I. Formen nærmest kuglerund, sinus skævtliggende..... *Rh. flustracea*

II. Formen nærmest femkantet:

a. Talrige, tydelige, i Reglen udelte Ribber..... *Rh. plicatilis*

b. Ribberne tydeligt ved Forranden, i hvis Nærhed de antidichotomere..... *Rh. retracta*

c. Ribberne kun synlige ved Loup. Ved Forranden enkelte Folder..... *Rh. limbata*

IV. Terebratulina d'Orbigny 1847.

20. **Terebratulina striata** Wahlenberg.

Tab. I, Fig. 28—32.

Terebratulites chrysalis, 1813. Schlotheim: Miner. Taschenbuch. Pag. 113.
Anomites striatus, 1821. Wahlenberg: Acta Nov. Reg. Scient. Soc. Ups. Bd. VIII. Pag. 21.
Terebratula chrysalis og *striatula*, 1842. Hagenow: Rüg. Kreideverst. Pag. 538.
T. striatula, 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 85.
T. striata (pro parte), 1852. Davidson: Brit. Foss. Brach. Bd. 2. Pag. 35; Tab. 2, Fig. 18—21, 25—28.
T. striatula, 1866. Fischer-Benzon: Alter des Faxekalkes. Pag. 17.
T. chrysalis, 1866. Schloenbach: Krit. Studien Kreidebrachiop. (Palaeontographica. Bd. 13). Pag. 277; Tab. 38, Fig. 3—4.
T. chrysalis, 1872—75. Geinitz: Elbthalgebirge (Palaeontographica. Bd. 20). I. Tab. 36, Fig. 41. II. Tab. 7, Fig. 16—17.
T. chrysallis, 1879. v. Hanstein: Brach. von Ciply. Pag. 26.
T. striata, 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsystem. Pag. 46; Tab. 2, Fig. 16—17.
T. — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 32.

Arten er en af de almindeligste Brachiopoder i det danske Kridt og findes saavel i ældre og yngre Senon som i Danien. I alle Lagene findes Formen *striatula*, Mantell og den lille *chrysallis*, Schlotheim, der nærmest maa opfattes som Ungdomsstadiet til *striatula*, idet man undertiden ser en *striatula*, hvis ældste Skalparti (ved Bagenden) tydeligt ses at have været en *chrysallis*, idet Ribberne ere grovere og stærkere kornede. Ved en Tilvæxtlinje bliver Ribberne pludseligt talrigere og ganske fintkornede.

I Danien findes kun disse 2 Former, hvorfor man nødsages til at betragte den anden i Skrivekridtet forekommende Smaaform, *locellus* (*Faujasi*) som en særlig Art.

Formen er afrundet tresidet, rostrum er kun lille, ret stærkt bøjet, saa foramen kommer til at ligge i Skallens Plan. Deltidiet lille, discret. Undertiden findes paa begge Skaller en svagere Fure, hvortil svarer en mindre Indbugtning i Forrandens Midte, men i de fleste Tilfælde er Randen hel.

Overfladen er dækket med meget talrige Ribber, der ikke tiltage i Tykkelse udimod Randen, men hvis Antal voxer ved Indskud af nye Ribber.

Brachialapparatet bestaar af saggitalt stillede Kalkplader, der udgaa fra Partiet indenfor Laasapparatet. Disse Kalkplader ere forenede ved en øvre og nedre Kalkplade saa de danne et cylinderformet Brachialapparat. Hos en «forma striatula» fra Møens Klint er Cylinderen kun ganske lidt fladtrykt, medens Apparatet hos Exemplarer fra Herfølge er meget stærkt fladtrykt, saa Gjennemsnittet nærmer sig et liggende 8.

I en «chrysallis» fra Thorslunde Bryozokalk er Gjennemsnittet atter mere cirkelformet, saa der synes at være nogen Variation i dette Forhold.

Størrelse af det største Exemplar: Længde 23 mm; Bredde 20 mm; Tykkelse 10 mm.

Forekomst: *Forma striatula*, Mantell: Grønsand v. Horsemyreodde, 1 Expl. Skrivekridt: Møen, 25 Expl. (+ 4); Stevns, 5 Expl. (+ 7); Mariagerfjord, 2 Expl.; Dania, 1 Expl.; Aalborg, 15 Expl.; Strøjbergs Kridtgrav, 1 Expl.; Klitgaard, 1 Expl.; Bromølle, 1 Expl.; Hou, 1 Expl.; Cerithiumkalk (1 Expl.). Faxekalk: Faxe, 13 Expl. Ældre Bryozokalk: Stevns, 3 Expl. (+ 4); Bolbjerg, 3 Expl.; Hovsør Havn, 1 Expl.; Kjølby v. Nibe, 1 Expl.; V. Bjergetgaard, 1 Expl.; Rær, Hanstholmen, 1 Expl.; Klim, 2 Expl.; Løgstør, 2 Expl.; Skillingbro, 1 Expl.; Aggersborggaard, 6 Expl. Blegekridt: Kaase i Thy, 1 Expl.; Østerodde, Thisted, 4 Expl.; Hjerm, 1 Expl.; Bredstrup Klint, 10 Expl. Saltholmskalk: Saltholmen, 8 Expl.; Fredriksholm (2 Expl.). Yngre Bryozokalk: Herfølge, 11 Expl. (+ 17); Thorslunde (5). Craniakalken: Herfølge, 1 Expl. (+ 4); Aashøj, 7 Expl.

Forma chrysallis, v. Schlotheim: Skrivekridt: Møen, 16 Expl (+ 1); Stevns, 1 Expl. (+ 12); Aalborg, 1 Expl.; Strøjbergs Kridtgrav, 1 Expl.; Svinklöven, 2 Expl. Ældre Bryozokalk: Stevns, 2 Expl. (+ 7); Kagstrup (8 Expl.); Skader, 1 Expl.; (Ravnstrup v. Næstved, 2 Expl.). Yngre Bryozokalk: Herfølge, 1 (+ 34); Thorslunde (3). Craniakalken: Herfølge (1 Expl.).

21. **Terebratulina locellus** Roemer.

Tab. I, Fig. 34.

T. Faujasi, 1840. Roemer: Die Verst. Nordd. Kreidegeb. Tab. 7, Fig. 8.
T. locellus, 1842. v. Hagenow: Rügen. Kreideverst. Pag. 537.
T. Faujasi, 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 85.

Arten maa opretholdes og kan ikke betragtes som Ungdomsstadium af *T. striata*, da den kun findes i Skrivekridtet, men ikke i det nyere Kridt, hvor forma striatula er meget hyppig.

Den kjendes paa sin langstrakte Form fra *T. Gisii*, med hvilken Art den har fælles sine øreformede Udbredninger langs Laasranden og sine grovkornede Ribber, der sjældent dele sig, men tiltage i Tykkelse mod Randen.

Størrelse: Længde 3½ mm; Bredde 2 mm; Tykkelse 1 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 7 Expl.; Stevns (24 Expl.).

22. Terebratulina gracilis Schlatheim.

Terebratulites gracilis, 1813. Schlotheim: Leonhardt. Min. Taschenbuch. Bd. 7. Pag. 112, Tab. III, Fig. 3.
Terebratula rigida, 1829. Sowerby: Mineral. Conchology. Bd. 6. Tab. 536, Fig. 2.
— *gracilis*, 1842. v. Hagenow: Rügen. Kreideverst. Pag. 539.
Terebratulina gracilis, 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 84.
— — 1852. Davidson: Brit. Fos. Brach. Bd. 2. Pag. 38; Tab. 2, Fig. 13—15.
— — 1866. Schloenbach: Krit. Stud. Kreidebrach. (Palaeontographica. Bd. 13). Pag. 287; Tab. 38, Fig. 18—20.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 48; Tab. 2, Fig. 18—19.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 33—34; Tab. III, Fig. 5—7.

Arten er en typisk Skrivekridtform, findes ikke i det nyere Kridt. De af Posselt omtalte Individer fra Herfølge og Lellinge maa sikkert være andre Former, rimeligvis fladtrykte Exemplarer af *T. striata*, i hvert Tilfælde findes der paa mineralogisk Museum intet fra disse Localiteter, der kan berettige til at opstille Arten fra det nyere Kridt. Zoologisk Museum har en Terebratulina fra Lellinge, men den er ganske ubestemmelig, da det meste af den er skjult i Stenen.

Formen er meget almindelig i Skrivekridtet, findes ogsaa, i Modsætning til mange andre af vore Kridtbrachiopoder, i de allerøverste Skrivekridtlag i Stevns Klint. Arten er let kjendelig paa sin flade Dorsalskal og de sig stærkt formerende fine Ribber. Brachialapparatets Sløjfe er i Gjennemsnit cirkelformet.

Størrelse af det største Exemplar: Længde 11 mm; Bredde 10 mm; Tykkelse 4 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 171 Expl. (+ 10); Stevns, 20 Expl. (+ 99); Aalborg, 17 Expl.; Rørdal, 1 Expl.; Dania, 14 Expl.; Ranum, 1 Expl.; Bromølle, 1 Expl.

23. Terebratulina Gisii v. Hag.

Tab. I, Fig. 33.

Terebratula Gisii, 1842. v. Hagenow: Rügen. Kreideverst. Pag. 537.
— — 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 84.
Terebratulina Gisii, 1866. Schloenbach: Krit. Stud. Kreidebrach. Pag. 282; Tab. 38, Fig. 8—9.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 34; Tab. III, Fig. 8—9.

Arten kjendes let paa sin afrundede ovale Form og sine Ribber, der er udelte lige til Randen og voxe i Tykkelse ud imod denne.

Størrelse af det største Exemplar: Længde 5 mm; Bredde 4 mm; Tykkelse 2 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 39 Expl. (+ 2); Stevns (27 Expl.); Aalborg, 1 Expl.

24. Terebratulina semiglobularis Posselt.

Tab. I, Fig. 35.

T. semiglobularis, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 35; Tab. III, Fig. 10—13.

Arten er meget almindelig i Skrivekridtet paa Stevns, hvorfra jeg har c. 40 Exemplarer. Jeg har forsøgt i c. 10 Exemplarer at udpræparere Brachialapparatet,

men ikke fundet et eneste fuldstændigt. Det bedste (der afbildes) viser begge Armene og Begyndelsen til Forbindelsesstykkerne. Der kan altsaa ikke være Tvivl om Rigtigheden af Posselts Slægtsdiagnose.

Størrelse af det største Exemplar: Længde 4 mm; Bredde 3 mm; Tykkelse $3^1/_2$ mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 2 Expl.; Stevns (40 Expl.); Strøjbergs Kridtgrav, 1 Expl.; Aalborg, 20 Expl.; Svinklöven, 1 Expl.

Oversigt over Terebratulinerne.

A. Ribberne tiltagende i Antal mod Forranden:
   1. Begge Skaller omtrent lige stærkt hvælvede ..... *T. striata*
   2. Dorsalskallen plan, Ventralskallen hvælvet ..... *T. gracilis*

B. Ribberne udelte lige til Randen:
   1. Begge Skaller hvælvede:
      a. Smal, langstrakt Form ..... *T. locellus*
      b. Bred, oval Form ..... *T. Gisii*
   2. Ventralskallen halvkugleformet hvælvet, Dorsalskallen flad ..... *T. semiglobularis*

V. Terebratula Klein 1753.

25. **Terebratula capillata** d'Archiac.

Terebratula capillata, 1846. d'Archiac: Bull. soc. geol. de France. Bd. 3, sér. 2. Pag. 336 og Mem. soc. geol. de France. Bd. 2, sér. 2. Pag. 323; Tab. 20, Fig. 1—3.
— — 1852. Davidson: Brit. fossil Brach. Bd. II. Pag. 46; Tab. 5, Fig. 12 a—d.
— — 1876. Mørch: Grønsand paa Bornholm. Vid. Medd. Nat. For. Pag. 28.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 35.

Materialet er ikke forøget siden 1894.

De 2 eneste foreliggende Exemplarer ere fra Grønsand v. Arnager.

26. **Terebratula rhomboidalis** Nilsson.

Terebratula rhomboidalis, 1827. Nilsson: Petrif. Suec. form. cretac. Pag. 34; Tab. 4, Fig. 5.
— — 1885. Lundgren: Brachiop. i Sveriges Kritsyst. Pag. 58; Tab. 3, Fig. 4.
— — ? 1876. Mørch: Grønsand paa Bornholm. Vid. Med. Nat. For. Pag. 28.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 36.

Materialet er uforandret fra 1894.

27. **Terebratula biplicata** Sow.

Terebratula biplicata, 1825. Sowerby: Min. Conchology. Bd. 5. Tab. 437, Fig. 2—3.
— — 1852. Davidson: Brit. fos. Brach. Bd. 2. Pag. 55; Fig. 1—49; Bd. 4. Fig. 33. Tab. 5, Fig. 1—2.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 37.

Materialet er det samme som tidligere, men der er ikke Tvivl om, at de af Posselt omtalte mindre stærkt biplicerede Exemplarer høre herhen, da ogsaa nogle af Davidsons Figurer næsten ganske mangle Foldning.

Forekomst: Grønsand paa Bornholm: Stampen, 1 Expl.; Horsemyreodde, 1 Expl.; Arnager, 1 Expl.; Forchhammers Klint, 4 Expl.

28. **Terebratula Fittoni** v. Hag.

Tab. II, Fig. 96—97.

Terebratula Fittoni, 1842. v. Hagenow: Rügen. Kreideverst. Pag. 542; Fig. 6.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 37.

Der foreligger nu en Del flere Exemplarer, men alle ere fortrykte og itubrudte, saa nogen nærmere Beskrivelse af Suturens Forløb og sinus ikke kan gives efter dette Materiale.

Størrelsen af det afbildede Exemplar: Længde 9 mm; Bredde 7 mm; Tykkelse 5 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen (3 Expl.); Stevns, 5 Expl. (+ 8); Bjærge v. Hanstholmen, 1 Expl.

29. **Terebratula obesa** Sowerby.

Terebratula obesa, 1825. Sowerby: Min. Conchology. Bd. 5. Tab. 438, Fig. 1.
— *Sowerbyi*, 1842. v. Hagenow: Rügen. Kreideverst. N. J. Pag. 541.
— *obesa*, 1847. d'Orbigny: Pal. franç. Bd. 4. Tab. 513, Fig. 1—4.
— — 1852. Davidson: Brit. foss. Brach. Bd. 2. Pag. 53; Tab. 5, Fig. 13—16.
— *obesa*, 1879. v. Hanstein: Brach. von Ciply. Pag. 24.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 52.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 38.

Er oftest stærkt knust og deformeret i det danske Kridt, men er jo let kjendelig paa sit store foramen og sin Radialstribning.

Forekomst: Skrivekridt: Dania, 8 Expl.; Aalborg, 1 Expl.; Møen, 6 Expl. (+ 2); Stevns, 2 Expl. (+ 1).

30. **Terebratula carnea** Sowerby.

Tab. II, Fig. 68—77.

Terebratula carnea, 1812. Sowerby: Min. Conchology. Bd. I. Pag. 47; Tab. 15, Fig. 5—6.
— *ovata*, 1827. Nilsson: Petrif. suec. Pag. 34; Tab. 4, Fig. 3.
— *carnea*, 1842. v. Hagenow: Rügen. Kreideverst. Pag. 539.
— — 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 83.
— — 1852. Davidson: Brit. foss. Brach. Bd. 2. Pag. 67; Tab. 8, Fig. 1—4.
— — 1879. v. Hanstein: Brach. von Ciply. Pag. 19—20.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 54; Tab. 2, Fig. 2—3.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 38.
— *sp.* 1894. — — — — — Pag. 36.

T. carnea er en typisk Skrivekridtform, findes overalt i det danske Skrivekridt, samt i Cerithiumkalken i Stevns Klint.

Posselt anfører den fra Skrivekridtet i Skillingbro Kalkværk, men dette maa bero paa en Fejltagelse, idet Skrivekridtet ikke kommer tilsyne her, men kun Limsten og Blegekridt. Fra dette sidste ejer Museet et Par enkelte *T. lens*, Nilsson.

Iøvrigt forekommer den, — som Posselt skriver — baade i den flade og den stærkt bugede Varietet. Foramen er hos de danske Exemplarer altid meget lille, mindre end det sædvanligt beskrives og afbildes, og rostrum stærkere krummet.

Hængselet dannes — dels af Ventralskallens Ledtap, der er fæstet lige foran det stærke deltidium tæt ved Skalranden og dannes af en solid Kalkknude, der omtrent er af Kegleform med Spidsen vendende indad og bagtil, — dels af Dorsalskallens Ledgrube, der er begrænset indadtil af en stærk, bøjet Kalkplade. Ledfladen har som Ledtappen Kegleform og de 2 sammenhørende Ledfladers Axer, der ligge i Skalrandens Plan, danne med hinanden en Vinkel paa c. 90°.

Bevægeligheden i dette System er ganske overordentlig ringe; der tillades kun Dannelse af en ganske smal Spalte mellem de 2 Skallers Forrande.

Imellem de 2 Kalkplader, der paa Dorsalskallen danne disse Ledflader, findes en Muskeltilhæftnings-Kalkknude, der paa sin Bagside i Reglen bærer en Dobbeltfure. Denne Knude er ikke særlig stærkt udviklet, kan tilsyneladende — i enkelte Tilfælde — mangle. Man finder da Dobbeltfuren beliggende paa Skalranden.

Tværsnittet af Skallen viser en oval Figur. Ventralskallen er aldrig kjølet.

Brachialapparatet er i Reglen opløst, saa der kun findes en ganske lille Rest som en, fortil pegende, lille, sammentrykt Kalkplade. Paa velbevarede Exemplarer ses tydelig Radialstribning.

Størrelsen af det afbildede Exemplar: Længde 32 mm; Bredde 26 mm; Tykkelse 24 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 20 Expl. (+ 17); Stevns, 5 Expl. (+ 59); Dania, 44 Expl.; Cimbria, 1 Expl.; Aalborg, 17 Expl.; Frøslev Vang, 4 Expl.; Flødal, 1 Expl.; Assens, 1 Expl.; Thisted, 1 Expl.: Cerithiumkalk: Stevns Klint, 3 Expl. (+ 2).

Posselt nævner fra Grønsandet ved Arnager en terebratula sp. (Nr. 24), hvoraf kun forefindes eet Expl.; ved nærmere Præparation viser foramen sig at være lille. Der kan næppe være Tvivl om at det er en *T. carnea* Sow. i en flad Varietet.

31. Terebratula lens Nilsson.

Tab. II, Fig. 78–88.

Terebratula lens, 1827. Nilsson: Petrificata suecana. Pag. 35; Tab. 4, Fig. 6.
— *incisa*, 1835. v. Buch: Ueber Terebrateln. Abh. Berliner Akad. Pag. 115.
— *carnea* p. p., 1865. Lundgren: Saltholmskalkens geol. Förh. Pag. 23.
— *carnea* og *semiglobosa*, 1866. Fischer-Benzon: Alter des Faxekalkes. Pag. 18.
— *lens*, 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 55; Tab. 2, Fig. 29.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 39.
— — 1896. Grönwall: Kritblock från sydöstra Skåne. Geol. Fören. i Stockh. Förh. Bd. 18. Pag. 180.

T. lens er en Forstening fra den øverste Del af Danien og har ikke den store Udbredelse, som Posselt tillægger den. Den findes saaledes ikke i Limstenen hverken i Stevns Klint eller Kagstrup. Hvad der forefindes af Terebratler her, er altsammen den følgende Art.

Jeg har indsamlet henved 200 Terebratler i Limstenen paa Stevns, men ingen af dem er *T. lens*.

Hvad der i Museet henligger med Etiketten *T. lens* fra Stevns Limsten, tilhører absolut ikke denne Localitet, men erkjendes let som stammende fra Herfølge, paa Grund af de vedhængende Kalkdele.

Posselt angiver den ligeledes fra Hou, Daugbjerg og Bolbjerg, men der findes i Museet ikke eet Exemplar fra disse Localiteter; i det hele taget findes fra den jyske Limsten ikke en eneste *T. lens*.

Endelig anføres den med ? fra Faxelaget i Stevns Klint, men den Overskal, der her er Tale om, stammer fra en *T. fallax* eller *T. obesa*, hvilket en Præparation af Laaspartiet tydeligt beviser.

I Faxe findes Arten, men kun meget sparsomt, idet Museet, blandt de mange hundrede Terebratler, der er indsamlede herfra kun besidder 7 Exemplarer af *T. lens*; ét enkelt af disse afbildes, idet det besidder et velbevaret Brachialapparat, hvilket hører til de store Sjeldenheder, idet Brachialapparatet ellers altid er opløst.

Hvor den ellers findes, er den i Reglen meget almindelig og findes altid baade i den trinde og flade Form med Overgange imellem.

Hængselet er dannet af de samme Bestanddele som hos *T. carnea*, men Forholdet mellem de enkelte Dele er et andet. Hos *T. carnea* fandtes paa Dorsalskallen en lille Muskeltilhæftningsknude og mægtige Ledbegrænsningskalkplader.

Hos *T. lens* er Forholdet det modsatte, idet den mediale Kalkknude er det overvejende, dannes af et stort pæreformet Parti, paa hvis Bagflade den omtalte Dobbeltfure findes. (Furerne ere undertiden ved tynde Kalkplader omdannet til et Dobbeltrør).

Ledbegrænsningspladerne ere tyndere og meget mindre fremtrædende end hos carnea.

Denne stærke Udvikling af Midterpartiet giver Anledning til den anden Forskjel mellem *T. lens* og *T. carnea*, idet *T. lens*'s Kjøl dannes ved, at Dorsalskallens pæreformede Midterparti trykker sig op i Ventralskallen og tvinger denne til at antage sin kjølede Form.

Af Brachialapparatet forefindes som hos carnea i Regelen kun en ganske kort sammentrykt Arm.

Størrelsen af det største Exemplar: Længde 45 mm; Bredde 40 mm; Tykkelse 27 mm.

Forekomst: Saltholmskalk: Saltholmen, 180 Expl. (+ 20); Fredriksholm, (66 Expl.); Bredstrup Klint, 10 Expl. (+ 2): Blegekridt: Skillingbro, 26 Expl.; Hørning v. Randers, 2 Expl.; Hjerm, 2 Expl.: Yngre Bryozokalk: Thors-

lunde, 3 Expl.; Herfølge, 31 Expl. (+ 29): Craniakalk: Herfølge, 33 Expl. (+ 47); Kbhvns. Havn, 1 Expl.

32. Terebratula fallax Lundgren.

Tab. II, Fig. 89—95.

Terebratula semiglobosa, 1827. Nilsson: Petrif. suecana. Pag. 33.
— *biplicata*, 1865. Lundgren: Saltholmskalkens geol. Förh. Pag. 25.
— — 1866. Fischer-Benzon: Alter des Faxekalkes. Pag. 18.
— *Dutempleana*, 1867. Lundgren: Pal. Iagtt. öfver Faxekalken. Pag. 22.
— *obesa*, 1870. Schlüter: Neues Jahrbuch. Pag. 959.
— *fallax*, 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 53; Tab. 3, Fig. 1—3.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 41.
— *faxensis*, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 43.
— *fallax*, 1896. Grönwall: Kritblock från sydöstra Skaane. Geol. Fören. i Stockh. Förh. Bd. 18. Pag. 181.

T. fallax er en af de faa Brachiopoder, som findes i alle det nyere Kridts Lagserier og Stenarter, ligefra Limstenen paa Stevns til Craniakalken. Dog er der nogen Variation, idet Posselts Form *T. faxensis* er fremherskende i Limstenen, baade i den sjællandske og den jyske, medens den typiske (Lundgrens) Form findes i Saltholmskalken, Bryozokalken ved Thorslunde og Herfølge samt i Craniakalken.

Formen er, som Lundgren og Posselt beskriver det, meget variabel, navnlig hvad sinus's Dybde og Størrelse angaar. Biplicatur kan endogsaa helt mangle, saa Forranden bliver ganske lige.

Foramen er altid forholdsvis stort, er som Regel cirkelrundt, men kan ogsaa have sin Forrand udtrukket til en tudformet Læbe.

Rostrum er ret stærkt bøjet, saaledes at Foramens Forrand kommer til at ligge opad Dorsalskallen, skjulende Deltidiet.

Laasdelene ere betydeligt svagere udviklede end hos *T. lens* og *T. carnea*. Ventralskallens Ledtappe ere smaa og svage; svarende hertil er Dorsalskallens Ledgrube lille og dens Begrænsningsplade kun svag. Muskeltilhæftningsknuden mellem Ledgruberne er lille, trekantet og kun ganske svagt fremspringende. Det er saaledes meget let at skjelne *T. fallax* fra *T. lens*, selvom man kun har Brudstykker, naar blot Laasdele forefindes.

Grunden til, at det er nødvendigt at opgive Posselts *Tereb. faxensis* som Art, er, at de Kjendetegn, Posselt anfører som karakteristiske for Arten, vise sig at være ganske illusoriske.

For det første angiver Posselt, at *T. faxensis* har en lige Forrand uden Biplicatur, men denne er, som allerede nævnt, meget variabel og blandt typiske *T. fallax* træffer man jævnlig Former uden Foldning. For det andet angives den læbeformet forlængede Forrand af Foramen som karakteristisk for *T. faxensis*, men denne Form viser sig at være ligesaa almindelig hos Exemplarer med sinus.

Det er endog vanskeligt at opretholde *T. faxensis* som Varietet, da den ikke betegner nogen særlig Gruppe indenfor Arten, men kun et tilfældigt Sammentræf af de 2 Karakterer, men, da der er nogen Forskjel paa Exemplarerne fra den ældre

Bryozokalk (Limstenen) og fra det øvrige Danien, idet Limstensexemplarerne i overvejende Grad har den omtalte læbeformede Foramen, har jeg ment det rigtigt at beholde Betegnelsen *T. fallax* var. *faxensis*, Posselt for Exemplarerne fra ældre Bryozokalk.

Størrelse af det største Exemplar: Længde 55 mm; Bredde 40 mm; Tykkelse 27 mm.

Forekomst: Ældre Bryozokalk (var. *faxensis*): Stevns, 2 Expl. (+ 175); Kagstrup (61 Expl.); Bolbjerg, 15 Expl.; Aggersborg, 1 Expl.; Valsted v. Nibe, 2 Expl.; Skillingbro, 12 Expl.; Brøndum v. Løgstør, 1 Expl.; Tinbæk Vandmølle, 2 Expl.; Kjølby v. Nibe, 4 Expl.; V. Bjergetgaard, 1 Expl.; Hou, 2 Expl.; Aggersund, 3 Expl.; Lynnerup, 1 Expl.; Klimøens Østside, 3 Expl.; Valbjerg Sande, 1 Expl.: Faxekalk: Faxe, 209 Expl.: Saltholmskalk: Saltholmen, 18 Expl.; Fredriksholm, 1 Expl. (+ 18): Yngre Bryozokalk: Thorslunde, (13 Expl.): Blegekridt: Hørning v. Randers, 1 Expl.: Craniakalk: Herfølge, (4 Expl.).

33. **Terebratula Mobergi** Lundgren.

Terebratula subgigantea (Schlotheim), 1837. Bech: Notizen zur Geologie Dänemarks. (Leonhardt & Bronns Jahrbücher). Pag. 349.
T. Mobergi, 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 59; Tab. 3, Fig. 8.
T. — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 43.

T. Mobergi er funden i Faxekalk fra Faxe. De forefindes paa Museet 107 Expl. Posselt anfører 1 Expl. fra Limstenen i Stevns Klint, men det har ikke været mig muligt at finde det i Museerne.

34. **Terebratula Ciplyensis** v. Hanstein.

Tab. II, Fig. 98—101.

Terebratula Ciplyensis, 1879. v. Hanstein: Brachiop. von Ciply. Pag. 21—22.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 57; Tab. 3, Fig. 6.

Arten er først beskrevet, men ikke afbildet af v. Hanstein som funden ved Ciply i Lag med *Belemnitella mucronata* (altsaa svarende til vort Skrivekridt); den er senere gjenfunden af Lundgren, baade i Lag med *Actinocamax subventricosus* (Oretorp, Karlshamn) og i Lag med *Belemnitella mucronata* (Hanaskog, Mörby). Hos os findes den i endnu yngre Lag, nemlig (meget talrig) i de allerøverste Lag i Kalkbruddet ved Herfølge (sammen med *Crania tuberculata*); sjældnere, men bedre bevaret, findes den længere nede i Bryozokalken i samme Kalkbrud. Desuden findes den sparsomt i Saltholmskalken og Blegekridtet.

Arten hører til Gruppen af Terebratler med stort Foramen og Biplication, men adskiller sig fra *T. fallax* ved sin kun svagt krummede Rostrum, der lader Deltidiet synligt i hele sin Udstrækning. Fra *T. Mobergi*, adskiller den sig dels ved sin Lidenhed, dels ved sin korte Rostrum. Laaspartiet og Resterne af Brachialapparatet er ganske som hos *T. fallax*.

Paa velbevarede Exemplarer ses en meget tydelig Radialstribning, hvilket efter v. Hanstein skulde være karakteristisk for denne Art, medens Lundgren ikke har kunnet paavise den paa sine Exemplarer.

Størrelse af det største Exemplar: Længde 40 mm; Bredde 28 mm.

Oversigt over Terebratlerne.

Fra Grønsand paa Bornholm:

A. Skallerne med stærkt fremtrædende Længdestriber..... *T. capillata*
B. Skallerne glatte:
  I. Med Deltidiet skjult:
    a. Foramen stort. Med eller uden Biplication..... *T. biplicata*
    b. Foramen lille. Uden Biplication..... *T. carnea*
  II. Deltidiet synligt..... *T. rhomboidalis*

Fra Skrivekridtet og nyere Kridt:

A. Foramen lille, Skallen uden Biplication:
  I. Skallens frontale Gjennemsnit kjølet..... *T. lens*
  II. Skallens frontale Gjennemsnit ovalt..... *T. carnea*
B. Foramen stort, Skallen oftest med Biplication:
  I. Deltidiet synligt:
    a. Rostrum stor, stærkt krummet..... *T. Mobergi*
    b. Rostrum lille, kun svagt krummet..... *T. Ciplyensis*
  II. Deltidiet skjult:
    a. Tilvæxtlinierne stærkt fremtrædende. Smaaformer med eller uden Sinus..... *T. Fittoni*
    b. Tilvæxtlinierne kun svagt fremtrædende:
      1. Altid Biplication. Sidepartierne tydeligt radialstribede..... *T. obesa*
      2. Som oftest Biplication. Sidepartierne glatte.... *T. fallax*

VI. Terebratella d'Orbigny 1847.

35. **Terebratella Humboldtii** Hagenow.

Tab. II, Fig. 102—105.

Terebratella Humboldtii, 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 539; Tab. IX, Fig. 5.
— — 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 84.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 44.

Denne Form er den eneste hidtil opstillede *Terebratella* fra det øvre Senon. D'Orbigny anfører fra det franske Senon *Terebratella Santonensis* og *T. Bourgeoisii*, men ingen af disse Former minder om de i vort Kridt forekommende. *T. Humboldtii* er opstillet og afbildet af v. Hagenow som forekommende i Skrivekridtet paa Rygen. Han beskrev den som afrundet 5-kantet med en ret stor, bøjet Rostrum.

Begge Skallerne er stærkt hvælvede. Det, der udmærker Arten, er en stor mesial Fold paa den dorsale Skal, begrænset af ret skarpe Furer, hvorved Skallen deles i 3 hvælvede Partier, af hvilke det midterste er det mindste. Svarende hertil har Ventralskallen en mesial, bred Fure, som kan følges til Spidsen af Rostrum. Af Ribber tælles c. 25, hvoraf 10 i hvert Sidefelt, 5 i Midterpartiet. Rostrum er ret stærkt bøjet, Foramen temmelig lille. Area og Deltidium i samme Plan, begrænset af skarpe Kanter mod Ryggen af Skallen.

Posselt henfører til denne Art 7—8 Individer fra det danske Kridt, alle mere eller mindre afvigende fra det beskrevne.

Der findes nu ialt 16 Exemplarer, som maaske kan henføres hertil, men det eneste Fællestræk for dem er den mesiale Fold paa Dorsalskallen og den tilsvarende Fure paa Ventralskallen. Iøvrigt er de meget forskjellige. Ribbeantallet er altid større end 25, alle Individerne have mellem 30 og 40 Ribber. Furerne, der begrænse Dorsalskallens Fold, kan være mindre fremtrædende, saa Tredelingen paa et enkelt Exemplar er mindre tydelig. Den omtalte Hvælving af Dorsalskallen er hos det samme Individ næsten forsvunden.

Hos nogle Individer er Rostrum kun meget lidt krummet og temmelig kort, Area er da ikke skarpt begrænset udadtil, men gaar jævnt over i Afrundingen af Rostrum. Foramen kan være større end omtalt. Da jeg kun raader over saa faa Individer, med saa mange Forskjelligheder, men dog enkelte Fællestræk, har jeg ikke villet opstille nye Arter, hvad man nok kunde fristes til paa Grund af Materialets Forskjellighed.

Nogle af Formerne minde i høj Grad om Davidsons *T. Menardi*, navnlig Tab. III Fig. 34—36, men denne Art kjendes ellers kun fra meget ældre Lag (Neocom).

Paa Tavle II afbildes 3 af de mest divergerende Exemplarer, alle tagne i Stevns Klint, samt Begyndelsen til et Brachialapparat, ligeledes stammende fra Stevns.

Størrelse af det største afbildede Exemplar: Længde 12 mm; Bredde 13 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 2 Expl.; Stevns, 3 (+ 6) Expl.; Dania, 1 Expl.; Kastrup, 3 Expl. Cerithiumkalken i Stevns Klint, 1 Expl.

VII. Trigonosema König 1825.

36. **Trigonosema pulchellum** Nilsson.

Terebratula pulchella, 1827. Nilsson: Petrif. suecana Pag. 36; Tab. 3, Fig. 14.
— — 1841. Roemer: Verst. der norddeutschen Kreidegebirg. Pag. 41; Tab. 7, Fig. 11.
— — 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 539.
— — 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 83; Fig. 29—30.
Trigonosema pulchellum, 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 61; Tab. II, Fig. 14.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 45; Tab. III, Fig. 14—22.

Til Posselts Beskrivelse er intet at tilføje, kun synes Arten at være meget sjælden i den øverste Del af det danske Skrivekridt, idet det ikke er lykkedes mig

at finde et eneste Exemplar paa Stevns Klint, ligesom Mineralogisk Museum kun besidder 2 Exemplarer herfra.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 36 Expl. (+ 2); Stevns, 2 Expl.

VIII. Kingena Davidson 1852.

37. **Kingena lima** Defrance.

Terebratula lima, 1828. Defrance: Dict. d'Hist. nat. Bd. 53. Pag. 156.
— — 1847. d'Orbigny: Pal. franç. terr. crét. Bd. 4. Pag. 98; Tab. 512, Fig. 1–5.
— *Hebertiana*, 1847. d'Orbigny: Pal. franç. terr. crét. Bd. 4. Pag. 108; Tab. 594, Fig. 5, 11.
Kingena lima, 1852. Davidson: Brit. foss. Brach. Bd. 2. Pag. 42; Tab. 4, Fig. 15—28 og Tab. 5, Fig. 1—4.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 47.

Kingena lima er en sjælden Form i det øverste Skrivekridt, den findes ikke i sin fulde Udvikling i Stevns Klint, hvorfra der imidlertid haves en Del millimeterstore Brachiopoder, hvis Skal er tæt besat med Smaaknuder af samme Slags, Davidson beskriver som karakteristiske for denne Art. Hos alle disse Smaaindivider er Rostrum kun svagt udviklet og Foramen stort, med et kun meget lille Deltidium.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 2 Expl. (+ 1); Stevns (nogle bittesmaa Individer); Erslev, 1 Expl.; Aalborg, 11 Expl.

IX. Magas Sowerby 1816.

38. **Magas pumilus** Sowerby.

Tab. II, Fig. 106.

Magas pumilus, 1818. Sowerby: Mineral Conchology. Bd. 2. Tab. 119.
Terebratula pumila, 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 543.
Magas pumilus, 1847. d'Orbigny: Pal. franç. terr. crét. Bd. 4. Pag. 54; Tab. 501, Fig. 1—10.
Terebratula pumila, 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 83.
Magas pumilus, 1851. Davidson: Brit. foss. Brach. Bd. 2. Pag. 19; Tab. II, Fig. 1—12, 33.
— — 1866. Schloenbach: Krit. Stud. Kreidebrach. Pag. 296; Tab. 39, Fig. 1—3.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsystem. Pag. 63; Tab. 1, Fig. 24.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 48; Tab. I, Fig. 10—11.

Arten er en af de hyppigste Brachiopoder i Skrivekridtet, varierer ret stærkt med Hensyn til den ydre Form. Nogle Individer have en ganske flad Dorsalskal og en kun lidet krummet Rostrum, saa Deltidiet ses i hele sin Udstrækning, medens andre have begyndende Sinus-Dannelse ved Forranden og stærkt krummet Rostrum, som fuldstændigt skjuler Deltidiet, men alle ere ganske regelmæssigt, symmetrisk byggede. Former som Davidsons Tab. II Fig. 6, 7, 8 og 11 kjendes ikke fra det danske Skrivekridt.

Her afbildes en Dorsalskal med Brachialapparat.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 76 Expl. (+ 30); Stevns, 11 Expl. (+ 214); Fjerritslev, 1 Expl.; Freilev, 1 Expl.; Aalborg, 29 Expl.; Strøjbergs Kridtgrav, 1 Expl.; Flødal, 12 Expl.; Dania, 21 Expl.

X. Argiope Deslongchamps 1842.

a. Former med 1 Septum.

39. **Argiope Bronnii** v. Hagenow.

Tab. I, Fig. 36—38.

Orthis Bronnii, 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 543; Tab. IX, Fig. 7.
Argiope Bronnii, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 49.

Formen er ret almindelig i Skrivekridtet. Den beskrives og afbildes godt hos v. Hagenow. Den er meget fladtrykt, femkantet, ofte med en midtstillet større Fure i begge Skaller. Ribberne ere kun svagt fremtrædende, flade, med brede, flade Furer imellem. Rostrum er kun meget svagt krummet. Foramen er stort, trekantet. Dorsalskallens Indre forsynet med et midtstillet spidst Septum. I Ventralskallens Midtlinje ses en lav fremspringende Liste. Ribbernes Antal 6—8, hyppigst hos danske Exemplarer 6.

Davidson henfører Hagenows Form til sin *argiope megatrema*, og d'Orbigny regner den med til sin *argiope decemcostata*, men den eneste Afbildning som passer til de danske Exemplarer er v. Hagenow's, hvorfor jeg ligesom Posselt opfører dem under hans Navn.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 6 Expl. (+ 3); Stevns, (+ 10) Expl.; Nørholm, 1 Expl.

I ældre Bryozokalk ved Kagstrup findes enkelte Exemplarer, som meget ligne *A. Bronnii*, men de ere smaa og ufuldstændige, saa jeg ikke sikkert tør udtale mig herom.

Størrelse af det afbildede Exemplar: Længde 3 mm; Bredde $4^1/_2$ mm; Tykkelse 1 mm.

40. **Argiope Buchi** v. Hagenow.

Tab. I, Fig. 40—42.

Orthis Buchii, 1842. v. Hagenow: Rügensche Kreideverst. Pag. 544; Tab. IX, Fig. 8.

Denne Art er mindre end foregaaende og ikke saa fladtrykt. Rostrum er meget stærkere krummet, meget spidsere. Ribbeantallet er 6. Ribberne stærkere fremtrædende og Folderne smallere end foregaaende. Foramen stort, trekantet. Det indre som *argiope Bronnii*.

Størrelse: Længde og Bredde $2^1/_2$ mm; Tykkelse 2 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Stevns Klint (26 Expl.).

41. **Argiope danica** de Morgan.

Tab. I, Fig. 43—45.

Cistella danica, 1883. de Morgan: Quelques espèces nouvelles de Megathyridés. Pag. 394; Tab. 12, Fig. 27—30.
Argiope danica, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 49.

Svarende til Beskrivelsen, med 4 Ribber, adskilte ved dybe Furer, og en stærkt indskaaret Rand, findes denne Art i Skrivekridtet baade i Møen's og Stevns Klinter. Arten adskiller sig fra de foregaaende ikke blot ved Ribbeantallet, men ogsaa ved den stærkt indskaarne Rand.

Størrelse: Længde og Bredde 2 mm; Tykkelse knap 1 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Møen (2 Expl.); Stevns (2 Expl.).

Oversigt over *Argiope*-Arterne i Skrivekridtet.

A. Flad, med afstumpet Rostrum:
   6—10 svage Folder adskilte ved brede, flade Furer ..... *Argiope Bronnii*
B. Hvælvet, med tilspidset Rostrum:
   I. Med 6 Ribber og svagt indskaaret Rand ..... *Argiope Buchi*
   II. Med 4 Ribber og stærkt indskaaret Rand ..... *Argiope danica*

42. **Argiope acuta** Posselt.

Tab. I, Fig. 55—57.

Argiope acuta, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 50; Tab. I, Fig. 14—15.

Arten er udmærket beskrevet og let kjendelig efter Beskrivelsen hos Posselt; men hans Billeder er noget mangelfulde, hvorfor den afbildes paany. Har ofte en større Midterfold, som da er secundært ribbet. Ledlinjen er lige, undertiden fremspringende udover Skallens Rand som et Par «Øren». Dorsalskallens Septum er trekantet spidst, berører Ventralskallen med sin Spids.

Posselt anfører Arten fra Bredstrup, men herfra foreligger paa mineralogisk Museum intet, derimod findes 7 Exemplarer fra Ravnstrup, saa det er rimeligvis ved en Fejllæsning af Navnet at den er opført fra Bredstrup, især da et af Exemplarerne er betegnet som Originalexemplaret til Posselts Afbildning.

Ravnstrup ligger Nord for Næstved i en Egn, hvor Danien ellers ikke kjendes faststaaende, saa de omtalte 7 Exemplarer maa — efter Opgivelse af Statsgeolog Milthers — stamme fra løse Blokke i Morænen.

Arten kjendes imidlertid fra faststaaende Kalk i Herfølge.

Størrelse: Længde og Bredde 4 mm; Tykkelse 2 mm.

Forekomst: Saltholmskalk: Saltholmen (1 Expl.). Yngre Bryozokalk: Herfølge (2 Expl.). Craniakalk: Herfølge, 4 Expl. (+ 27).

Desuden kjendes Arten fra en Boring ved Fredericia, hvor et enkelt Exemplar er fundet i en Boreprøve fra 550's Dybde.

43. **Argiope Johnstrupi** Posselt.

Tab. I, Fig. 49 og 54.

Argiope Johnstrupi, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 51; Tab. I, Fig. 12—13.

Arten afbildes atter, da Tegningen af Rostralpartiet er uklar.

Arten skal efter Posselt besidde en større glat Midterfure, men denne kan fuldstændigt mangle.

Størrelse: Længde 5 mm; Bredde 4½ mm; Tykkelse 2 mm.

Forekomst: Saltholmskalken v. Bredstrup 29 Expl. (+ 5).

44. **Argiope faxensis** Posselt.

Argiope faxensis, 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtform. Pag. 52; Tab. I, Fig. 16—17.

Arten beskrives af Posselt som havende paa den lille Skal en tydelig Sinus, begrænset af 2 lidt stærkere Costæ. Paa hver Side findes 5 og i Sinus et Par svagere Costæ, alle svagt kornede. Laasranden er lige afskaaren. Paa den større Skal synes ligeledes 2 Costæ at træde lidt skarpere frem og afgrænse en svag Sinus, hvori findes et Par svage Ribber, medens Sidefløjene have 4—5 Costæ. Foramen er stort, Area stærkere eller svagere bagoverbøjet.

Den ene af Posselt's Figurer, Tab. I Fig. 17, svarer godt til denne Beskrivelse, men den anden, Tab. I Fig. 16, er meget afvigende herfra. Den viser nemlig kun 3 Ribber paa hver Sidehalvdel og kun en Ribbe i Sinus.

Beskrivelse af Arten bør derfor forandres saaledes:

Det er Smaaformer af afrundet, femkantet Form med en midtstillet dybere Fure baade paa Dorsal- og Ventralskallen. Af Ribber findes paa hver Skal 6—20 større og i Sinus 1—3 svagere.

Laasranden er lige, Rostrum kun lille, ikke tilspidset. Foramen stort, trekantet. Indvendig i Dorsalskallen ses et enkelt midtstillet Septum.

Efter denne Beskrivelse findes Arten ret udbredt i det nyere Kridt, navnlig i ældre Bryozokalk, men dog ogsaa i Saltholmskalken. Almindeligst er Formerne med faa Ribber.

Forekomst: Ældre Bryozokalk: Stevns Klint (5 Expl.); Kagstrup (51 Expl.); Faxe, 3 Expl. Yngre Bryozokalk: Herfølge (5 Expl.).

45. **Argiope Ravnii** n. sp.

Tab. I, Fig. 39.

Argiope Ravnii er en meget lille *Argiope*-Art, som er let kjendelig fra de øvrige. Den er af Form trekantet med tilspidset Rostrum. De 2 andre Vinkler i Trekanten er afrundede. Der er en tydelig udtalt, bred, glat Midterfure uden Folder. Af større Folder findes kun 2 paa hver Side. Foramen er stort, trekantet. Laasranden er lige, der findes ingen Udbredninger af Dorsalskallen langs denne, derfor den trekantede Form. I det indre et enkelt midtstillet Septum.

Størrelse: Længde 1½ mm; Bredde 1 mm.

Forekomst: Ældre Bryozokalk: Kagstrup (15 Expl.).

46. *Argiope* Posselt n. sp.

Tab. I, Fig. 46—48.

Argiope Posselt er en lille Art af femkantet Form. Den udmærker sig ved at have en dyb Midterfure paa begge Skaller uden secundære Ribber. Ribberne ere ofte stærkt fremspringende over Skallens Rand, navnlig de 2, som begrænse den glatte Midterfure.

Ribbeantallet er noget variabelt, fra 6—8.

Rostrum krummet, tilspidset, med forholdsvis stort Foramen. Laasranden lige med vingeformede Udbredninger af Dorsalskallen. I Dorsalskallens Indre et enkelt midtstillet Septum.

Størrelse: Længde og Bredde 2 mm; Tykkelse 1 mm.

Forekomst: Ældre Bryozokalk: Stevns Klint (4 Expl.); Kagstrup (59 Expl.); Valstedgaard (1 Expl.).

b. Arter med 3 Septa.

47. **Argiope Davidsoni** Bosquet.

Tab. I, Fig. 50—53.

Argiope Davidsoni, 1859. Bosquet: Monogr. des Brachiopodes fossiles du terrain crétacé supérieur du duché de Limbourg. Pag. 41; Pl. V, Fig. 2—4.

Megathiris cuneiformis (pro parte), 1847. d'Orbigny: Pal. franç. terr. crét. Bd. 4. Pag. 147; Pl. 521, Fig. 4—11 (non 1—3).

Fra Herfølge Bryozokalk har jeg 2 hele og Brudstykker af 2 andre Exemplarer af denne Art, som adskiller sig fra alle de øvrige danske Argiope-arter ved at have 3 Septa i Dorsalskallen. Formen er ret ejendommelig, idet den lille Skal er ganske flad, medens den store er kugleformet hvælvet. Begge Skaller er prydede med meget stærke og skarpe Folder (i et Antal af 4—8) med dybe, smalle Furer imellem. Rostrum er ret kort, noget tilspidset. Laasranden er lige, Area noget krummet, Deltidiet smalt, trekantet. Foramen er stort, afrundet, firkantet. Indersiden af Dorsalskallen har i Midtlinjen et spidst, trekantet Septum, der naar sin største Højde omtrent i Skallens Midte. I hvert Sideparti findes et lignende, trekantet Septum, hvis Forlængelse med det midterste danner en Vinkel paa c. 30°. Disse Sidesepta er noget mindre end det midterste, men ligesom dette ret spidse.

Formen er beskrevet og afbildet af Bosquet, hvis Exemplarer har 8 Ribber, men ellers ganske ligne de danske. Den forekommer i Bryozokalken i Maestrichtien (St. Pierre o. s. v.) og i Omegnen af Ciply.

Bosquet antager, at d'Orbignys Afbildninger af denne Art stamme fra Exemplarer fra Ciply, som fejlagtig ere henførte til franske Kridtlocaliteter.

Størrelse: Længde 4 mm; Bredde 4 mm; Tykkelse $2^1/_2$ mm.

Forekomst: Yngre Bryozokalk ved Herfølge (4 Expl.).

Fra en Boring paa Fyn ved Mejeriet v. Marslev Station (omtalt D. G. U. 1 R. Nr. 9, Side 144) findes et Exemplar i en Prøve fra 200'—206's Dybde.

Oversigt over *Argiope*-arterne i Danien:

A. Med 3 Septa ..... *Argiope Davidsoni*
B. Med 1 Septum:
I. Med indskaaren Rand. (Costæ fremspringende):
a. Ribber i Midterfuren ..... *Argiope faxensis*
b. Uden Ribber i Midterfuren:
1. Trekantet Form, 4 Ribber ..... *Argiope Ravnii*
2. Femkantet Form, 6—8 Ribber ..... *Argiope Posselt*
II. Uden indskaaren Rand. (Costæ ikke fremspringende):
a. Udviskede Ribber. Glat mesial Fold (hvis saadan er tilstede) ..... *Argiope Johnstrupi*
b. Skarpe Ribber. Ribber i den mesiale Fold (hvis saadan er tilstede) ..... *Argiope acuta*

XI. Thecidium Sowerby 1824.

48. **Thecidium vermiculare** v. Schlotheim.

Tab. 1, Fig. 58—59.

Terebratulites vermicularis, 1820. v. Schlotheim: Petrefactenkunde. Pag. 272.
Thecidea hippocrepis, 1840. Goldfuss: Petrefacta Germaniae. Tab. 161, Fig. 4.
Thecidea vermicularis, 1851. Puggaard: Møens Geologie. Pag. 85.
Thecidium vermiculare, 1860. Bosquet: Mon. des Brach. fossiles. Pag. 26; Tab. 3, Fig. 4—11.
— — 1885. Lundgren: Brach. i Sveriges Kritsyst. Pag. 45; Tab. 2, Fig. 6—9.
— — 1894. Posselt: Brach. i den danske Kridtformation. Pag. 53; Tab. III, Fig. 23—25.

Thecidium vermiculare er ikke nogen sjælden Form i det danske Kridt.

Som Regel er den fastheftet med stor Tilhæftningsflade til andre Skaller, Anan-chyter, Terebratler, Bryozoer, men kan ogsaa, omend sjældent, have en lille Til-hæftningsflade, saa Rostrum ender temmelig spidst. Formen er noget variabel, den er i Reglen pæreformet med uregelmæssige, stærkt fremtrædende, ujævne Tilvækt-linier. Skallerne er iøvrigt glatte, uden radiær Stribning.

Ventralskallen besidder et stort 3-kantet Deltidium, der fuldstændigt tillukker denne Del af Skallen. Indvendig er den glat med en kornet Rand, hvor Kornene staa i nogenlunde regelmæssige radiære Rækker. Skalpartiet bag Deltidiet er som hos andre Thecidier ved et Par Kalkplader afdelt i 3 Rum, hvoraf det midterste er det mindste.

Dorsalskallen er nærmest cirkelrund, let excaveret, med Umbo noget frem-hvælvet. Indvendig ses en ret bred Rand, der er kornet paa samme Maade som Ventralskallens Rand. I Midtlinjen ses et Septum, der begynder lidt bag Skallens Midte og hæver sig skraat opad fortil, saa dets største Højde falder omtrent ved Forranden. Septum er bredt og tykt, optager paa hver Side de bagfra kommende skraat opad bagtil stigende Furer, i hvis Midte ses et aflangt let kruset Kalkblad. Den indvendige Kant af Limbus, hæver sig ret stejlt og bliver højere bagtil, hvor

det trækkes ud i en Spids og med Randen fra modsatte Side danner en Bro over Skalhulhedens bagerste Parti.

Hos nogle smaa Exemplarer, der i det ydre ikke adskiller sig fra de større, er Brachialapparatet betydelig mindre compliceret, idet Septum er lavt og deler Skallen i 2 Dele, i hver af hvilke der ses et ovalt kun lidet fremspringende Kalkblad.

Maaske er dette Ungdomsstadiet for de større, maaske repræsentere de en særegen Art.

Forekomst: Skrivekridt: Møen, 9 Expl. (hvoraf 3 med tilspidset Rostrum); Stevns (12 Expl.; alle med stor Tilhæftningsflade).

Det afbildede Brachialapparat Tab. I Fig. 59 stammer fra et Exemplar, der er fundet i en løs Blok af Skrivekridt i Morænen paa Gjedser Odde.

49. **Thecidium papillatum** v. Schlotheim.

Tab. I, Fig. 60—62.

Terebratulites papillatus, 1813. v. Schlotheim: Leonhardts min. Taschenbuch. Bd. VII. Pag. 13.
Thecidea radiata, 1833. Goldfuss: Petrefacta Germaniae. Bd. II. Pag. 289; Tab. 161, Fig. 2.
— *papillata*, 1837. Bronn: Lethæa geogn. Pag. 663; Tab. 30, Fig. 3.
Thecidium papillatum, 1847. d'Orbigny: Pal. franç. terr. crét. Bd. IV. Pag. 154; Tab. 523, Fig. 1—8.
— *recurvirostre*, 1847. d'Orbigny: Pal. franç. terr. crét. Bd. IV. Pag. 156; Tab. 523, Fig. 9—17.
— *papillatum*, 1859. Bosquet: Brach. fossiles de Limbourg. Pag. 35; Tab. 4, Fig. 10—12 og Tab. 5, Fig. 1.
— — 1879. v. Hanstein: Brach. von Ciply. Pag. 18—19.

Th. papillatum er en lille terebratelformet Brachiopod, der er let kjendelig fra andre Thecidier ved at have sin Overflade prydet med radierende Striber, dannet af let fremspringende Smaatorne. Ventralskallen er hvælvet, Dorsalskallen flad, ikke excaveret, med en lille fremspringende Umbo. Area er stor, Deltidiet stort, ganske tillukkende Skallen; Rostrum er let krummet, oftest tilspidset, undertiden noget afstumpet med Rest af en Tilhæftningsflade. Indvendig er Ventralskallen udstyret med bred kornet Rand og et Kalkapparat bag Deltidiet, som deler Rummet her i tre Smaarum. Dorsalskallen er cirkulær med bred Limbus, hvis Korn ere ordnede i Rækker.

Septet er højt, ret smalt, giver Plads til 3 Furer paa hver Side, i hvilke ses det sædvanlige, let krusede Kalkblad.

Den indvendige Kant af Limbus hæver sig ogsaa ret skarpt bagtil, men synes ikke — i hvert Fald ikke altid — at danne Bro over denne Del af Skalhulheden.

Størrelse: Længde 7 mm; Bredde 7 mm; Tykkelse 3 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Stevns 5 (+ 65) Expl.

Denne Localisation er værd at mærke, idet Forekomsten synes begrænset til en ganske bestemt Horizont. Jeg har personlig samlet alle de foreliggende Exemplarer i de nederste Kridtlag i Kridtslemmeriets Udskæring i Klinten (1907—08) og enkelte (3) ved Mandehoved.

50. **Thecidium recurvirostre** Goldfuss.

Tab. I, Fig. 63—66.

Thecidium recurvirostre, 1840. Goldfuss: Petref. Germaniae. Tab. 161, Fig. 3.
Som anfører:
de Gerov: Diction. scient. nat. LXII, Pag. 435.

Goldfuss angiver Arten som fundet i Kridtet ved Nehou. Han beskriver den, idet han angiver, at den har stor Lighed med *Th. papillat.*, men den er glat, uden radiale Ribber. Brachialapparatet har 3 halvkredsformede Furer paa hver Side af den høje Skillevæg. Den store Skal er stærkt hvælvet og har en lang, bøjet, i Spidsen afstumpet, Rostrum. Den lille Skal er næsten cirkelformet og noget concav. Det helt lukkede Deltidium lader ikke nogen Aabning tilsyne ved sin Basis.

Ganske svarende til denne Beskrivelse og den tilhørende Afbildning er de faa danske Exemplarer.

D'Orbigny har ogsaa (Palaeont. française Terr. crét. Bd. IV. Pag. 156; Tab. 523, Fig. 9—17) afbildet og beskrevet en *Thecidium recurvirostre* og henviser endog til Goldfuss Arbejde, men som v. Hanstein (Brach. v. Ciply, Pag. 19) rigtigt bemærker er d'Orbignys Exemplar en *Thec. papillatum* med en stærkere end almindeligt krummet Rostrum. Hans Exemplar er stærkt radialstribet.

Størrelse: Længde $2^1/_2$ mm; Bredde 2 mm; Tykkelse 1 mm.

Forekomst: Skrivekridt: Stevns 1 (+ 4) Expl.; alle fundne ved Kridtslemmeriet (Eskesti).

51. **Thecidium** Grönwalli n. sp.

Tab. I, Fig. 67.

Fra Limstenen ved Aggersborggaard findes paa en Ostreaskal (indsamlet af Dr. Grönwall) 6 smaa Thecidier, som udmærke sig ved at være fæstede med Ventralskallens Overflade, saa Randen kun staar ganske lidt frem. Omkredsen er afrundet, trekantet. Indersiden af Storskallen næsten glat. Brachialapparatet er ikke iagttaget.

Størrelse: Længde 2 mm; Bredde $1^1/_2$ mm.

Forekomst: Ældre Bryozokalk: Aggersborggaard, 6 Expl.

Oversigt over Thecidierne:

A. Skallen fæstet ved hele sin Overflade ..... *Th. Grönwalli*
B. Skallen ikke fæstet, eller kun fæstet ved en Del af Rostrum:
  I. Overfladen med radierende Papilrækker ..... *Th. papillatum*
  II. Overfladen glat:
    a. Stærkt krummet Rostrum. Skallen ikke fæstet ... *Th. recurvirostre*
    b. Svagt krummet Rostrum. Skallen i Reglen fæstet ved en Del af Rostrum ..... *Th. vermiculare*

Efterskrift.

Efterat ovenstaaende var udarbejdet, har jeg af Hr. Lærer PINDBORG til Gjennemsyn modtaget en Samling Brachiopoder, altsammen Smaaformer fra Bryozokalken i Faxe. Samlingen er saa ejendommelig og paa mange Punkter saa interessant, at jeg ikke kan nægte mig at offentliggjøre den her.

Der fandtes:

Crania comosa, BOSQUET: 2 Overskaller.

Crania ignabergensis, RETZIUS, i flere Exemplarer.

Rhynchonella flustracea, v. SCHLOTHEIM, i Ungdomsformer.

Terebratulina striata, WAHLENBERG, forma *chrysallis* i talrige Exemplarer.

Argiope acuta, POSSELT, i 25 Exemplarer.

Argiope faxensis, POSSELT, i flere Exemplarer.

Argiope Davidsoni, BOSQUET, i 4 Exemplarer, afvigende lidt fra de ved Herfølge fundne Individer, idet Rostrum var stærkere udviklet og ikke saa stærkt krummet.

Argiope Pindborgi, n. sp.

Der fandtes 22 Exemplarer af en ny Argiopeart, som jeg har givet Finderens Navn.

Formen er afrundet femkantet, Rostrum stor, men kun lidt krummet. Foramen ret stort, afrundet. Der findes dybe Midterfurer paa begge Skaller, hvorved Dyret deles i 2 Sidelapper. Der kan undertiden i Sidepartierne findes endnu en enkelt Fure, hvorved Skallen kan blive delt i 4 brede, flade Folder. Ventralskallen er stærkere hvælvet, end den noget bugede Dorsalskal. Laasranden er lige. I det indre ses kun eet Septum.

Thecidium vermiculare, v. SCHLOTHEIM?

Der findes kun en lille Dorsalskal, men denne stemmer baade i ydre og indre Bygning saa godt overens med de smaa Exemplarer fra Stevns Skrivekridt, at man næppe kan tvivle om Bestemmelsens Rigtighed.

Indholdsfortegnelse.

	Side
A. Indledning	(3) 129
B. Historisk Oversigt	(3) 129
C. Stratigrafiske Forhold	(9) 135
D. Literaturfortegnelse	(19) 145
E. Beskrivelse af Arterne	(20) 146
Efterskrift	(52) 178

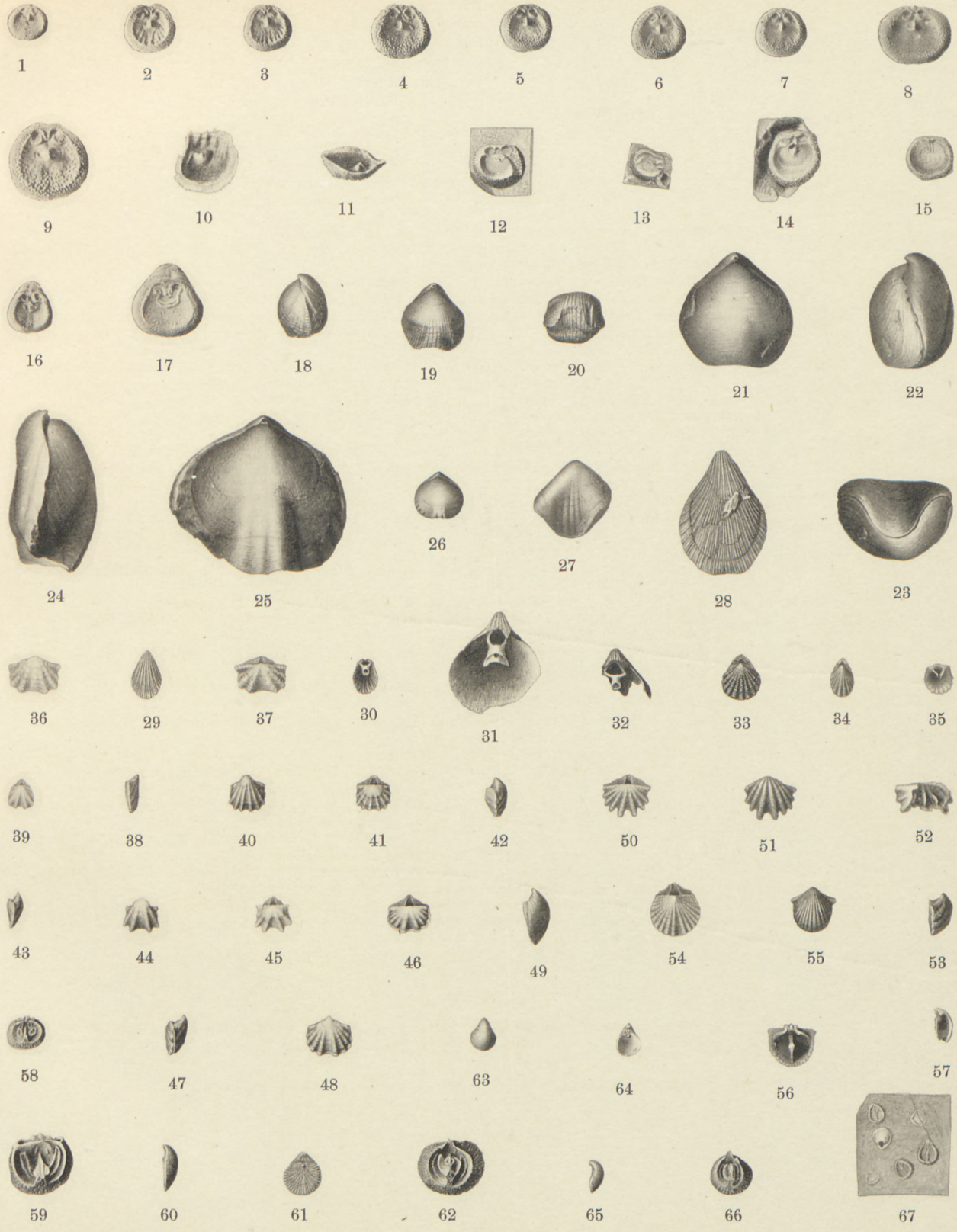
Tavle I.

Tavle I.

Fig. 1-9. *Crania tuberculata*, NILSSON.
- 1. — — — var *transversa*, LNDGRN. Underskal i $^1/_1$. Thorslunde.
- 4-5. — — — — — — i $^1/_1$. Craniakalk. Herfølge.
- 8. — — — — — — i $^1/_1$. Fredriksholm.
- 2, 3, 6, 7 og 9. *Crania tuberculata*, NILSSON. Underskaller i $^1/_1$. Craniakalk. Herfølge.
- 10-11. *Crania comosa*, BOSQUET. Underskal i $^2/_1$. Ældre Bryozokalk. Kagstrup. Fig. 10 set ovenfra, Fig. 11 set fra Siden.
- 12. *Crania tubulosa*, n. sp. Underskal i $^1/_1$. Skrivekridt. Stevns.
- 13. *Crania parisiensis*, DEFR. Underskal i $^1/_1$. Skrivekridt. Stevns. (Stumper af en Bryozokoloni fra højre Side forstyrre Billedet noget).
- 14. *Crania Mülleri*, BOSQUET. Underskal i $^2/_1$. Skrivekridt. Møen.
- 15. *Crania Rosenbergi*, n. sp. Underskal i $^1/_1$. Skrivekridt. „Dania".
- 16-17. *Crania antiqua*, DEFR. 2 Underskaller i $^1/_1$. Skrivekridt. Fig. 16 fra Stevns, Fig. 17 fra „Dania".
- 18-20. *Rhynchonella plicatilis*, SOW., i $^1/_1$. Skrivekridt. Stevns. Fig. 18 set fra Siden, Fig. 19 fra Dorsalsiden, Fig. 20 set forfra.
- 21-23 og 27. *Rhynchonella incurva*, v. SCHLOTH., i $^1/_1$. Fig. 27 (var. *faxensis*) fra ældre Bryozokalk i Stevns, Fig. 21—23 fra Craniakalken i Herfølge. Fig. 27 er set fra Ventralsiden, Fig. 21 fra Dorsalsiden, Fig. 22 fra Siden, Fig. 23 er set forfra.
- 24-26. *Rhynchonella limbata*, v. SCHLOTH., i $^1/_1$. Skrivekridt. Fig. 24—25 fra „Dania", Fig. 26 fra Møen. Fig. 24 er set fra Siden, Fig. 25 og 26 er sete fra Dorsalsiden.
- 28-32. *Terebratulina striata*, WAHLENBERG, i $^1/_1$. Fig. 28, 29 og 31 fra yngre Bryozokalk i Herfølge, Fig. 30 fra Thorslunde, Fig. 32 fra Skrivekridt, Møen. Fig. 28—29 ere sete fra Ventralsiden, Fig. 30, 31 og 32 ere Dorsalskaller, sete indvendig fra, visende Brachialapparatet.
- 33. *Terebratulina Gisii*, v. HAG., i $^2/_1$. Skrivekridt. Stevns. Set fra Dorsalsiden.
- 34. *Terebratulina locellus*, ROEMER, i $^2/_1$. Skrivekridt. Stevns. Set fra Dorsalsiden.
- 35. *Terebratulina semiglobularis*, POSSELT, i $^2/_1$. Skrivekridt. Stevns. Dorsalskal, set indvendig fra, visende Brachialapparatet.
- 36-38. *Argiope Bronnii*, v. HAG., i $^2/_1$. Skrivekridt. Stevns. Fig. 36 set fra Ventralsiden, Fig. 37 fra Dorsalsiden, Fig. 38 fra Siden.
- 39. *Argiope Ravnii*, n. sp., i $^3/_1$. Ældre Bryozokalk. Kagstrup. Set fra Dorsalsiden.
- 40-42. *Argiope Buchi*, v. HAG., i $^3/_1$. Skrivekridt. Stevns. Fig. 40 er set fra Ventralsiden, Fig. 41 fra Dorsalsiden, Fig. 42 fra Siden.
- 43-45. *Argiope danica*, DE MORGAN, i $^3/_1$. Skrivekridt. Stevns. Fig. 43 er set fra Siden, Fig. 44 fra Ventralsiden, Fig. 45 fra Dorsalsiden.
- 46-48. *Argiope Posselt*, n. sp., i $^3/_1$. Ældre Bryozokalk. Kagstrup. Fig. 46 er set fra Dorsalsiden, Fig. 47 fra Siden, Fig. 48 fra Ventralsiden.
- 49 og 54. *Argiope Johnstrupi*, POSSELT, i $^2/_1$. Blegekridt. Bredstrup. Fig. 49 er set fra Siden, Fig. 54 fra Dorsalsiden.
- 50-53. *Argiope Davidsoni*, BOSQUET, i $^2/_1$. Yngre Bryozokalk. Herfølge. Fig. 50 er set fra Dorsalsiden, Fig. 51 fra Ventralsiden, Fig. 52 viser Indersiden af Dorsalskallen med de 3 Septa, Fig. 53 er set fra Siden.
- 55-57. *Argiope acuta*, POSSELT, i $^2/_1$. Craniakalk. Herfølge. Fig. 55 er set fra Ventralsiden, Fig. 56 viser Indersiden af Dorsalskallen, Fig. 57 er et Saggital-Snit, visende Septum.
- 58-59. *Thecidium vermiculare*, v. SCHLOTH., i $^2/_1$. Skrivekridt. Fig. 58 fra Stevns, Fig. 59 fra løs Blok i Morænen. Gjedser Odde. Begge Figurer viser Dorsalskallen, set indvendig fra.
- 60-62. *Thecidium papillatum*, v. SCHLOTH. Fig. 60—61 i $^1/_1$, Fig. 62 i $^2/_1$. Skrivekridt. Stevns. Fig. 60 er set fra Siden, Fig. 61 fra Dorsalsiden, Fig. 62 er Dorsalskallen, set indvendig fra.
- 63-66. *Thecidium recurvirostre*, GOLDFUSS. Fig. 63—65 i $^1/_1$, Fig. 66 i $^2/_1$. Skrivekridt. Stevns. Fig. 63 er set fra Ventralsiden, Fig. 64 fra Dorsalsiden, Fig. 65 fra Siden. Fig. 66 er Dorsalskallen, set indvendig fra.
- 67. *Thecidium Grönwalli*, n. sp., i $^2/_1$. Ældre Bryozokalk. Aggersborggaard.

Fig. 1—9, 16 og 17 ere fotograferede af Hr. Fotograf O. BORUP, de øvrige Figurer ere tegnede af Hr. Tegner E. BANG.

Alle Originalerne tilhøre *Universitetets Mineralogiske Museum.*



E. Bang del. og O. Borup phot.

Pacht og Crone phototyp.

Tavle II.

Tavle II.

Fig. 68-77. *Terebratula carnea*, Sowb., i $^1/_1$. Skrivekridt. Stevns. Fig. 68 Hængselparti i Ventralskallen. Fig. 69—74 Hængselparti i Dorsalskallen. Fig. 75 Hængselet, set indvendig fra. Fig. 76 er set fra Dorsalsiden, Fig. 77 fra Siden, visende svag Radialstribning.

- 78-88. *Terebratula lens*, Nilsson, i $^1/_1$. Fig. 78—83 fra Fredriksholm, Fig. 84—87 fra Craniakalk i Herfølge, Fig. 88 fra Faxe. Fig. 78—86 Hængselparti i Dorsalskallen. Fig. 87 er Hængselet, set indvendig fra. Fig. 88 viser Brachialapparatet.

- 89-95. *Terebratula fallax*, Lundgren, i $^1/_1$. Fig. 89 fra Faxe, visende Brachialapparatet; Fig. 90—94 fra ældre Bryozokalk, Kagstrup; Fig. 95 fra ældre Bryozokalk, Stevns. Fig. 90, 91 og 94 Hængselparti i Dorsalskallen. Fig. 92 Hængslet, set indvendig fra (Fig. er tegnet i omvendt Stilling). Fig. 93 Hængselparti i Ventralskallen. Fig. 95 er set fra Dorsalsiden.

- 96-97. *Terebratula Fittoni*, v. Hag., i $^1/_1$. Skrivekridt. Stevns. Fig. 96 er set fra Siden, Fig. 97 fra Dorsalsiden.

- 98-101. *Terebratula Ciplyensis*, v. Hanstein, i $^1/_1$. Fig. 98—100 fra yngre Bryozokalk, Herfølge. Fig. 101 fra Saltholmen. Fig. 98 og 101 ere sete fra Dorsalsiden, Fig. 99 fra Siden, Fig. 100 forfra.

- 102-105. *Terebratella Humboldtii*, v. Hag., i $^1/_1$. Fig. 102—104 i 3 forskellige Exemplarer, sete fra Dorsalsiden. Fig. 105 er Dorsalskallen set indvendig fra, visende Septum og Begyndelsen til Brachialapparatet.

- 106. *Magas pumilus*, Sowb., i $^2/_1$. Skrivekridt. Stevns. Dorsalskal, set fra Siden, visende Brachialapparat og Septum.

Fig. 76, 77, 95, 96 og 97 ere fotograferede af Hr. Fotograf Borup, de øvrige Figurer ere tegnede af Hr. Tegner E. Bang.

Alle Originalerne tilhøre *Universitetets Mineralogiske Museum*.

68

69

70

71

72

73

74

78

79

80

81

82

83

84

85

86

88

89

75

87

76

98

99

96

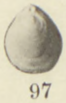
90

91

95

77

101


97

92

93

102

103

104

105

94

100

106

OM KLORETS INDVIRKNING PAA KININ

AF

A. CHRISTENSEN

D. Kgl. Danske Videnskab. Selsk. Skrifter, 7. Række, naturvidensk. og mathem. Afd. VI. 5

KØBENHAVN
BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI
1910

Om Klorets Indvirkning paa Kinin.

I en tidligere Afhandling har jeg her i Selskabets Skrifter[1] vist, at Klor ved at indvirke paa Kinin i sur, vandig Opløsning, naar det anvendes efter Forholdet: Kinin : Cl_2, danner Kinindiklorid, $C_{20}H_{24}Cl_2N_2O_2$, et Alkaloid, hvis Egenskaber svarer til Kinindibromidets, som jeg ligeledes har beskrevet i Selskabets Skrifter[2]. Dikloridets Dannelse beror paa, at en Dobbeltbinding i Kininmolekulet hæves, idet der finder en Addition af Cl_2 Sted:

$$C_{20}H_{24}N_2O_2 + Cl_2 = C_{20}H_{24}Cl_2N_2O_2.$$

Denne Reaktion ledsages imidlertid af en anden; thi naar Dikloridet er isoleret gennem det tungtopløselige Nitrat, $C_{20}H_{24}Cl_2N_2O_2.2HNO_3$, udgør dette kun omtrent $^1/_3$ af den beregnede Mængde; der dannes en meget betydelig Mængde Saltsyre, og Filtratet fra nævnte Nitrat giver en meget rigelig Fældning med Ammoniak. Det Alkaloid, denne Fældning bestod af, er det ikke lykkedes mig at faa i ren krystallinsk Tilstand, og lige saa lidt har jeg kunnet fremstille krystallinske Salte deraf; men jeg har dog kunnet konstatere, at det pr. Molekule Kinin indeholder 1 Atom Klor. Jeg maa derfor antage, at her sker det samme som ved Klorets Indvirkning paa Cinchonin[3]; ved Klorvandet, der ifølge Processen: $Cl_2 + H_2O \rightleftarrows HClO + HCl$ tillige indeholder Klorundersyrling, er der ogsaa sket en Addition af denne, og der er saaledes, foruden Kinindiklorid, opstaaet en Art Klorhydrin, $C_{20}H_{24}(OH).ClN_2O_2$, hvoraf nævnte amorfe Bundfald for en væsentlig Del maa bestaa.

Ved at lade Klor indvirke i Mængder udover to Atomer pr. Kininmolekule, viste der sig ved paafølgende Tilsætning af Ammoniak i Overskud, Dannelsen af det grønne Farvestof Thallejochin. Ved at gaa ud fra kendte Mængder af Kininsulfat og ved under Forsøgene at variere de tilsatte Mængder Klorvand, hvis Styrke jeg kendte, kunde jeg let iagttage, at Ammoniak, naar Klormængden kun i mindre Grad oversteg det nævnte Forhold, vel gav den grønne Farve, men tillige et betydeligt hvidt Bundfald (af Kinindiklorid m. m.). Mængden af dette aftog, eftersom Klormængden forøgedes, og den grønne Farve blev da stærkere. Naar

[1] K. D. V. Selsk. Skr. 7. R., naturv. og math. Afdl. I. 5. 289.
[2] Ibid. 6. R., naturv. og math. Afdl. XII. 4. 329.
[3] Ibid. 7. R., — - — - I. 5. 279.

der var tilsat 6 Kloratomer pr. Molekule Kinin, kom der slet intet Bundfald længere; men der dannedes med rigeligt Ammoniakoverskud en mørkegrøn Opløsning. Naar dette Forhold mellem Kinin og Klor var tilstede og jeg til den sure Opløsning satte Natron i rigeligt Overskud, opløste det først dannede Bnndfald sig fuldstændigt til en gulbrun Vædske, der meget snart blev ganske mørk; men naar jeg hurtigt blandede den med et Ammoniaksalt, dannedes Thallejochinet og havde da en mere blaalig Farve. Naar den ammoniakalske, grønne Opløsning blev blandet med Ammoniumkloridopløsning eller et andet Ammoniaksalt i rigelig Mængde, og navnlig naar Blandingen opvarmedes lidt, samlede det grønne Farvestof sig til et voluminøst Bundfald, der kunde frafiltreres. Det amorfe Bundfald tabte ved Henstand i Vædsken efterhaanden den grønne Farve og blev graasort. Filtratet var brunt og efterlod ved Inddampning en brun, tungt opløselig Rest. I frisk fældet Tilstand opløstes det grønne Farvestof i Almindelighed let i Vinaand med stærk grøn Farve; men naar det var forandret, som nævnt, ved Henstand, opløstes det ikke eller meget vanskeligt og da med brun Farve. Den grønne, vinaandige Opløsning fældedes af Æter og gav et grønt Bundfald, der lod sig samle og udvaske med Æter. Det kunde tørres over Svovlsyre, men var meget vanskeligt at behandle, da det straks indsugede Fugtighed fra Luften og blev tjæreagtigt. Det opløstes let i Vinaand med grøn, og ligeledes let i Syrer, men med rødbrun Farve. Ved Henstand omdannedes det som ovenfor sagt, blev graasort og uopløseligt i Vand og i Vinaand. De Forsøg, jeg har gjort paa at rense dette Thallejochin, er alle strandede paa dets Ubestandighed, og de Analyser, jeg har udført paa forskellige Portioner, fremstillede hver for sig, have tydeligt vist, at det ikke var noget rent Stof, men en Blanding i ret varierende Forhold. En vigtig Oplysning havde disse Forsøg dog givet mig, nemlig, at der til Thallejochinets Dannelse hørte 6 Atomer Klor for hvert Molekule Kinin. Idet jeg gik ud herfra, har jeg studeret Klorets Indvirkning paa Kininet, og om de Forbindelser, jeg herved har faaet dannet, handler denne Afhandling.

Indvirkning af Klorvand paa Kininklorhydrat efter Forholdet $3\,Cl_2$: Kinin og Inddampning af Opløsningen.

Ved at opløse Kininklorhydrat, $C_{20}H_{24}N_2O_2.HCl.2H_2O$, i lige Molekuler Saltsyre og i Vand og ved at blande Opløsningen med Klorvand (i Forholdet $3\,Cl_2$: Kinin) fik jeg en i første Øjeblik farveløs Opløsning, der dog snart efter blev gul og senere, navnlig snart ved Opvarmning, blev rødbrun. Klorlugten forsvandt under denne Farveforandring. Ved Inddampning paa Vandbad udskiltes der et gult, smukt krystallinsk Klorhydrat. Udbyttet syntes at være bedst, naar Inddampningen skete ved kun svag Varme. Afdampningsskaalen anbragtes i stærkt Lufttræk (umiddelbart foran Trækhullet i Stinkskabet), og Indholdet opvarmedes

kun til omkring 50°. Det var dog langtfra hele Kininmængden, der omdannedes til dette gule Klorhydrat, højst henimod Halvdelen. Resten indeholdtes i det brune, tyktflydende Filtrat. Dette Filtrat afsatte ganske vist efter længere Tids Henstand noget mere af det gule Bundfald; men i øvrigt lod der sig ikke indvinde noget krystallinsk Stof deraf.

Det gule Klorhydrat krystalliserer i gule Prismer, der er tungt opløselige i koldt Vand og med gul Farve, let opløselige i varmt Vand. Den vandige Opløsning reagerer surt og giver med Ferrikloridopløsning grøn Farve. Saltet opløses let i Overskud af frie Alkalier og Ammoniakvand og ligeledes i kulsure Alkalier. Det giver rød Farve med Millon's Reagens og viser i det Hele taget en Fenols Egenskaber. Opløsningen i Natriumhydroxyd reducerede en ammoniakalsk Sølvnitratopløsning (Tollens Reagens) ved svag Opvarmning, og ved Kogning reducerede den Fehlings Vædske. Naar den kogtes med Natron alene, farvede Dampene Sølvnitratpapir brunt-sort. Saltet dannede ikke nogen Herapathit med S. M. Jørgensens Reagens, det lod sig let omkrystallisere af varmt Vand, naar dette ikke var mere end 60—70° varmt. Af kogende Vand syntes det derimod at omdannes, saa at en betydelig Mængde af det blev ukrystallinsk. En ejendommelig Egenskab viste dette gule Klorhydrat, naar det opløstes i Vand under Tilsætning af Ammoniakvand (eller *NaOH*) og denne Opløsning derefter mættedes tilbage med Saltsyre i Overskud. Den gule Opløsning blev da paa et vist Punkt farveløs eller næsten farveløs, og der udkrystalliserede nu et hvidt Salt. Ved Analyse af det gule Salt viste det sig, at dette bestod dels af et Diklorhydrat, dels af et Monoklorhydrat.

Hele Klormængden (bestemt efter Carius' Metode) var	25,7 %.
Klorion	11,64 -
Kvælstof (efter Dumas)	5,37 -
Vand (ved 110°)[1]	12,10 -

Da der indgaar to Kloratomer ved den dobbelte Binding, skulde Mængden af Klor, der er tilstede som Jon, være Halvdelen af hele Mængden, hvis der foreligger et Diklorhydrat, og $^1/_3$, hvis der foreligger et Monoklorhydrat; men den fundne Mængde ligger imellem disse Grænser. 25,7 — 11,64 = 14,06 % af det vandholdige Klorhydrat skulde altsaa udgøre den i Alkaloidet indgaaende Klormængde (Cl_2), hvad der stemmer ret godt med, at Saltet indeholder 5,37 % Kvælstof (Ifølge den fundne Klormængde skulde Kvælstofmængden udgøre 5,54 %.

Ved Omkrystallisation tabte Saltet aabenbart yderligere Saltsyre. Det omkrystalliserede Salt indeholdt:

Hele Klormængden	24,81 %.
Klorion	10,90 -
Kvælstof (efter Dumas Metode)	5,60 -
Vand[2]	11,60 -

[1] Det til 110° opvarmede Stof lugtede lidt af Saltsyre, saa Vandbestemmelsen er vist for høj.

[2] Ved at henstaa i Luften optog Saltet atter hele den tabte Vandmængde.

Differensen mellem hele Klormængden og Klorion er ca. 14 %, ligesom ved Analysen af det ikke omkrystalliserede Salt, og Kvælstofmængden passer ogsaa hermed. Ved Omkrystallisationen blev Saltet noget lysere gult.

For at faa det rene Diklorhydrat dannet opløste jeg Saltet i varmt Vand og tilsatte en større Mængde koncentreret Saltsyre, hvorefter jeg lod Blandingen henstaa til næste Dag. Efterat Moderluden var suget godt fra, blev Saltet udvasket først med 30 %'s Saltsyre og derefter fuldstændigt med Æter.

Til Bestemmelse af hele Klormængden toges 0,2435 grm i Arbejde efter Carius' Metode. Klorsølvet vejede 0,2598 grm = 0,0643 grm Klor = 26,4 %.

Bestemmelse af Klorion. 0,6081 grm gav 0,3352 grm $AgCl$ = 0,0829 grm Cl = 13,64 %.

Vandbestemmelse. Ved 110° tabte Saltet 13,88 % i Vægt. Det antog herved en citrongul Farve[1].

Bestemmelsen af Klorion var vanskelig, da der ved Sølvnitrat og Salpetersyre, selv ved den svageste Opvarmning, fraspaltedes Klorbrinte af Alkaloidet. Bestemmelsen maatte derfor foretages uden Opvarmning og med saa ringe Sølvnitratoverskud som muligt, og for at faa Bundfaldet til at samle sig maatte jeg tilsætte noget Kaliumnitrat. For at kontrollere Bestemmelsen opløste jeg en anden Portion i et lille Overskud af Ammoniak og tilsatte derpaa saameget Salpetersyre som netop var nødvendig for at faa Alkaloidet, der nu fældedes, til atter at opløse sig. Af denne Opløsning udfældede jeg Saltsyren med Sølvnitrat i ringe Overskud og uden Opvarmning. Resultatet var det samme som ved første Bestemmelse, 13,71 %.

Ifølge disse Bestemmelser udgør den som Saltsyre bestemte Klormængde mere end Halvdelen af hele Mængden, saaledes at der trods de tagne Forsigtighedshensyn er fraspaltet lidt af Kloret i Alkaloidet som Klorbrinte. Jeg opvarmede Filtratet fra det ved den nævnte Bestemmelse udskilte Sølvklorid i længere Tid paa Vandbad med Sølvnitrat og Salpetersyre. Herved dannede der sig efterhaanden et betydeligt Bundfald, der vejede 0,1547 grm, og Filtratet herfra udskilte nu ikke længere Sølvklorid ved samme Behandling. Summen af det ved denne Bestemmelse udskilte Sølvklorid, 0,3352 + 0,1547 = 0,4899 grm eller 19,93 % Klor, er temmelig nøjagtigt $^3/_4$ af hele den fundne Klormængde, hvad der viser, at der ved Kogningen er fraspaltet et Molekule Klorbrinte. Ved at bestemme denne Sum undgaar man den omtalte Fejl ved Bestemmelse af Klorion, og da $^3/_4 \cdot 26{,}4 = 19{,}8$ ligger saa nær ved det fundne Tal, maa man antage, at det analyserede Salt er et rigtigt sammensat Diklorhydrat.

Det hvide Monoklorhydrat.

Som før, Pag. 5, nævnt, fik jeg ved at opløse Diklorhydratet i Vand og den nødvendige Mængde Ammoniakvand og ved derpaa at tilsætte Saltsyre i Overskud udskilt et hvidt, krystallinsk Stof. Jeg fremstillede en større Mængde deraf, idet det gule Klorhydrat, jeg benyttede, var renset ved Omkrystallisation. Det blev

[1] Ved at henstaa i Luften optog Saltet atter hele den tabte Vandmængde.

opløst i Vand under Tilsætning af Ammoniakvand og Rystning, indtil alt netop var opløst. Derpaa blev der igen tilsat Saltsyre, hvorved et gult Bundfald fremkom; men ved Tilsætning af mere Saltsyre blev det pludselig næsten ganske hvidt. Endelig blev det hvide Salt renset ved Omkrystallisation.

Under Mikroskopet viste Saltet sig at bestaa af næsten farveløse, smaa Naale eller Prismer. De var kun lidt opløselige i koldt Vand, Opløsningen var svagt gul farvet, reagerede neutral og gav med Ferriklorid ikke en grøn, men en svagt brun Farve. I varmt Vand derimod opløstes Krystallerne let med gul Farve og sur Reaktion. I Forbindelse hermed maa det bemærkes, at et Stykke Lakmospapir, der var vædet med den i Kulden mættede Opløsning, og som derved ikke — hvad der ovenfor er sagt — blev rødt, farvedes stærkt rødt, naar det udvaskedes med varmt Vand. Alt dette tyder paa, at Saltet dissocieres ved Opvarmning med Vand. Iøvrigt viste det de samme Reaktioner som det gule Klorhydrat.

Analyse.

I. Hele Klormængden. 0,2201 grm gav (efter Carius' Metode) 0,1911 grm $AgCl$ = 0,04727 grm Cl = 21,48 % Klor.
Klorion. 0,4423 grm gav 0,1264 grm $AgCl$ = 0,03127 grm Cl = 7,07 %.
Kvælstof (efter Dumas Metode). 0,343 grm gav ved 14° og 750 mm Tryk 16,0 cm^3 Kvælstof = 0,01848 grm = 5,38 %.
Vand. Ved 110° tabte Stoffet 12,72 %? Det blev herved brunt.

II. En anden Portion, der ligeledes var omkrystalliseret og i det Hele taget fremstillet som I.
Hele Klormængden. 0,2578 grm gav (efter Carius) 0,2209 grm $AgCl$ = 0,05467 grm Cl = 21,2 %.
Klorion. 0,5315 grm gav 0,1662 grm $AgCl$ = 0,04112 grm Cl = 7,74 %.
Ved 110° tabte Saltet 13,1 % Vand.

III. En tredie Portion, der var omkrystalliseret to Gange.
Hele Klormængden (efter Carius). 0,2618 grm gav 0,2250 grm $AgCl$ = 0,05516 grm Cl = 21,26 %.
Klorion. 0,7683 grm gav 0,1919 grm $AgCl$ = 0,04747 grm Cl = 7,0 %.
0,3057 grm gav { 0,5000 grm CO_2 = 0,13636 grm C = 44,60 %. / 0,1645 grm Vand = 0,01828 grm H = 5,98 %.
Stoffet antog ved 110° en brunlig Farve og tabte 13,6 % Vand. Ved yderligere Tørring i længere Tid tabte det i alt 13,87 %.
Over Fosforsyreanhydrid tabte det 13,7 %. Ogsaa herved blev det brunt, men ved Henstand i Luften atter hvidt, idet det nøjagtigt optog den tabte Vandmængde.

Efter Forholdet mellem Tallene for den totale Klormængde og Klorion kan man ikke være i Tvivl om, at der her foreligger et Monoklorhydrat. Medens Tallene for den totale Klormængde stemme godt, er dette ikke Tilfældet for dem, der angive Klor som Jon. Der er her den samme Vanskelighed som for Diklor-

hydratets Vedkommende, at der meget let spaltes Klor fra Alkaloidet, og at Sølvkloridbundfaldet meget vanskeligt „sætter sig", naar der ikke maa opvarmes eller tilsættes et rigeligt Overskud af Sølvnitrat og Salpetersyre. Herpaa kunde jeg dog, ligesom ved Diklorhydratet, bøde ved at tilsætte en passende Mængde Kaliumnitrat. Der opstod imidlertid herved en anden Ulempe, nemlig, at det ved Omsætning med Sølvnitratet dannede Alkaloidnitrat, der er meget tungt opløseligt i en Vædske indeholdende Nitration, nu udkrystalliserede i betydelig Mængde ved Henstand. Det maatte derfor fjernes fra Sølvkloridet ved Udvaskning med kogende Vand, hvori der var opløst lidt Sølvnitrat. Bestemmelsen af Klorion bliver saaledes ogsaa her usikker. Filtratet fra det udskilte Sølvklorid ved Bestemmelsen „III" blev derfor i længere Tid opvarmet paa Vandbad med Sølvnitrat og Salpetersyre, og det udskilte betydelige Sølvkloridbundfald blev vejet. Det udgjorde 0,1911 grm = 0,04728 grm Klor = 6,97 %. Adderes Tallet til de forud fundne 7,0 %, faas 13,97 %. Dette Tal er saa nøjagtigt, som man kan vente det ved disse Bestemmelser, $^2/_3$ af hele Klormængden i Saltet. Forøget viser, at der ved Behandlingen er fraspaltet et Molekule Klorbrinte af Alkaloidet, og viser tillige, at Saltet er nøjagtigt sammensat som et Monoklorhydrat.

Naar vi nu fastsætter Indholdet af Klorion efter den ved Kogning med Sølvnitrat og Salpetersyre i det Hele dannede Klorsølvmængde, for Diklorhydratets Vedkommende ved Multiplikation med $^2/_3$, for Monoklorhydratets med $^1/_2$, undgaa vi den Fejl, der fremkommer ved, at mere eller mindre af et Klor fra Alkaloidet kommer med i Bundfaldet. At denne Fejl, trods alle Forsigtighedshensyn, kan være meget betydelig, fremgaar af Bestemmelserne for Klorion i Monoklorhydratet; ved I og III er rigtigt fundet henholdsvis 7,07 % og 7,0 %, ved II derimod 7,74 %.

Ved at betragte Analysens Resultater finder man, at de passe paa Formlen $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3$, baade for Diklor- og for Monoklorhydratets Vedkommende, nemlig:

Diklorhydratet.

Beregnet for $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.2HCl.4Aq.$			Fundet.	
Hele Klormængden	26,2 %	(Se Pag. 6)	26,4 %.	
Klorion	13,1 -		13,26 -	$(\frac{2}{3} \cdot 19{,}93)$.
Vand	13,28 -		13,88 -	[1]

Det hvide Monoklorhydrat.

Beregnet for $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.HCl.4Aq.$			Fundet.	
Hele Klormængden	21,06 %		21,26 %.	
Klorion	7,02 -		6,99 -	$(\frac{1}{2} \cdot 13{,}97)$.
Kvælstof	5,54 -		5,38 -	
Vand	14,2 -		13,6 -	$(13{,}87) \cdot 13{,}7$.
Kulstof	45,1 -		44,6 -	
Brint	6,13 -		5,98 -	

[1] Vandmængden er funden for høj, der er gaaet *HCl* bort.

Udregnes Tallene for det vandfrie Alkaloidsalt, da Vandmængden snarest er fundet for lav, idet der her ved Monoklorhydratet neppe kan være Tale om, at der er gaaet Klorbrinte bort, faas følgende Resultat:

Beregnet for $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.HCl$.	Fundet.
Hele Klormængden 24,45	I 24,61 %, II 24,4 %, III 24,68 %.
Klorion 8,15	- 8,1 - - 8,9 - - 8,13 -
Kvælstof 6,45	- 6,15 -
Kulstof 52,6	- 51,7 -
Brint 5,3	- 5,17 -

Hvis man efter Analysen for Diklorhydratet udregner Klorindholdet i selve det vandfri Alkaloid, faas 18,03 % Klor, og Molekuletallet for Alkaloidet findes at være 394. Efter Analysen for det hvide Monoklorhydrat (III) faas 17,97 % Klor og Molekuletallet 395, for „I“ 17,87 og 397.

Beregnet for $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3$	Fundet i Diklorhydr.	i Monoklorhydr.
M. ..... 397.	394.	I 397, II 395.
Cl % ..... 17,88 %	18,03 %	I 17,87 %, II 17,97 %

At Alkaloidet kun indeholder 19 Kulstofatomer, idet der er fraspaltet Metyl i Kinolinrestens „OCH_3“ Gruppe, fandt jeg ved Behandling af Klorhydratet med rygende Jordbrinte i Zeisels Apparat[1]. Herved gik der intet Metyljodid over, medens Kinin ved denne Behandling afgiver et Molekule Metyljodid.

Naar jeg opløste Klorhydratet i Overskud af Natriumhydroxydopløsning og behandlede Opløsningen videre efter Schotten-Baumanns Metode[2], udskilte der sig et gulligt, klæbrigt Bundfald, som jeg rensede ved gentagen Vaskning med Vand og med ammoniakholdigt Vand samt ved gentagne Gange at opløse det i saa lidt Vinaand som muligt og fælde det med Æter. Herved fik jeg slutteligt Benzoylforbindelsen som et amorft, graahvidt Pulver, som jeg forsæbede med vinaandig Kali. Efter Tilsætning af Fosforsyre afdestillerede jeg Benzoesyren med Vanddamp og bestemte den efter den af H. Meyer[3] angivne Fremgangsmaade.

Til 0,5484 grm Stof, der først var tørret over Fosforsyreanhydrid, derpaa ved 110° (hvorved det kun tabte 2 Milligram), brugtes 20,4 cm³ $^n/_{10}$ KOH for at mætte Benzoesyren. Hvis der foreligger en Tribenzoylforbindelse, $C_{19}H_{19}Cl_2(C_6H_5CO)_3N_2O_3$, skulde der efter Beregningen bruges 23,2 cm³. Herefter synes Alkaloidet altsaa at indeholde 3 Hydroxylgrupper, medens Kininet kun indeholder én. Den ene af de to, der er komne til, maa hidrøre fra OCH_3 Gruppen og maa altsaa findes paa dennes Plads (6), den anden maa være fremkommen ved Iltning, rimeligvis ved det til det første (6) grænsende Kulstofatom (5) i Kinolinets Benzolring, og Alkaloidet kunde saaledes antages for at være et Oxykuprein.

[1] Monatshefte für Chemie 6, 989 (1885) og 7, 406 (1886).
[2] B. 19. 3218 (1886).
[3] B. 28. 2965 (1895).

Kuprein selv gav i saltsur Opløsning ved Behandling med 4 Atomer Klorvand pr. Molekule et Salt, der ganske saa ud som det her omtalte gule Klorhydrat og i det Hele taget viste ganske samme Egenskaber. Navnlig gav det den grønne Reaktion med Ferriklorid og opløstes let i Overskud af Alkalier. Opløsningen i Ammoniakvand gav ved at mættes tilbage med Saltsyre det hvide Monoklorhydrat, og ved at mættes tilbage med Salpetersyre det hvide Mononitrat, der næsten var uopløseligt i Nitratopløsninger (Se nederst paa Siden).

Spørgsmaalet, hvorvidt Alkaloidet i Diklorhydratet og i Monoklorhydratet er et og samme, eller om der ved Ammoniaktilsætningen (Alkalitilsætningen) er sket en Omlejring, saaledes at de to Klorhydrater indeholde forskellige, men isomere Alkaloider, kunde jeg ikke løse ved at fremstille Alkaloidet; thi dette var ubestandigt og lod sig ikke isolere saaledes, at man kunde bestemme dets Smeltepunkt og undersøge dets Egenskaber i det Hele taget. Monoklorhydratet gaar dog ved Opvarmning med Saltsyre over til et Diklorhydrat, der ganske ser ud som det oprindelige; men Smeltepunktet lader sig heller ikke her bestemme; Saltet destrueres ved Opvarmning. De eneste Egenskaber, der var forskellige for det hvide Mono- og det gule Diklorid er, at det første bliver brunt ved Afvanding, det andet blot noget mørkere gult; men dette kunde vel ligge i den forskellige Syremængde. Den anden Forskel, ligeoverfor Ferriklorid, kan vist være at søge deri, at den grønne Reaktion med dette Reagens skyldes en Urenhed; thi Filtratet fra det gule Diklorhydrat blev intensiv grønt med Ferriklorid, Saltet kun svagt, og Farven tabte sig næsten ved Omkrystallisation af stærk Saltsyre, og nu gav Reagenset en smudsig grøn-brun Farve, der ved svag Opvarmning blev rødbrun. Jeg antager derfor, at begge Salte indeholde samme Alkaloid, rimeligvis 5-Oxykuprein.

Det er ovenfor i Forbindelse med Kuprein nævnt, ligesom det er antydet Pg. 8, at det gule Klorhydrat, naar det opløstes i Overskud af Alkalier eller Ammoniakvand og derpaa mættedes tilbage med Salpetersyre, forholdt sig analogt som til Saltsyre; der dannedes et hvidt Mononitrat, som var endnu tungere opløseligt end Klorhydratet og navnlig næsten uopløseligt i Kaliumnitrat o. l. Saltet forholdt sig i sine Reaktioner som Klorhydratet, men var let at kende derfra ved, at det, naar det kogtes med Saltsyre, iltedes og dannede en blodrød Opløsning. Det blev ogsaa brunt ved Tørring, selv om denne skete uden Opvarmning over vandsugende Midler som Fosforsyreanhydrid.

Indvirkning af Klor eller Klorvand paa Kininklorhydrat i Kulden og uden Inddampning af Opløsningen.

I den Hensigt at faa dette tungtopløselige Nitrat dannet direkte af Kininet, uden at Inddampning, hvorved en betydelig Del — som nævnt — omdannes til ukrystallinske Bestanddele, var nødvendig, forsøgte jeg følgende Fremgangsmaade:

Kininklorhydratet blev, ligesom til Fremstillingen af det gule Klorhydrat, opløst i lige Molekuler Saltsyre og Vand til en forholdsvis stærk Opløsning, og til denne blev der nu sat 3 Molekuler Klorluft pr. Kininmolekule. Idet jeg opererede som ved Fremstillingen af Kinindiklorid[1], blev Kloret fordelt paa 3 paa det nærmeste ganske lige store Flasker, hvis Volumen var nøjagtigt udmaalt, og som, efter at være pumpede lufttomme, fyldtes med Klor.

Kloret blev (udvasket og tørret) indledet direkte fra Udviklingsapparatet, idet der ved Stillingen af Tilledningsrørets Hane sørgedes for, at Kloret strømmede ind med passende Hastighed, saa at intet Spor af Luft kom til.

Under Hensyntagen til Temperatur og Tryk beregnede jeg, hvormeget Klor der fandtes i Flaskerne, Kininklorhydratet afvejedes derefter efter Forholdet $3Cl_2 : C_{20}H_{24}N_2O_2.HCl.2H_2O$, og opløstes som nævnt. Jeg havde omtrent 30 grm Klorhydrat opløst i 100 cm^3 Vand og Saltsyre, og denne Opløsning blev gennem en Tragt, der var anbragt i en vel sluttende Kautschukprop, hældt i den første Flaske (med Cl_2), idet Tragten stadig holdtes fyldt. Der dannedes herved en noget grønlig Opløsning og der fandt en betydelig Varmeudvikling Sted, men der skete ingen Luftudvikling. Opløsningen, der nu var bleven noget mere fortyndet, idet den var blandet med Vand til Afskylning, blev paa samme Maade hældt i Flaske No. 2. Herved skete der øjensynligt en betydelig Klorbrintedannelse, Flasken fyldtes med en Taage af Saltsyre, og Opløsningen blev affarvet. Endelig optoges de to sidste Kloratomer, idet Flasken her afkøledes ved at stilles i Isvand. Herved bemærkedes ingen Klorbrintedannelse; men Opløsningen lugtede af Klorundersyrling og antog en svag gulrød Farve. Naar jeg derefter hældte Opløsningen i en Kaliumnitratopløsning (c. 60 grm Kaliumnitrat i 1500 cm^3 Vand), udskiltes der snart efter et betydeligt, ganske hvidt, krystallinsk Bundfald. Dette var imidlertid ikke det forventede, til det gule Klorhydrat svarende Nitrat, men et ganske andet, der frembød flere Overraskelser. Det var yderst tungt opløseligt i Vand, og Opløsningen gav ved Tilsætning af Ammoniakvand alene en dyb grøn Farve. I kold Vinaand var det lettere opløseligt; den vinaandige Opløsning gav derimod ikke Thallejochinreaktionen med Ammoniak, men blev mørkt farvet eller udskilte et mørkt Bundfald. Ved Tilsætning af Kaliumjodid til den vinaandige Opløsning frigjordes der Jod i rigelig Mængde. Under Mikroskopet viste det hvide Stof sig i Reglen at bestaa af Krystaller med krumme Flader, der meget mindede om Natriumantimonat. Det blev brunt i Lyset og maatte derfor opbevares paa brune Glas. Ved Fremstillingen sugede jeg Moderluden godt fra Krystallerne, der samledes paa den med hærdet Filtrerpapir dækkede, gennemhullede Glasplade. Udvaskningen skete hver Gang med lidt koldt Vand, der hver Gang afsugedes godt, og endelig tørredes Krystalmassen paa porøs Lerplade i Mørke. Jeg vil foreløbigt kalde Forbindelsen „Nitrat A".

Da den hvide Forbindelse viste sig saa tungtopløselig, maatte den ogsaa kunne fremstilles (og lettere) ved Behandling med Klorvand. Dette blev kun an-

[1] K. D. V. Selsk. Skr. 7de R., naturv. og math. Afdl. I. 5.

vendt i frisk tilberedt Tilstand og straks efter, at dets Styrke var bestemt. (Mættet ved 8—12° C kunde det faas med omtrent 0,8 %'s Styrke).

Kininklorhydratet blev opløst i lige Molekuler Saltsyre og Vand (30 grm Kininsalt til 100 cm^3 Vand). Blandingen med Klorvand blev isafkølet, og der blev tilsat 2 % (af hele Blandingens Vægt) Kaliumnitrat. Derefter henstod Blandingen nogen Tid i Is, hvorefter Bundfaldet, der var smukt krystallinsk, frafiltreredes og behandledes videre som ovenfor.

Filtratet fra det udskilte afsatte allerede ved Henstand et ret betydeligt krystallinsk Bundfald, der synes at være et Nitrat svarende til det foran Pg. 4 o. flgnde. nævnte gule Klorhydrat, og i større Mængde erholdtes det samme Stof ved Inddampning af Opløsningen uden Opvarmning. Af det hvide Stof fik jeg kun omtrent Halvdelen af Kininklorhydratets Vægt.

Naar det hvide „Nitrat A" blev opvarmet med svovlsyrlingholdigt Vand, opløstes det efter Haanden, idet Svovlsyrlinglugten forsvandt. Den dannede gule Opløsning afsatte, naar Syren afstumpedes med Ammoniak, og naar der blev tilsat 2 % af Opløsningens Vægt Kaliumnitrat, et stort næsten hvidt eller svagt gulligt, krystallinsk Bundfald af et nyt Nitrat, der under Mikroskopet viste sig bestaaende af lange, sekssidede, stumpt tilspidsede Prismer. Det var tungt opløseligt i koldt, men let opløseligt i kogende Vand. I Vinaand var det noget lettere opløseligt og i varm Vinaand meget let. Derimod var det ganske uopløseligt i Æter, Kloroform, Eddikeæter o. a. l. Det opløstes let i Overskud af frie Alkalier, NH_3, og Alkalikarbonater til svagt gule Opløsninger, der atter gav det oprindelige Nitrat ved Neutralisation eller svag Overmætning med Salpetersyre. Den vandige Opløsning gav med Ferrikloridopløsning en brunlig Farve, der ved Opvarmning blev mere rødlig. Som det var at vente, gav den vandige Opløsning ved Tilsætning af Klorvand (to Atomer *Cl*) og 2 % Kaliumnitrat Udskilning af det hvide, krystallinske „Nitrat A", hvoraf Forbindelsen var dannet ved Reduktion; dette frigjorde i vinaandig Opløsning Jod af Kaliumjodid og gav i vandig Opløsning Thallejochin ved Tilsætning af Ammoniak alene.

Herefter maatte jeg antage, at dette svagt gule Nitrat, som jeg foreløbigt vil kalde „Nitrat I", maatte kunne dannes ved at indvirke paa Kininklorhydrat med to Molekuler Klor i Stedet for med 3, og dette fandt jeg bekræftet. Jeg benyttede Kloret i Form af Klorvand og gik i det Hele taget frem som ved Fremstillingen af den hvide Forbindelse, der indeholdt aktivt Klor (se ovenfor). Straks efter Tilsætningen af Klorvand og Kaliumnitrat var Opløsningen klar og farveløs og lugtede ogsaa endnu af Klor (eller Klorundersyrling), men Lugten tabte sig snart helt, Opløsningen antog en gul Farve (som en Kaliumkromatopløsning), og det næsten hvidehvidgule, krystallinske Bundfald udskiltes nu i stor Mængde. Efter en à to Timers Henstand i Isvand blev Krystallerne samlede, idet Moderluden sugedes godt fra, de udvaskedes med Vand og tørredes paa Filtrerpapir. Nitratet maatte renses; thi dets vandige Opløsning gav med Ammoniak en grøn Opløsning; det indeholdt altsaa lidt af det hvide „Nitrat A". Det blev derfor opløst i 150 Dele Vand ved

c. 60° under Tilsætning af Svovlsyrling, indtil dennes Lugt ikke længere tabte sig, og indtil en lille Prøve ikke længere blev grøn med Ammoniak. Derpaa blev der sat 2 % Kaliumnitrat til Opløsningen, og Saltet udskiltes nu straks i rigelig Mængde. Næste Dag samledes Krystallerne og behandledes videre, som ovenfor nævnt.

Forbindelsen var dog endnu ikke ren — den indeholdt en for stor Klormængde —; derfor rensedes den ved Omkrystallisation af varm, fortyndet Vinaand (c. 80 %'s) (Opvarmning paa Vandbad, Tilsætning af en Smule Salpetersyre og hurtig Filtration paa Varmvandstragt). Ved Afkøling syntes den vinaandige Opløsning næsten at stivne, Krystallerne vare lysegule, meget store Prismer, som foran nævnt.

Filtratet fra Raaproduktet af „Nitratet I" maatte antagelig endnu indeholde en betydelig Mængde Stof. Jeg satte derfor mere Klorvand til Opløsningen, indtil den, selv efter nogen Henstand i Isvand, vedblev at lugte af Klorundersyrling. Herved tabte Opløsningen den gule Farve, og efter kort Tids Forløb udkrystalliserede vel en ikke ubetydelig Mængde af den hvide Forbindelse („Nitrat A") i meget smukke Krystaller; men selv efter et løsere Skøn over Vægten af dette Bundfald maatte der endnu være en meget betydelig Mængde Stof i Opløsningen. Denne gav ogsaa stærk Thallejochinreaktion med Ammoniak og blev brun ved Henstand.

Jeg tilsatte nu Svovlsyrlingvand, indtil Opløsningen lugtede tydeligt deraf og indtil den ikke længere blev grøn med Ammoniak. Derefter afstumpede jeg Syren med Ammoniakvand, indtil ganske svag sur Reaktion, og herved udskiltes der et stort, krystallinsk, hvidgult Bundfald, som jeg vil kalde „Nitrat II". Krystallerne vare smaa, men saa iøvrigt ud som Nitrat I. Paa Grund af Krystallernes Lidenhed gjorde Saltet under Moderludens Afsugning paa Tragten Indtryk af at være plastisk ligesom Ler. Efter Tørring rensedes Saltet ligesom „Nitrat I" og saa da ud ligesom dette (se ovenfor).

Med Hensyn til Kvantiteten af de dannede Forbindelser, da udgjorde den samlede Vægt af hvad der blev indvundet af Raaprodukter (forinden Rensning og Omkrystallisation) af 30 grm Kininklorhydrat c. 37 grm, nemlig 16,2 grm af „I", 14 grm af „II" og 7 grm af det hvide „Nitrat A". Som det vil fremgaa af det følgende, svarer dette Resultat omtrent til det beregnede Udbytte.

Ganske paa samme Maade som jeg fremstillede dette Nitrat kunde jeg faa Klorhydratet, naar jeg udsaltede med Kogsalt i Stedet for med Kaliumnitrat. I det følgende skal jeg omtale mine Undersøgelser over de her nævnte Forbindelser, idet jeg først skal beskrive Klorhydratet, der bedst egnede sig til Analyse.

Dihydro-5-Oxy-6-Ketocinchonindikloriddiklorhydrat.

$(C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.2HCl.2^1/_2H_2O)$

Som det vil fremgaa af det følgende, maa jeg antage denne Formel for Klorhydrat I. Jeg fremstillede Saltet (se ovenfor) ved at opløse det afvejede Kininklor-

hydrat i lige Molekuler Saltsyre og Vand (1 Del Salt + 3 Dele Vand). Opløsningen hældte jeg i Klorvandet (Kinin : Cl_4), der var frisk tilberedt, c. 0,8 %'s og isafkølet. Opløsningen blev snart farveløs, og Klorlugten tabte sig, derefter blev Opløsningen gul, og efter nogen Tids Forløb tilsatte jeg 2 à 3 % af Opløsningens Vægt rent Kogsalt, hvorved „Klorhydrat I" udkrystalliserede. Det blev efter et Par Timers Henstand samlet og Moderluden godt frasuget. Det blev kun udvasket med en meget ringe Vandmængde, der afsugedes godt; thi det var meget let opløseligt i Vand. Filtratet gav efter Behandling med Svovlsyrling, indtil det ikke reagerede grønt med Ammoniak, en meget betydelig Fældning, naar Syren afstumpedes med Ammoniak. Jeg vil foreløbig kalde dette Salt „Klorhydrat II".

Det viste sig ved Analysen af „Klorhydrat I", at det efter Omkrystallisation af varmt Vand havde en Sammensætning, der laa mellem et Mono- og et Diklorhydrat. Jeg forsøgte da at opløse Saltet i varmt Vand og tilsætte en rigelig Mængde stærk Saltsyre. Herved begyndte det snart efter at udskilles i store, svagt gullige, lange Prismer. Det blev samlet næste Dag, Moderluden sugedes godt fra, og Saltet udvaskedes først med Vinaand, hvori det var meget tungt opløseligt, indtil den fraløbende Vinaand ikke længere reagerede surt, derefter udvaskedes det med Æter. Saltet var tungt opløseligt i koldt Vand, let i kogende. Det opløstes let med gul Farve i Alkalier og Alkalikarbonater (og i Ammoniak). Den vandige Opløsning farvedes rødbrun af Ferriklorid, den gav med Klorvand (Cl_2) og ved Tilsætning af Kaliumnitrat det hvide „Nitrat A". Opløst i fortyndet Vinaand gav Saltet med S. M. Jørgensens Reagens et smukt krystallinsk Herapathit. Opløst i Natronlud reducerede det ammoniakalsk Sølvnitrat og Fehlings Vædske. Dette Salt, der nøjagtigt var sammensat som et Diklorhydrat, analyseredes.

Vandbestemmelse I. Stoffet blev opvarmet i et U-formet Rør, hvorigennem lededes en langsom Strøm af tør Luft. U-Røret var ophængt i et Luftbad, der opvarmedes til omkring 60° C, og det var forbundet med et vejet Rør med Kaliumhydroxyd til Absorption af muligt bortgaaet Klorbrinte. Det viste sig ved Fældning med Sølvnitrat i salpetersur Vædske, at *KOH* havde optaget 1,5 Milligr *HCl*. Efter at denne Størrelse var trukket fra U-Rørets Vægttab, var dette 8,27 %.

II. Over Forforsyreanhydrid i Vacuum tabte Saltet 8,61 %.

Bestemmelse af Klorion. Da Alkaloidet ved Opvarmning med Sølvnitrat og Salpetersyre gav Bundfald af *AgCl*, maatte Bestemmelsen foretages uden Opvarmning, saaledes at Blandingen henstod et Par Døgn efter Tilsætning af Sølvnitrat og Salpetersyre.

I 0,6401 grm gav 0,3521 grm *AgCl* = 13,61 % *Cl*
II 0,6020 - - 0,3297 - — = 13,55 - -
III 0,7154 - - 0,3933 - — = 13,60 - -

Bestemmelse af hele Klorindholdet. (Carius' Metode).

I 0,2619 grm gav 0,2951 grm *AgCl* = 27,87 % *Cl*
II 0,2057 - - 0,2307 - — = 27,75 - -

Bestemmelse af Kvælstof. (Dumas' Metode)

0,3693 grm gav 17,0 cm^3 Kvælstof ved 20° og 764 mm. Tryk = 5,26 % Kvælstof.

Bestemmelse af Kulstof og Brint

I 0,3078 grm gav { 0,4950 grm Kulsyre = 43,85 % Kulstof
0,1565 - Vand = 5,65 - Brint

II 0,2778 grm gav 0,4432 grm Kulsyre = 43,54 % Kulstof
- - 0,1421 - Vand = 5,68 - Brint

Forbrændingen foretoges i Ilt, idet Stoffet i et Porcellænstrug var blandet med Blykromat. Dampene lededes over glødende Kobberilte og et mindre Lag Blykromat og efter dette over en Sølvrulle. Da det ikke var mig muligt at faa selve Alkaloidet i ren Tilstand, og da endvidere Vejning af det vandfri Klorhydrat var vanskelig, maatte Analysen foretages paa det vandholdige Klorhydrat.

Analysen stemmer med Formlen $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.2HCl.2^1/_2H_2O$.

Beregnet.		Fundet.	
C	43,9 %	I 43,85 %	II 43,54 %
H	5,63 -	I 5,63 -	II 5,68 -
N	5,43 -	5,3 -	
Cl (i Alkaloidet)	13,8 -	I 14,2 -	II 14,15 -
Cl (hele Mængden)	27,6 -	I 27,87 -	II 27,75 -
Vand	8,73 -	I 8,61 -	II 8,27 -

Dihydro-5-Oxy-6-Ketocinchonindikloridnitrat.

$(C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.HNO_3.3H_2O)$

Vandbestemmelse. Ved Henstand over Fosforsyreanhydrid afgav Stoffet 10,4 % Vand, ved Opvarmning til 105° afgav det 10,9 %.

Bestemmelse af Klor (Carius' Metode)

I 0,2609 grm gav 0,1473 grm *AgCl* = 13,97 % *Cl*
II 0,2258 - - 0,128 - *AgCl* = 14,02 - -

Kvælstof (Dumas' Metode) I 0,3954 grm gav 27,6 cm^3 Kvælstof ved 16° C og 762 mm Tryk = 8,11 % Kvælstof.

II 0,4103 grm gav 30,4 cm^3 Kvælstof ved 17° C og 744 mm Tryk = 8,36 % Kvælstof.

Kulstof og Brint.

0,2518 grm gav { 0,4036 grm CO_2 = 43,71 % Kulstof.
0,1332 - Vand = 5,87 - Brint.

Ligesom ved Klorhydratet har jeg brugt det vandholdige Salt til Analysen, da det vandfrie var yderst hygroskopisk og vanskeligt kunde afvejes nøjagtigt. Analysen stemmer med Formlen: $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.HNO_3.3H_2O$.

Beregnet.		Fundet.
C ... 44,3 %		43,7 %
H ... 5,64 -		5,87 -
N ... 8,17 -	I 8,11 %	II 8,36 %.
Cl .. 13,81 -	I 13,97 -	II 14,02 -
Vand 10,5 -	I (over P_2O_5), 10,4 %, (105°) 10,9 %.	

Saltet var fremstillet som omtalt Pg. 12—13 og renset først ved Omkrystallisation af Vand under Tilsætning af lidt Svovlsyrlingvand, derefter ved Omkrystallisation af Vinaand gentagne Gange. Det havde en svag svovlgul Farve og i det Hele taget de samme Egenskaber som det ved Reduktion af „Nitrat A" dannede Salt og viste samme Reaktioner som „Klorhydrat I". Af dette Klorhydrat kan det ogsaa let faas, nemlig naar dette opløses i Ammoniak eller Alkalier og Opløsningen derpaa mættes tilbage med Salpetersyre. Det faas ogsaa, naar Klorhydratet opløses i en stor Mængde Vand og der til Opløsningen sættes Nitration (KNO_3 eller NH_4NO_3). Omvendt kan man ogsaa faa Klorhydratet af dette Nitrat, naar det opløses i Alkalier og Opløsningen mættes tilbage med Saltsyre, eller ved at opløse Nitratet i en stor Mængde Vand og fælde med Klorion (*NaCl* eller *AmCl*); men i saa Fald bliver det meget vanskeligt at faa Saltet frit for Salpetersyre. Dette viser altsaa, at Klorhydrat „I" og Nitrat „I" indeholde samme Alkaloid.

Den samme Vanskelighed, det frembød at faa Klorhydratet salpetersyrefrit ved Omsætning mellem Nitratet og Klorider, træffer man atter, naar man forsøger ved Dobbeltdekomposition med Nitratet eller Klorhydratet som Udgangspunkt at fremstille andre Salte, og hertil kommer den Usikkerhed, der fremkommer ved, at Alkaloidet baade kan være ensyret og tosyret, saaledes at man let faar dannet en Blanding af Saltene med 1 og med to Ækvivalenter Syre.

Dihydro-5-Oxy-6-Ketocinchonindikloridjodhydrat.

($C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.HJ.4H_2O$)

Saaledes har jeg fremstillet et Jodhydrat, der var smukt krystallinsk og livlig gult som Jodoform. Jeg opløste Nitratet i Vand ved c. 60°, blandede Opløsningen med Kaliumjodidopløsning i rigelig Mængde og med ganske lidt Svovlsyrlingvand. Snart efter begyndte Saltet at udkrystallisere i store gule Prismer.

Ved at henstaa over Fosforsyreanhydrid tabte Saltet 9,86 % Vand.

0,2317 grm gav efter Carius' Metode 0,1951 grm Klor- og Jodsølv.

0,5514 grm gav ved Fældning med Sølvnitrat og Salpetersyre i Kulden 0,2115 grm *AgJ*.

Heraf beregnes 11,44 % Klor og 20,74 % Jod, hvilke Størrelser nogenlunde indbyrdes svare til hinanden som $Cl_2 : J$.

0,3019 grm gav ved Dumas' Metode 14,8 cm^3 Kvælstof ved 16,5° C og 754 mm Tryk. = 5,64 % Kvælstof.

Disse Tal passe nogenlunde til Sammensætningen $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.HJ.4H_2O$; men Saltet indeholdt Salpetersyre i let paaviselig Mængde, og Kvælstofprocenten er derfor for høj, Klor- og Jodprocenten for lav.

	Beregnet.	Fundet.
Klor	11,89 %	11,44 %
Jod (Ion)	21,27 -	20,74 -
Kvælstof.	4,71 -	5,64 -
Vand	9,1 -	9,86 -

Da jeg forsøgte at omkrystallisere Saltet, tabte det Jodbrinte i betydelig Mængde.

Selve Alkaloidet.

$(C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.xH_2O)$

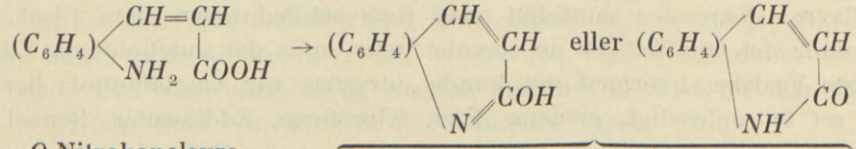
De samme Vanskeligheder som ved de nævnte Saltes Fremstilling vise sig ogsaa her. Jeg forsøgte at fremstille Alkaloidet af Nitratets eller Klorhydratets Opløsning i Natriumhydroxyd eller Natriumkarbonat ved Tilledning af Kulsyre. Kulsyretilledningen fortsattes, indtil Opløsningen over det hvide Bundfald var farveløs eller næsten farveløs, og indtil der ikke længere dannedes blæret Skum. Det udskilte Alkaloid opløstes paa ny i Natriumkarbonat og fældedes som før. Bundfaldet indeholdt imidlertid en betydelig Mængde henholdsvis Salpetersyre eller Saltsyre. Naar der samtidigt med Kulsyretilledningen blev tilsat Natriumacetat, kunde det faas frit for de nævnte Syrer, men det indeholdt da Eddikesyre. Den eneste Vædske, hvormed det kunde udrystes, var Amylalkohol; heri var Alkaloidet ret let opløseligt, medens Æter, Kloroform, Eddikeæter, Benzol, Ligroin højst opløste et Spor. Til en noget opvarmet vandig Opløsning af Klorhydratet satte jeg Natriumkarbonat indtil ganske svag alkalisk Reaktion, hvorved en Del af Alkaloidet udskilte sig, og derefter Amylalkohol. Ved Rystning opløstes det nu til en stærkt grønlig fluorescerende Opløsning. Naar denne Opløsning var fraskilt, kunde Alkaloidet udskilles, men i amorf Tilstand, ved Æter som et hvidt Bundfald. Selve Amylalkoholopløsningen afsatte det ved Inddampning tildels krystallinsk, men det var da allerede brunt og omdannet. Noget bedre gik det, naar der blev sat 3 à 4 Rumfang Æter til Amylalkoholopløsningen og det udskilte amorfe Alkaloid frafiltreret. Filtratet afsatte da ved Inddampning en Del som farveløse Krystaller. Disse bleve imidlertid snart brune, og en yderligere Undersøgelse af Stoffet maatte opgives. Det amorfe ved Æter fældede smeltede ved omkring 200°, idet det blev brunt og destrueredes (Block Maquenne).

Alkaloidet indeholder to Hydroxylgrupper. Nitratet opløstes i et rigeligt Overskud af Natronlud (10 %'s), hvorpaa der blev tilsat Benzoylklorid lidt efter lidt og under Svaling med Vand (3 grm af Saltet — 8 grm Benzoylklorid). Benzoylforbindelsen, som udskiltes herved, var gullig, blød og klæbrig. Den rensedes

ved Vaskning med Vand og med ammoniakholdigt Vand, og ved gentagne Gange at opløses i saa lidt Vinaand som muligt og ved Fældning med Æter. Jeg fik da Forbindelsen som et hvidt, tørt Pulver, der afvejedes efter Tørring ved 105° og forsæbedes med vinaandig Kali. Derpaa blev der tilsat Fosforsyre, og Benzoesyren blev dreven over med Vanddamp og bestemt som Pg. 9 beskrevet. For 0,5565 grm af Benzoylforbindelsen brugtes til Neutralisation af den overdestillerede Benzoesyre 17,7 ccm $^{n}/_{10}$ *NaOH*, medens der for Forbindelsen $C_{19}H_{20}Cl_2N_2O_3.(C_6H_5CO)_2$ efter Beregningen til den afvejede Mængde skulde bruges 18,4 ccm. Ved Bestemmelse efter Carius' Metode fandt jeg i Benzoylforbindelsen 14 % *Cl*, medens den efter Beregning skulde indeholde omtrent 12 %.

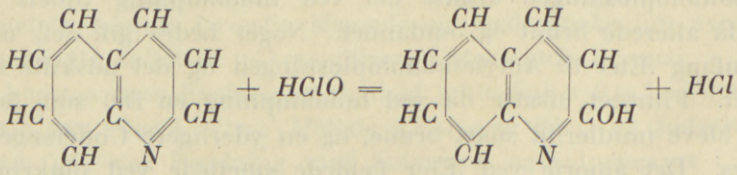
Der er altsaa ved Klorets Indvirkning paa det først dannede Kinindiklorid yderligere dannet en Hydroxylgruppe, idet Kininet selv kun indeholder én, da det danner en Monobenzoylforbindelse[1] og en Monoacetylforbindelse[2]. Denne Hydroxylgruppe har fenolagtig Karakter, hvad der fremgaar af, at Alkaloidet er opløseligt i Alkalier, giver brun Farve med Ferriklorid o. s. v.

Hydroxylgruppen er ikke indtraadt i Kinolinrestens Pyridingruppe. I Aaret 1888 fremstillede Erlenmeyer og Rosenhek[3] ved Indvirkning af Klorundersyrling paa Kinolin det saakaldte Karbostyril, der allerede i 1852 var fremstillet af Chiozza[4] ved Reduktion af *O*-Nitrokanelsyre og som derved er vist at være et Anhydrid af *O*-Amidokanelsyre



O-Nitrokanelsyre — Karbostyril

Naar Erlenmeyer og Rosenhek fremstillede denne Forbindelse af Kinolin ved Klorundersyrling, fandt der altsaa ikke den saa almindelige Addition af *ClOH* Sted, men en Iltning, enten:

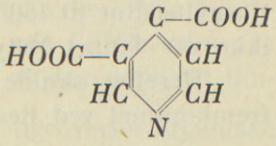


eller ogsaa er den dobbelte Binding mellem Kvælstofatomet og Kulstofatomet hævet, og der er dannet en Ketoforbindelse med Gruppen $-NH-CO-$.

[1] Schützenberger C. r. 47. Pg. 233.
[2] Liebigs An. 205. Pg. 314.
[3] Ber. d. deutsch. chem. Ges. 18. 3295.
[4] Liebigs An. 83. 118.

Omtrent samtidigt fik Einhorn og R. Lauch[1] ved Indvirkning af Klorundersyrling (Klorkalk og Borsyre) paa Kinolin dannet en hvid, krystallinsk klorholdig Forbindelse, der var sammensat C_9H_6NOCl, og som meget let ved Svovlsyrling, ved Ammoniak og ved flere andre Reagenser altid gik over til Karbostyril. Denne Forbindelse maatte altsaa indeholde Kloret i Kinolingruppens Pyridinring. Den kunde ogsaa let gendannes af Karbostyril, naar en alkalisk Opløsning deraf blev blandet med Natriumhypoklorit og Kulsyre tilledet. Jeg har fremstillet dette Klorkarbostyril efter Einhorns Angivelse og fundet, at det i vinaandig Opløsning frigør Jod af Kaliumjodid. Der er saaledes en vis Overensstemmelse mellem dette Stof og den hvide Pg. 11 omtalte Forbindelse (Nitrat A), jeg har fremstillet af Kinin, idet denne synes at staa i samme Forhold til Alkaloidet i „Klorhydrat I", som Einhorn og Lauchs hvide Forbindelse til Karbostyril, og dette Alkaloid (af Klorhydrat I) kunde da antages at være Karbostyril, hvori Brintatomet 4 (γ) var erstattet af Kininresten $C_{10}H_{16}NO$. Vel vilde dette ikke kunne bringes i Overensstemmelse med Paraoxykinolinets Forhold til Klor, som vi kende gennem Zinckes og gennem Führers Arbejder (se senere Pg. 27), men det maa erindres, at vi her have at gøre med den tilsvarende Anisol, og hvorledes denne, hvori Hydroxylbrinten er erstattet af Metyl, vilde reagere paa Klor, kende vi ikke.

At den af Kinin dannede Forbindelse („Klorhydrat I") dog ikke svarer til Karbostyril, fremgaar af de Iltningsforsøg, jeg har underkastet Alkaloidet. Ved Iltning med Salpetersyre danner Kinin Cinchomeronsyre[2], $\beta.\gamma$ Pyridindikarbonsyre; hvis Forbindelsen svarer til Karbostyril, maatte den da ved Iltning med Salpetersyre give α-Oxycinchomeronsyre; men det gør den ikke, den danner Cinchomeronsyre.



For at undersøge Spørgsmaalet har jeg efter Weidel og Schmidts Forskrift fremstillet Cinchomeronsyre af Kinin ved fortsat Iltning med stærk Salpetersyre (Vf 1,40) og har derefter underkastet det omhandlede Alkaloid den samme Behandling. Herved fik jeg i begge Tilfælde ganske det samme smukt krystalliserende Produkt. Prøver af begge Portioner anbragte i Kapillærrør paa samme Thermometer, der var anbragt i koncentreret Svovlsyre, smeltede i samme Øjeblik, begge ved 248°,5, netop det af Weidel og Schmidt angivne Smeltepunkt.

Ogsaa Elementæranalysen af den Syre, der var fremstillet af „Klorhydrat I", bekræftede, at der forelaa Cinchomeronsyre, $C_5H_3N(COOH)_2$.

Beregnet.	Fundet.
C 50,3 %	50,8 %
H 3,0 -	3,14 -
N 8,3 -	8,17 -

[1] Liebigs An. d. Chem. B. 243 (1888), Pg. 342.

[2] Weidel og M. Schmidt. Ber. d. deutsch. chem. Ges. B. 12 (1879) 1146.

Herefter kan Hydroxylgruppen ikke være traadt ind i Kinolinets Pyridingruppe, men maa altsaa findes i Benzolgruppen.

Metyl i „OCH_3" Gruppen er fraspaltet som Metylalkohol.

Som bekendt adskiller Kinin sig fra Cinchonin og Cinchonidin ved at have et Brintatom i Kinolingruppen (i Stillingen „6") erstattet af Gruppen OCH_3. Hydroxylgruppen kunde da være opstaaet enten ved Fraspaltning af Metylgruppen eller ved Iltning af et af Brintatomerne (i Benzolringen) til Hydroxyl.

For at undersøge dette Spørgsmaal kogte jeg baade selve Alkaloidet (der indeholdt lidt Eddikesyre, se Pg. 17) og det ved Omsætning med Nitratet dannede Jodhydrat (se Pg. 16) med rygende Jodbrinte i Zeisels Apparat (se Pg. 9). I begge Tilfælde fik jeg dannet en ringe Mængde CH_3J, men ikke $^1/_{10}$ af den beregnede Mængde. Ved at gentage Forsøget i et Apparat med vel indsleben Glasprop i Stedet for Korkprop i Kolben, hvori Jodbrinten og Stoffet kogtes, fik jeg slet intet dannet. For at undgaa Dannelsen af Perjodid, der maatte antages at reagere vanskeligere, forsøgte jeg at tilsætte Eddikesyre[1] og lidt rødt Fosfor i Udviklingskolben; men Resultatet blev det samme. Da jeg opvarmede Klorhydratet med stærk Saltsyre i tilsmeltet Rør til 150°[2], ja i et Forsøg endogsaa til 175°, viste det sig, at der aldeles ikke var dannet Metylklorid.

Herefter skulde da Metylgruppen være fraspaltet og Hydroxylgruppen være fremkommet ved Reaktionen:

$$ROCH_3 + HCl = ROH + CH_3Cl.$$

Ligesom dette dog forekom mig lidet rimeligt, idet der jo aabenbart var foregaaet en Iltning ved Processen, forbrugt to Atomer Klor, uden at Alkaloidets Klorindhold var forøget ud over de to Atomer, det forud indeholdt, saaledes blev jeg snart paa det Rene med, at der i Virkeligheden ikke dannedes Metylklorid ved Klorhydratets Fremstilling af Kinin. Ved nemlig at fremstille Forbindelsen i lukket Kar af Klorvand og Kininklorhydrat i saltsur Opløsning fremkom der aldeles intet Tryk i Karret, og ved at opvarme Filtratet fra det under Afkøling i Is udskilte „Klorhydrat I" (Se Pg. 13) næsten til Kogning skete der end ikke den svageste Luftudvikling.

Det lykkedes mig derimod at paavise, at der er fraspaltet Metylalkohol. Hertil benyttede jeg Filtratet fra „Klorhydrat I". Dette blev kogt under Tilledning af Vanddamp, idet der af en Liter blev overdestilleret c. 200 ccm. Det var imidlertid heldigere og gav ganske samme Resultat m. H. t. Destillatet først at reducere det nævnte Filtrat med Svovlsyrlingvand, indtil en lille Prøve ikke længere

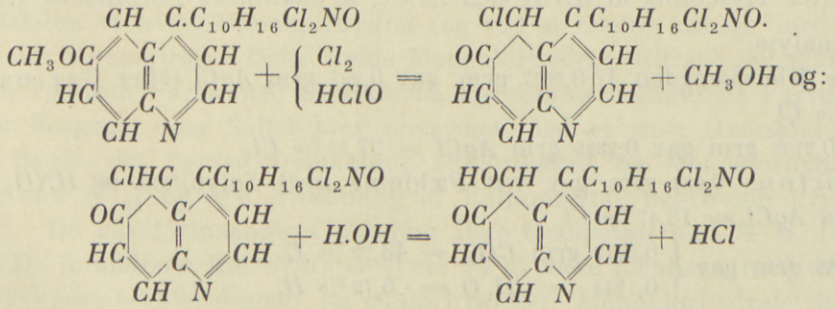
[1] Efter Baeyer og Villigers Forslag. B. 35. 1199 (1902).

[2] Hesse, Liebigs An. 205. Pg. 314.

gav grøn Farve med Ammoniakvand, neutralisere — eller næsten neutralisere — med Ammoniakvand, frafiltrere det i betydelig Mængde udskilte Bundfald og nu destillere Filtratet med Vanddamp. Destillatet blev gjort svagt alkalisk med Natriumhydroxydopløsning og paany destilleret med Deflegmator, indtil $^1/_{10}$ à $^1/_5$ var gaaet over. Der kunde i dette Destillat konstateres en yderst ringe Mængde Formaldehyd. — Reduktion af Tollens Reagens og Farvning af Fuchsinsvovlsyrling. — Men naar Destillatet iltedes, dannedes der Formaldehyd i rigelig Mængde. Naar jeg f. Ex. iltede med Kaliumpermanganat eller ved gentagne Gange at dyppe en glødende Kobberspiral i Vædsken og derefter afkøle, og gentage Behandlingen et Par Gange endnu, gav Opløsningen en stærk kirsebærrød Farve med Fuchsin-Svovlsyrlingen, der forud kun var bleven svagt rød. Ved at destillere Vædsken saaledes, at Dampene bleve ledede over en ophedet Kobberspiral, lugtede Destillatet stærkt af Formaldehyd og ved Henstand med Ammoniak dannedes Hexametylentetramin, der paavistes ved de sædvanlige Reaktioner med Bromvand og Jod-Jodkalium. Ogsaa ved Behandling med Kaliumdikromat og Svovlsyre dannedes der Formaldehyd, let kendelig ved Lugten. Hermed er det bevist, at der ved Dannelsen af det her nævnte Alkaloid er fraspaltet Metylalkohol.

Ved et Forsøg konstaterede jeg, at Forbindelsen ogsaa dannedes ved at behandle Kinindiklorid opløst i Saltsyre med Klorvand (to Atomer). (Se Pg. 27).

Jeg antager, at den Reaktion, der foregaar, maa være følgende. Den Blanding af Klorundersyrling og Cl_2, som Klorvand er, virker ved Cl_2 adderende paa Kininresten (ved den dobbelte Binding udenfor Kinolingruppen) og ved $ClOH$ adderende paa Gruppen $CH_3OC{=}CH$ (i Kinolinets Benzolring), saaledes at den dobbelte Binding hæves, den almindeligste Reaktion, Klorundersyrling viser ligeoverfor organiske Forbindelser med dobbelt bundne Kulstofatomer. Der maa altsaa, idet CH_3OH fraspaltes, dannes Gruppen $OC{-}CHCl$; men da den dannede Forbindelse ikke indeholder mere end to Kloratomer, maa dette sidste Kloratom have omsat sig videre med Vand til HCl, hvorved Gruppen $CO{-}CH.OH$ fremkommer, og Processen kunde da skrives:



Denne Formel, $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3$, passer med Analysen (Pg. 15) og med, at

Forbindelsen indeholder to Hydroxylgrupper, men den ny tilkommende af disse findes i Gruppen *CHOH* og ikke som *COH*, trods det, at Stoffet har antaget fenolagtige Egenskaber, er opløseligt i frie Alkalier (og Karbonater) — hvad Kinindiklorid ikke er — og giver brun Farve med Ferriklorid. Man kunde tænke sig en Omlejring til $C(OH)=C(OH)$; men i saa Tilfælde skulde Molekulet indeholde 3 Hydroxylgrupper, medens det kun indeholder to. Muligt kunde man tænke paa en Sammenligning med de af Claisen[1] fundne Oxymetylenforbindelser, der vise samme Egenskaber, farves af Ferriklorid og navnlig foruden af frie Alkalier ogsaa opløses af kulsure Alkalier. I Forbindelse hermed skal jeg nævne, at det ikke lykkedes mig at faa Forbindelsen til at optage Metyl ved i Kulden at behandle den i alkalisk Opløsning med Dimetylsulfat, hvad der antageligt vilde ske, om den indeholdt Gruppen *C(OH)*.

Klorhydrat II er identisk med Dihydro-5-Oxy-6-Ketocinchonindikloriddiklorhydrat.

Filtratet fra „Klorhydrat I" gav, som tidligere omtalt, grøn Farve (Bundfald) med Ammoniakvand; men den grønne Farve var langt mindre intensiv end for Thallejochin, og Bundfaldet blev ved Henstand snart smudsig-brunt. Tilsattes derimod Svovlsyrlingvand, indtil en lille Prøve af Opløsningen ikke længere blev grøn, men gul ved Overskud af Ammoniakvand, og neutraliseredes det Hele derpaa med Ammoniak, kom der et stort, næsten hvidt Bundfald, der vejede omtrent lige saa meget som det forud udskilte „Klorhydrat I". Bundfaldet opløstes i varmt Vand, og der blev tilblandet et stort Overskud af stærk Saltsyre. Ved Afkøling udskiltes nu et meget stort, krystallinsk Bundfald, der saa ud ganske som „Klorhydrat I", og som i et og alt forholdt sig som dette. Det gav brun Farve med Ferriklorid, opløstes i Overskud af Alkalier og Ammoniak som ogsaa af Alkalikarbonater. Det frie Alkaloid fremstillet deraf (som Pg. 17 nævnt) smeltede under Destruktion ved omkring 200°.

Det gav en Herapathit ganske som „Klorhydrat I", og med Klorvand (Cl_2) gav det efter Tilsætning af KNO_3 den hvide, krystallinske Forbindelse (Nitrat A).

Analyse.

Hele Klormængden I) 0,2677 grm gav 0,297 grm *AgCl* (efter Carius' Metode) = 27,45 % *Cl*.

II) 0,2103 grm gav 0,2325 grm *AgCl* = 27,35 % *Cl*.

Klorion. 0,684 grm gav ved Fældning med Sølvnitrat og HNO_3 i Kulden 0,3723 grm *AgCl* = 13,47 % *Cl*.

0,3389 grm gav { 0,5372 grm CO_2 = 43,22 % *C*. / 0,1744 - H_2O = 5,72 % *H*.

Over P_2O_5 gav Stoffet 11,17 % Vand.

[1] Liebigs An. B. 281 (1894) 306.

Vandmængden er altsaa forskellig fra den, Klorhydrat I indeholder, men iøvrigt er Sammensætningen ganske den samme, hvilket ses, naar man udregner Resultaterne for vandfrit Stof, $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3.2HCl$.

	Beregnet.	Fundet.
C	48,51 %	48,65 %
H	5,10 -	5,04 -
Cl (total)	30,21 -	1) 30,90 - 2) 30,78.
Cl (Ion).	15,1 -	15,16 -

Man maa saaledes antage, at „Klorhydrat I“ og „II“ ere identiske, og ved Iltningen er hele Stofmængden da i Virkeligheden, naar den her omtalte Behandling af Filtratet fra Klorhydrat I foretages, bragt til at danne et og samme Stof, som jeg har kaldt Dihydro-5-Oxy-6-Ketocinchonindikloriddiklorhydrat, idet Forbindelsen, hvad der er gjort Rede for ved Konstitutionsformlen (Pg. 21), kan tænkes afledet saaledes som udtrykt i Navnet af 5-6-Dihydrocinchonin.

Hvis man, uden at behandle med Svovlsyrling, lader Filtratet fra Klorhydrat I henstaa, udskilles der et gulbrunt Klorhydrat, og i langt større Mængder udskilles det, saasnart man afstumper Syren med Natriumkarbonat. Hvis man har udsaltet med Kaliumnitrat, dannes der paa samme Maade det tilsvarende Nitrat. Dette Klorhydrat (eller Nitrat) giver grøn Reaktion med Ferriklorid, danner ingen Herapathit, og opløst i Vand under Tilsætning af lidt Saltsyre giver det med Klorvand (Cl_2) en stærkt rødfarvet Opløsning; men der udskilles intet af det hvide „Nitrat A“, naar der tilsættes Kaliumnitrat. Og naar man, straks efter Klortilsætningen, tilblander et Overskud af Ammoniak, fremkommer Thallejochinreaktionen ikke, men højst en smudsig gul-grøn Farve, og snart efter et smudsig-brunt Bundfald. Forbindelsen, der ved Omkrystallisation af Saltsyre blev gul og nu ganske lignede det Pg. 4 og flgnd. omtalte gule Klorhydrat, forandredes ogsaa ligesom dette blot ved at overmættes med Ammoniak og ved derpaa at mættes tilbage med Saltsyre, idet der da udskiltes et hvidt Monoklorhydrat (og ved at mættes tilbage med Salpetersyre et hvidt Mononitrat). Dette hvide Monoklorhydrat (Nitrat) gav ikke længere grøn, men rødbrun Farve med Ferriklorid, og samme forandrede Farve viste sig med dette Reagens, naar Saltet blev opvarmet med et stort Overskud af stærk Saltsyre. Baade det herved fremkomne Diklorhydrat og Monoklorhydratet gav med Klorvand (Cl_2) og ved Tilsætning af Kaliumnitrat det hvide krystallinske „Nitrat A“. De gav i vinaandig Opløsning ikke Herapathit med S. M. Jørgensens Reagens. De forandrede Klorhydrater synes da at være identiske med de tidligere omtalte Oxykupreindikloridmono- og Diklorhydrater. Monoklorhydratet blev ogsaa ved Afvanding brunt, men ved at henstaa i Luften atter hvidt, idet det atter optog hele Vandmængden. (Se Pg. 7).

Det oprindeligt udskilte Salt, der giver grøn Reaktion med Ferriklorid, indeholdt 26,24 % Klor, hvoraf 12,29 % som Ion, altsaa 13,95 % i Alkaloidet. Dette svarer, ligesom for de øvrige her omtalte klorholdige Alkaloider[1], til Cl_2; men naar Opløsningen i kold, svagt salpetersur Tilstand blev blandet med Sølvnitratopløsning, holdt den sig i første Øjeblik næsten klar, først lidt efter lidt udskilte det slutteligt ret betydelige Bundfald sig. Dette kunde tyde paa, at Forbindelsen indeholder Gruppen $CO—CHCl$, der, som nævnt Pg. 21, maa antages at dannes af Kinindiklorid ved Addition med $ClOH$, idet denne Gruppe under Indvirkning af $AgNO_3$ lidt efter lidt omsætter sig under Dannelse af HCl.

Klordihydroketooxycinchonindikloridnitrat.

($C_{19}H_{21}Cl_2N_2O_2.OCl.HNO_3$.)

Som tidligere (Pg. 11 o. flg.) nævnt, kunde jeg fremstille denne Forbindelse (Nitrat A) ved at lade 6 Kloratomer pr. Molekule Kinin indvirke paa dette i svagt saltsur Opløsning. Dette kunde lade sig gøre baade ved Indvirkning af luftformigt Klor og ved derpaa at hælde Reaktionsproduktet i en stor Mængde af en c. 2 %'s Kalium- (eller Ammonium-)Nitratopløsning, eller ogsaa ved at hælde Kininklorhydratopløsningen i Klorvand og ved derpaa under Isafkøling at tilsætte Salpeter, c. 2 % af hele Opløsningens Vægt. Udbyttet var i et Tilfælde: af 40 grm Kinin. klorhydrat 25 grm, i et andet af 32 grm 20 grm og i et tredie af 41 grm 32 grm[2].

Af Filtratet udkrystalliserede det brungule Nitrat, som giver grøn Farve med Ferriklorid (se Pg. 23), og Forbindelsen bliver derfor let blandet med mere eller mindre deraf, hvilket tydeligt kan ses under Mikroskopet. Renest kunde jeg faa den, naar jeg til den saltsure Opløsning af Kininklorhydratet satte Klorvand — 4 Atomer Klor pr. Kininmolekule —, afkølede i Is og fældede med 2 % Kaliumnitrat. Herved udkrystalliserede største Delen af „Nitrat I", og Filtratet herfra gav nu ved Tilsætning af Klorvand, indtil det lugtede tydeligt af Klor (eller $ClOH$), ved at henstilles i Is det hvide Nitrat meget smukt krystallinsk i tynde, farveløse, oftest sekssidede Blade. Ofte fremkom Krystallerne dog ogsaa med krumme Flader, der mindede om Natriumantimonat. Derimod var det, der fremstilledes af luftformigt Klor, tidt haarde Sphærokrystaller eller koncentriske Grupper. Forbindelsen var meget tungt opløselig i Vand, og Opløsningen gav med Ammoniak, uden nogen Tilsætning af Klor, den grønne Thallejochinreaktion. Lettere opløstes den i Ætylalkohol og endnu lettere i Metylalkohol, og af en saadan i Varmen mættet Opløsning udkrystalliserede den i smukke sekssidede Blade. Naar der til den vinaandige Opløsning blev sat Kaliumjodid, blev der frigjort Jod. Forbindelsen er vanskelig

[1] Fælles for alle de undersøgte Alkaloider, der i Alkaloidet indeholder Cl_2, er ogsaa, at de ved Opvarmning med Tollens Reagens udskille, ofte som en spejlende Belægning paa Reagensglassets Sider, metallisk Sølv, og at Opløsninger i frie Alkalier reducere Fehlings Vædske, et Forhold, der maa antages at være knyttet til den dobbelte Binding udenfor Kinolingruppen.

[2] I de første to Tilfælde er Udbyttet omtrent Halvdelen af det beregnede.

at faa i ren Tilstand. Den bliver brun i Lyset og ligeledes forandres den i fugtig Tilstand. Naar den da iagttages under Mikroskopet, ses mellem de farveløse Krystalblade gule Prismer (af det brungule Nitrat, der giver grøn Farve med Ferriklorid) (se Pg. 24).

De udskilte Krystaller udvaskedes for Sugeren nogle Gange med lidt Vand, der hver Gang frasugedes godt og tørredes i Mørke paa en porøs Lerplade. Bedre endnu var det efter Udvaskning med Vand at skylle Krystallerne med Vinaand og derefter udvaske dem med Æter, hvori de var uopløselige.

Til Fastsættelse af Sammensætningen maatte jeg særlig lægge Vægt paa at bestemme 1) hele Klormængden (efter Carius) og 2) det aktive Klor (jodometrisk ved Titrering med Natriumtiosulfat).

I.	Hele Klormængden	21,76 %
	Klor (jodometrisk bestemt)	13,6 -
II.	Hele Klormængden	22,08 %
	Klor (jodometrisk bestemt)	—
	HCl (efter Reduktion med SO_2)	9,03 -
III.	Hele Klormængden	23,71 %
	Klor (jodometrisk bestemt)	13,4 -
IV.	Hele Klormængden	22,95 %
	Klor (jodometrisk bestemt)	14,3 -
	HCl (efter Reduktion med SO_2)	8,28 -
V.	Hele Klormængden	22,52 %
	Klor (jodometrisk bestemt)	13,7 -
VI.	Hele Klormængden	23,09 %
	Klor (jodometrisk bestemt)	13,86 -
	Klorbrinte (efter Reduktion med SO_2)	9,05 -

Ved den jodometriske Bestemmelse blev det afvejede Stof i en Flaske af passende Størrelse opløst i fortyndet Vinaand, og der blev tilsat et Overskud af Kaliumjodid, hvorefter det frigjorte Jod blev titreret med Natriumthiosulfat, indtil Farven ikke længere forandrede sig, men forblev ganske svag gul. Hvis dette aktive Klor er til Stede paa samme Maade som Brom i Perbromiderne, maa et Atom frigøre et Atom Jod; hvis det derimod findes i et Anhydrid af *ClOH*, maa det frigøre to Atomer. Den første Antagelse, der er lidet sandsynlig — der er hidtil intet Perklorid bekendt, en saadan Forbindelse maatte være langt mere ubestandig end den foreliggende o. s. v. — stemmer ikke med Analyserne; thi da Forbindelsen kan dannes af Dihydroketooxycinchonindiklorid, der indeholder to Kloratomer, ved Behandling med Cl_2, maatte i saa Tilfælde det ad jodometrisk Vej fundne Klor være Halvdelen af hele Klormængden; men det udgør langt mere. Hvis der derimod foreligger et Anhydrid af Klorundersyrling, maa det ved Hjælp

af Cl_2 adderede Klor være et Atom ($ClOH + ROH = ROCl + H_2O$) og udgøre $^1/_3$ af den totale Klormængde, medens der ved den jodometriske Bestemmelse maa findes $^2/_3$ af den: $ROCl + HNO_3 + H.OH + 2KJ = ROH + KCl + KNO_3 + J_2$.

Denne Antagelse passer nogenlunde, dog er den totale Klormængde altid noget højere end $^3/_2$ af den ad jodometrisk Vej fundne, da det er meget vanskeligt at faa Forbindelsen i ganske ren Tilstand. Hvis den totale Klormængde er for høj, maa det ligge i, at der allerede ved Udkrystallisationen er indblandet noget af den ovenfor omtalte brungule Forbindelse (der bliver grøn med Ferriklorid) deri. Hvis denne (som ved I) er rigtig, men den jodometriske for lav, har Forbindelsen oprindelig været ren, men er sønderdelt ved Tørringen eller ved Opbevaringen (af Lyset), idet Bestemmelsen ikke altid er foretaget, saasnart Stoffet var blevet tørt.

Dette har jeg fundet bekræftet, idet jeg ved Bestemmelserne „IV“ og „VI“ har reduceret med svovlsyrlingholdigt Vand i ganske ringe Overskud og derpaa fældet den dannede Klorbrinte med Sølvnitrat. Ved „IV“ fandt jeg 8,28 % *Cl*, ved „VI“ 9,05 %. Trækkes nu Halvdelen af det jodometrisk fundne Klor, altsaa det aktive Klor, fra disse Størrelser, faas henholdsvis: 1,13 og 2,12, som maa være det Klor, der er til Stede som Urenhed. Og ved atter at trække de samme Tal fra de fundne Mængder „Total Klor“, faas 21,82 (IV) og 20,97 (VI), hvilke Tal paa det aller nærmeste er $^3/_2 \times$ den jodometrisk fundne Klormængde.

Jeg forsøgte at rense Forbindelsen ved Omkrystallisation af Vinaand eller af Metylalkohol; men den blev herved kun yderligere uren.

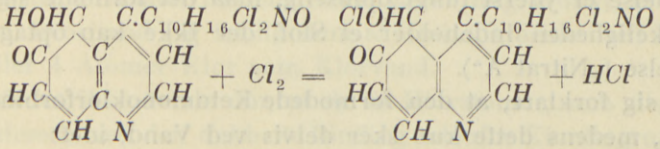
I en Portion bestemte jeg Kvælstoffet efter Dumas' Metode og fandt herved 8,32 % N.

Ogsaa Salpetersyren forsøgte jeg at bestemme paa følgende Maade: Stoffet blev udrørt med en større Mængde Vand, hvorefter der blev tilsat et Overskud af Ammoniak. Ved Rystning og svag Opvarmning bragtes det dannede Thallejochin til at samle sig, og i en Del af Filtratet bestemtes Salpetersyren efter Schulze-Tiemanns Metode. Jeg fandt 11,4 % HNO_3, hvad der ganske vist er for lavt, da Forbindelsen iflg. Beregningen skulde indeholde 12,7 %. Sammenholdes Bestemmelsen med den fundne Kvælstofmængde, bekræfter den dog Resultatet efter Dumas' Metode og viser, at Forbindelsen maa være et Mononitrat. Dette maa ogsaa forekomme at være rimeligt, idet den mere elektronegative Karakter, som det indtraadte Kloratom medfører hos Kinolingruppen, bevirker, at der ingen Saltdannelse finder Sted ved dettes Kvælstofatom, saaledes at Alkaloidet forholder sig som en ensyret Base.

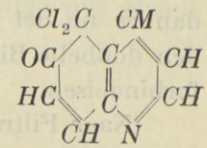
Beregnet for $C_{19}H_{21}Cl_2N_2O_2(OCl)HNO_3$		Fundet. IV.	VI.
Hele Klormængden.....	21,53 %	21,8 %	20,97 %
Klor aktivt (jodometrisk : 2)	7,18 -	7,15 -	6,93 -
Kvælstof.....	8,49 -	8,32 -	
(Salpetersyre (HNO_3)	12,74 -	11,4 -)	

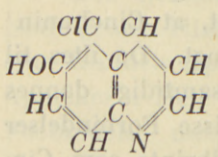
Da det endnu ikke er lykkedes mig at faa Forbindelsen ganske ren, har jeg ikke kunnet foretage nogen Elementæranalyse paa den. Sammensætningen bekræftes iøvrigt ved, at den dannes af Dihydroketooxycinchonindikloridklorhydrat ved Behandling paa den tidligere angivne Maade med Cl_2, og ved at den atter reduceres til denne eller i hvert Tilfælde til en dermed isomer Forbindelse.

Processen, der gaar for sig ved Forbindelsens Dannelse, maa da tænkes at være følgende:



Forbindelsen viser i sine Egenskaber stor Lighed med 5-Diklor-6-Ketokinolin, som H. Führer[1] fremstillede af 6-Oxykinolinklorhydrat (Paraoxykinolin) ved Indvirkning af Klorvand, eller rettere sagt ved at lede Klor til en kold Opløsning af Paraoxykinolinklorhydrat. Herved udfældes selve Forbindelsen, $C_9H_5ONCl_2$. Salte, som Klorhydratet, kan vel faas ved at opløse Basen i Iseddike eller Acetone og tilsætte koncentreret Saltsyre, men dannes ikke i vandig Opløsning. Forbindelsen, der efter Führer er sammensat som Figuren viser, idet en dobbelt Binding er hævet, gaar ved Reduktionsmidler som Svovlsyrling, Kogning med Vinaand (hvorved den bliver brun) over til det af Zincke[2] fundne Monoklor-p-Oxykinolin,





Monoklor-6-Oxykinolin.

og ved Opvarmning med Vand dannes Klorundersyrling. Der maa vel da ogsaa af en vinaandig Opløsning frigøres Jod ved Tilsætning af Kaliumjodid. Med Ammoniak giver Forbindelsen et blaagrønt Farvestof, som Führer har kaldt Thallejochinolin. Med Anilin og primære Aminer danner den, hvad den af mig af Kinin fremstillede hvide klorholdige Forbindelse („Nitrat A“) ogsaa gør, Forbindelser; med Anilin danne begge saaledes et brunt Anilid.

Om nogen egentlig Analogi mellem dette Diklorketokinolin og den af mig for Klordihydroketooxycinchonindiklorid antagne hvide Forbindelse kan der jo ikke være Tale, da sidstnævnte kun indeholder et Kloratom i Kinolingruppen og ved Reduktion gaar over til en Forbindelse, der slet ikke indeholder Klor i denne Gruppe. Der er dog en vis Overensstemmelse i deres Dannelse, idet jeg som Mellemled maa antage, at der opstaar en Forbindelse med Gruppen $CO-CHCl$, der saa spaltes videre hydrolytisk, saaledes at Gruppen $CO-CH.OH$ fremkommer. Der er altsaa ogsaa her dannet en Ketoforbindelse, og den dobbelte Binding er hævet mellem de samme Kulstofatomer, 5 og 6. Forskellen ligger i at dette ved Kininforbindelsen sker straks, uden at der forud, som ved p-Oxykinolin er sket en Substitution af Brintatomet „5“ ved *Cl*.

[1] Archiv d. Pharm. B. 244 (1906) Pg. 602.

[2] Liebigs An. B. 264 (1891) Pg. 196.

Som antydet Pg. 23 indeholder det der omtalte brungule Salt, der farves grønt af Ferriklorid, maaske noget af dette Ketomonoklorcinchonindikloridklorhydrat, og det indeholdes da rimeligvis i større Mængder i Filtratet fra Dihydroketooxyforbindelsen, thi faa Draaber af dette giver med Ferriklorid en meget stærk grøn Farve. Det er omtrent Halvdelen af Reaktionsproduktet, der indeholdes i dette Filtrat og i Filtratet fra Klordihydroketooxycinchonindikloridnitrat, og da sidstnævnte Forbindelse er yderst tungt opløselig, maa det forholde sig saaledes, at Opløsningen i Virkeligheden indeholder et Stof, der ikke kan optage Klor og danne denne Forbindelse („Nitrat A").

Det lader sig forklare, at den formodede Ketomonoklorforbindelse ved Ammoniak let spaltes, medens dette kun sker delvis ved Vand, idet:

$$CO-CHCl + NH_4OH = CO-CHOH + NH_4Cl;$$

men Gruppen maa da videre undergaa en Omlejring til $C(OH) = C(OH)$, og der dannes nu det hvide Monoklorhydrat (se Pg. 6). Denne Omlejring (Retablering af den dobbelte Binding) forhindres af Svovlsyrling, og der dannes da Dihydroketooxyforbindelsen.

Naar Filtratet endelig giver nogen Thallejochinreaktion, er dette kun, hvad man maatte vente sig, da det indeholder saa meget af det hvide „Nitrat A", som svarer til dettes Opløselighed.

Meget vigtigt er Spørgsmaalet, hvorvidt de to Kloratomer virkelig findes udenfor Kinolingruppen i Kininresten ($C_{10}H_{16}NO$). Skraup har fundet, at Cinchonin[1] og Kinin[2] ved Iltning med Kaliumpermanganat forholde sig analogt. De iltes til henholdsvis Cinchotenin og Kitenin, begge enbasiske Syrer, og samtidigt dannes der Myresyre: $R-CH=CH_2+O_4 = R-COOH+CH_2O_2$. Disse Forbindelser indeholde ikke længere en dobbelt Binding, de addere ikke Jodbrinte som Cinchonin og Kinin. Königs og Comstock[3] have vist, at Cinchonin adderer to Atomer Brom, at den dannede Forbindelse med vinaandig Kali fraspalter to Molekuler Brombrinte, idet der dannes Dehydrocinchonin. Kinin forholder sig analogt[4]; men dette Dehydrocinchonin giver ved Iltning det samme Cinchotenin som selve Cinchoninet. Nu giver Cinchotenin ved Iltning med Kromsyre det samme Produkt som Cinchonin, nemlig Cinchoninsyre, og Kitenin giver ligeledes ved denne Behandling det samme Produkt som Kinin, nemlig p-Metoxycinchoninsyre. Heraf følger, at disse Halogenadditionsprodukter, ogsaa Kinindiklorid, indeholde Halogenet ved en dobbelt Binding udenfor Kinolingruppen. I Begyndelsen af denne Afhandling (Pg. 1) har jeg omtalt, at jeg ved Fremstilling af Kinindiklorid[5] kun fik en Del af Kininet omdannet til denne Forbindelse; en betydelig Del vandt jeg af

[1] Liebigs An. d. Chem. B. 197. Pg. 376.
[2] Ber. d. deutsch. chem. Ges. B. 12. Pg. 1104.
[3] ibid. B. 19. Pg. 2853.
[4] A. Christensen. K. D. V. Selsk. Skr. 6te R. naturv. og math. Afdl. X Pg. 319.
[5] ibid. 7de R. naturv. og math. Afdl. I Pg. 289.

Filtratet fra dette Kinindikloridnitrat som en amorf Masse, der kun syntes at indeholde et Kloratom, men som jeg i øvrigt ikke har kunnet faa i ren Tilstand. Der er Grund til at antage, at dette amorfe Stof (analogt med hvad der foregaar ved Cinchonin) maa være et Kinin, der ved den dobbelte Binding har adderet *ClOH*. Ved Behandling af dette amorfe Stof med Klorvand paa den til Fremstilling af Dihydroketooxycinchonindikloriddiklorhydrat eller Klordihydroketooxycinchonindikloridnitrat benyttede Maade har det ikke været mig muligt at vinde nogen af disse Forbindelser, hvorimod jeg let fik dem af Kinindikloridet ved Behandling med henholdsvis to eller 4 Atomer Klor som Klorvand.

Jeg kan saaledes ikke tvivle om, at de to Kloratomer, som disse Forbindelser indeholde, ere adderede ved den dobbelte Binding udenfor Kinolingruppen. Den Forbindelse, jeg har kaldt Dihydroketooxycinchonindiklorid[1], indeholder ikke Klor i Kinolingruppen, og Klordihydroketooxycinchonindikloridnitrat indeholder kun et Kloratom, der, som jeg antager, har erstattet Hydroxylbrinten i førstnævnte Forbindelses Oxymetylengruppe, og som altsaa er til Stede her paa lignende Maade som det ene Bromatom i Tribromfenolbrom.

Thallejochin.

Den ejendommelige grønne Farve, som Kininsalte giver med Klorvand og ved paafølgende Tilsætning af Ammoniak, er opdaget allerede 1835, altsaa kun 15 Aar efter Kininets Opdagelse[2]. Reaktionen blev opdaget omtrent samtidigt af I. I. André, Apoteker i Metz[3], og af H. A. Meeson i London. Rudolph Brandes[4] og samme i Forbindelse med Carl Leber[5] undersøgte den nærmere (1838), bestemte saaledes Forholdet mellem Bestanddelene ved Fremstillingen: 50 gran Kininsulfat, 21 Unzer Klorvand og c. 4 Unzer Ammoniakvand (d. e. 3,25 grm Kininsulfat, 656 grm Klorvand og 125 grm Ammoniakvand. I den senere Afhandling angives det samme Forhold mellem Kinin og Klorvand, men kun halvt saa meget Ammoniakvand. Hvis vi regner, at Klorvandet blot har indeholdt 0,5 % *Cl*, hvad det sikkert har, naar det — som angivet — var frisk tilberedt, er der brugt den dobbelte Mængde af, hvad jeg har fundet at give det bedste Resultat (1 Mol Kinin til 6 *Cl*). Brandes mener at have isoleret 3 Stoffer, der ere dannede ved Reaktionen: I) Det grønne Bundfald, der kun var lidet opløseligt i Vand og i Æter, men let opløseligt i Vinaand. Ved Inddampning af Filtratet fra dette grønne Bundfald fik B en Rest, hvoraf en Del opløstes i absolut Alkohol (96 % Vinaand?). II) Rusiochin, medens en Del var uop-

[1] Hvad Navnet Ketooxycinchonindiklorid angaar, kan det kun betegne, at Molekulet m. H. t. Kinolingruppen har den angivne Sammensætning, og at denne Gruppe er knyttet til „$C_{10}H_{16}NO$“.

[2] Pelletier og Caventou. An. d. chim. (2) 15. 291, 337.

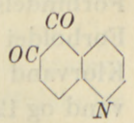
[3] Journal de Pharm. 2 sér. T. XXII (1836) 133.

[4] Archiv d. Pharm. B. XIII (2 R.).

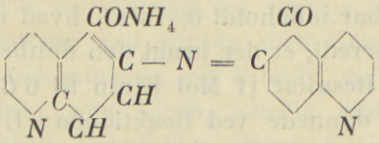
[5] ibid. 2 R. B. XV. (1838.) Pag. 259.

løseligt heri. III) Melanochin. Han siger, at ingen af disse Stoffer indeholdt Klor, hvad der dog ikke kan være rigtigt, skønt Prøven derfor er foretaget ved Ophedning med *CaO*. — Kvælstof + Kulsyre bestemtes i det grønne Stof ved Glødning med Kobberilte. Kulsyren borttoges med Kali, Resten er Kvælstof. Sammensætningen svarede da til Formlen $C_{15}H_{20}Az_2O_5$. B. kaldte det grønne Stof Dalleiochin, som senere blev rettet til (det rigtige) Thalleiochin. Dette har dog neppe nogen Betydning, saameget mere som Kininet sikkert ikke har været rent.

H. Skraup[1] har vist, at Cinchonin og Kinin og i det Hele taget Kinaalkaloiderne af Formlen $C_{19}H_{22}N_2O$ og $C_{20}H_{24}N_2O_2$ indeholde samme Rest, $C_{10}H_{16}NO$, bunden til Kinolingruppen eller til en Metoxykinolingruppe; da Alkaloiderne af førstnævnte Formel ikke, men de af sidstnævnte derimod give Thallejochinreaktionen, maa Evnen hertil være betinget af CH_3O-Gruppen, der findes i Parastillingen i Kinolinringen. Kuprein, der iflg. Grimaux og Arnaud er p-Oxy-Forbindelsen svarende til Kinin, som kan fremstilles deraf ved Metylering med CH_3J og *NaOH*, giver dog ogsaa Thallejochinreaktionen, og ligeledes giver det med Kuprein isomere Apokinin[3] og det med Kinin isomere Kinidin Reaktionen. I Overensstemmelse med Skraups Antagelse, at Thallejochindannelsen skyldes en Omdannelse i Kinolingruppen, maa det af H. Führer, som Pg. 27 nævnt, af p-Oxykinolin fremstillede blaagrønne Farvestof være analogt med Thallejochin, og han har derfor ogsaa kaldt det Thallejochinolin. Da han kunde vinde dette Stof direkte af (5.5) Diklor-(6)-ketokinolin, var han derigennem i Stand til at anstille Betragtninger over Thallejochinolinets Sammensætning. Ifølge hans Elementæranalyser, der ganske vist ikke ere tilfredsstillende, idet Forbindelsen faas som et amorft Bundfald, ikke let at faa i ren Tilstand, skulde dens Sammensætning være $C_{18}H_{14}N_4O_2$. Det ene Kvælstofatom er til Stede som Ammoniak, og igennem et andet antager han ved en „Kvælstofbro" to Molekuler af den omdannede Kinolingruppe knyttet sammen, idet en Del af Diklorketoforbindelsen ved Ammoniakkens Indvirkning maa gaa over til 5.6-Kinolinkinon, delvis reduceres til den tilsvarende Fenol.



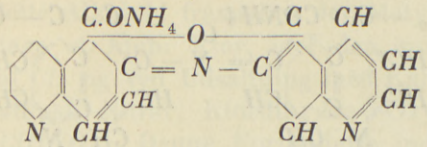
Formlen skulde da være:



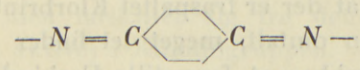
idet denne Sammensætning svarer til den for Murexid af O. Piloty og K. Finckh[4] opstillede Formel.

Formlen kunde ogsaa, ligeledes i Overensstemmelse med Murexidets, være denne:

[1] Wiener Monatshefte 6 (1886) 764.
[2] Grimaux og Arnaud. Compt. rend. B. 112. Pg. 766 og Pg. 1364. Ibid. B. 114. Pg. 548 og Pg. 672.
[3] Hesse.
[4] Liebigs An. 333 (1904) 22.

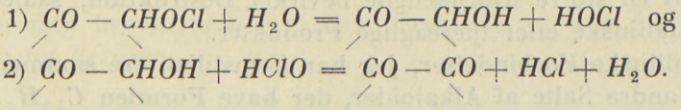


I begge Tilfælde kan Komplexet antages at indeholde den kromofore Gruppe, Kinondiimid, som fremkommer ved, at det begge Kinolingrupper sammenbindende Kvælstofatom staar i Parastillingen til Kinolinets Kvælstofatom:



I Forbindelse hermed maa der lægges Vægt paa, at den af Führer som Mellemled antagne Kinolinketon selv alene med Ammoniak giver Thallejochinolin (Matheus)[1]. Herved forklares, at Thallejochin ogsaa kan dannes af Kinin med PbO_2 og Svovlsyre og ved paafølgende Tilsætning af NH_3 i Overskud[2].

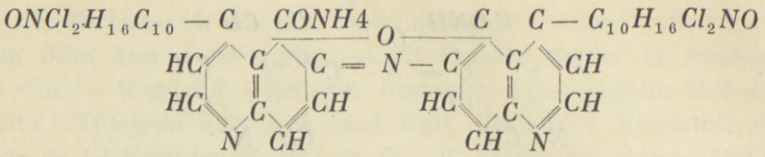
Naar nu Thallejochin er Thallejochinolin, hvori et Brintatom i γ Stillingen (.4) er erstattet af $C_{10}H_{16}Cl_2NO$, kan Dannelsen af Kinolinketon ved Tilsætning af NH_3 til Kloroxymetylenketocinchonindiklorid let forklares; thi idet der ved Hydrolyse fraspaltes $ClOH$, virker dette jo netop iltende paa denne Forbindelse med et Iltatom, og Resultatet heraf maa blive (5.6) Ketoforbindelsen.



Naar der til Dannelse af Thallejochin af dette Stof ganske vist i Overensstemmelse med den af Führer tænkte Formel maa fordres en Reduktion svarende til H_2, da kunde Ammoniakken selv være Reduktionsmidlet. Jeg har overbevist mig om, at der ikke dannes Kvælstof ved Processen; men der kan dannes Diamin: $ClOH + 2\,NH_3 = HCl + N_2H_4 + H_2O$[3], og i saa Fald kan Processen forklares.

Det Thallejochin, paa hvilket jeg har forsøgt at undersøge Sammensætningen, var fremstillet af Klordihydroketooxycinchonindikloridnitrat ved Opløsning i en stor Mængde Vand, Tilsætning af Ammoniak i Overskud og Udsaltning med Ammoniumklorid. Derefter blev det udvasket meget omhyggeligt med Vand og tørret over Fosforsyreanhydrid. I fugtig Tilstand var det let opløseligt i Vinaand og afgav Ammoniak ved Opvarmning med Natriumhydroxydopløsning. Efter Tørring opløstes det kun delvis i Vinaand og syntes ogsaa derved at have tabt Ammoniak. Jeg fandt i en saaledes fremstillet Portion 14,16 % Klor og 10,34 % Kvælstof. Dette passer for Kvælstoffets Vedkommende meget godt med den til Führers Thallejochinolin svarende Formel, der efter Beregningen skulde indeholde 10,6 %; nemlig:

[1] Ber. d. D. chem. Ges. B. 21 (1888) Pg. 1646.
[2] Polacci. Ref. Chem. Centralbl. 1898. II, 1221.
[3] Raschig. Chem. Centralbl. 1908. II, 1957.



Men Formlen passer ikke med Resultatet af Klorbestemmelsen; thi ved Beregning efter den bliver Klorindholdet 17,8 %. I en anden paa samme Maade fremstillet Portion fandt jeg imidlertid ganske det samme Klorindhold (14,26 %). Det synes da heraf at fremgaa, at der er fraspaltet Klorbrinte ved den dobbelte Binding, ved hvilken der, som foran omtalt, meget let finder Omdannelse Sted. Kun for saa vidt, som det maatte lykkes at fremstille Forbindelsen i ren Tilstand, vil der være Udsigt til gennem Analysen at naa til Erkendelse af Thallejochinets Sammensætning.

Resumé.

Ved at indvirke paa Kinin med Klor i saltsur Vædske lykkes det, naar Kloret (Klorvand) tages i Forholdet Kinin: Cl_4, eller 1:6, let at vinde krystallinske Produkter, medens en større Klormængde bevirker Destruktion, saaledes at der fremkommer ukrystallinske eller tjæreagtige Produkter.

De krystallinske Forbindelser, jeg har fremstillet, ere sammensatte som Klorhydrater eller andre Salte af Alkaloider, der have Formlen $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3$.

Naar Kininklorhydrat pr. Molekule behandles med Cl_6 (i saltsur Opløsning og med Klorvand) og Opløsningen inddampes, udskilles et Klorhydrat af Alkaloidet $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3$, der kan faas som et Diklorhydrat og som et Monoklorhydrat; men allerede herved er en stor Del af Kininet omdannet til ukrystallinske Forbindelser.

Naar Kininklorhydrat pr. Molekule behandles med Cl_4 (i saltsur Vædske og med Klorvand) uden Inddampning, men ved Udsaltning, omdannes derimod hele Kininmængden til et Alkaloid af samme Sammensætning, $C_{19}H_{22}Cl_2N_2O_3$.

Disse to Alkaloider, der have samme Sammensætning og hvis Formel afledes af Kininets ved, at Parametoxykinolinets Metylgruppe er fraspaltet, og ved, at der i Forbindelse hermed er indtraadt et Iltatom, ere imidlertid forskellige. Det første, som jeg har kaldt 5-Oxykuprein, idet det indeholder 3 Hydroxylgrupper og saaledes kan opfattes som Kuprein, hvori et Brintatom (5) er erstattet med Hydroxyl, danner ikke nogen Herapathit. Dets Diklorhydrat farves grønt af Ferriklorid, Monoklorhydratet farves brunt deraf, og dette Salt, der selv er hvidt, bliver brunt ved Afvanding, men optager atter ved Henstand i Luften hele Vandmængden og bliver atter hvidt.

Det andet Alkaloid, som jeg har kaldt Dihydro-5-Oxy-6-Ketocinchonindiklorid, danner ogsaa, ligesom Oxykupreinet, gule Salte; men Diklorhydratet er dog lysere gult end dettes. Dette Alkaloid indeholder to Hydroxylgrupper og danner Herapathit.

Ved Dannelsen af dette Alkaloid fraspaltes der Metylalkohol.

Det kan endnu optage et Atom Klor, idet den vandige Opløsning af Klorhydratet ved Tilsætning af Cl_2 og ved Udsaltning med Kaliumnitrat danner et hvidt, tungtopløseligt og krystallinsk Nitrat, Klordihydro-5-Oxy-6-Ketocinchonindiklorid-nitrat, $C_{19}H_{21}Cl_2N_2O_2OClHNO_3$. Denne Forbindelse indeholder aktivt Klor, den frigør i vinaandig Opløsning to Atomer Jod af Kaliumjodid, og opløst i Vand giver den med Ammoniak — uden Klortilsætning — Thallejochin. Ved Reduktion med Svovlsyrlingvand gaar den igen over til Dihydroketooxycinchonindiklorid. Den danner ogsaa en rød Anilidoforbindelse ligesom den af H. Führer fremstillede 5,5-Diklor-6-Ketokinolin; men den adskiller sig fra denne Forbindelse ved kun at indeholde et Kloratom (det aktive) i Kinolingruppen.

Ligesaalidt som det er lykkedes Führer at fremstille sit Thallejochinolin i ren Tilstand, ligesaa lidt er det lykkedes mig at faa Thallejochin saa rent, at det kunde analyseres.

Jeg tillader mig herved at bringe Carlsbergfondet en Tak for den Støtte, der derfra er ydet dette Arbejde.

RESEARCHES

INTO

THE EFFECT OF ETHERIZATION

ON PLANT-METABOLISM

BY

JENNY HEMPEL

D. KGL. DANSKE VIDENSK. SELSK. SKRIFTER, 7. RÆKKE, NATURVIDENSK. OG MATHEM. AFD. VI. 6

KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1911

CHAPTER I.

Historical.

Horace Wells from Hartfort in Connecticut is to be regarded as the discoverer of anaesthesia. As a dentist he assisted at a chemical lecture on the nitrogen-compounds Dec. 10th 1844. During the demonstration one of the assistents received a dose of nitrous-oxide (N_2O "laughing-gas") and in his intoxicated condition he fell down and hurt his legs. In answer to Wells' question he replied that he had felt no pain. Hence Wells got the idea that the insensibility produced by the nitrous-oxide might prove useful in dentistry. The discovery of surgical anaesthesia must be looked upon as dating from this moment. Later other anaesthetics were experimented with, among the latter experiments were made with ether and in 1846 the first operation of a patient narcotized by ether was undertaken. [Richet, 1895, p. 513].

The influence of anaesthetics on the irritability of plants was examined for the first time in 1847 by Clémens and in 1848 by Marcet who succeeded in suspending the irritability of the pulvini of Mimosa pudica through chloroform [Kegel 1905]. A few years later Leclerc, the French physiologist, tried to prove a nervous system of the plants and in conformity with the theory, which then prevailed, that only nervine tissue can be affected by anaesthetics[1] he concluded that Mimosa pudica possesses a nervous system having observed that the above mentioned plant loses its irritability in an atmosphere of ether. If exposed to sunshine the plant lost its irritability after a lapse of 10 to 15 minutes, while its loss of irritability did not take place until at least an hour after it had been exposed to diffuse daylight.

Transferred to normal surroundings the plant regained its irritability provided that the exposure to ether had not lasted too long. And when he found through experiments that he was able to suspend the irritability of a single organ without affecting the other parts of the plant he concluded that the plant it not a single individual but a whole colony, a point which was moot at the time. [Leclerc 1853, p. 526—528].

[1] Claude Bernard proved for the first time that all sorts of tissues may be affected by narcotics.

[2] Later on Claude Bernard has also observed this phenomenon and at the same time he noted that heightened temperature increases the action of ether.

After Leclerc's discovery a great many students studied the influence of ether on the movements of the plants. Ch. Blondeau subscribed to Leclerc's opinion with regard to the existence of a nervous system of the plants at the same time demonstrating that Mimosa is made inexcitable to external influences if exposed to ether [Blondeau 1867, p. 304–306]. The same phenomenon was ascertained by Arloing [Arloing 1879, p. 442—444]. Also Paul Bert observed this phenomenon; with regard to the sleep-movements he did not consider them influenced by the etherization i. e. the paratonic but not the autonomic movements are affected by anaesthetics [P. Bert 1867, p. 177—179]. Contrary to this theory Pfeffer was of opinion that also the sleep-movements are eliminated in an atmosphere of ether[1]; yet he considered it possible that the doses necessary for this purpose might act injuriously on the plant. [Pfeffer 1873, p. 309, and 1906, III, p. 144].

Already some years before Kabsch had proved that ether and chloroform eliminate the periodic spontaneous movements of the lateral leaflets of Hedysarum gyrans [Kabsch 1861, p. 356], and later Siragusa demonstrated that the spontaneous periodic movements characteristic of the capitula of several Compositae do not take place in an atmosphere of ether [Siragusa 1879]. Heckel noted that the stamens of Mahonia which manifest no spontaneous movements are quite inexcitable to external stimuli when the plant is exposed to an atmosphere of chloroform. The spontaneous movements of the stamens of Ruta graveolens which are inexcitable to external stimuli remain intact in an atmosphere of chloroform[2]. Through this he thought to have proved more decisively than Paul Bert a difference concerning "les mouvements spontanés" and "les mouvements provoqués", Paul Bert only experimenting with Mimosa which possesses both sorts of movements [Heckel 1873, p. 948-950]. He also noted that ether and chloroform eliminate the irritability of the stamens of several Compositae and of Berberis, and also that the irritable stigmas of several Bignoniaceae, Scrophulariaceae and Sesameae lose their irritability when influenced by ether [Heckel 1874, p. 922—925; 1874, p. 985—988; 1874, p. 703]. Similar to the movements of Ruta the spontaneous movements of the stamens of Saxifraga sarmentosa, Geum and Parnassia are not affected by anaesthetics [Heckel 1876, p. 348]. In a later treatise he announced that Drosera when narcotized acts as if the leaves were stimulated, the tentacles curving towards to the centre of the leaf and secretion taking place. Not until the plant has been exposed for some time to its usual conditions does it regain its normal position. During the narcosis the plant loses its irritability to external stimuli but regains it later under normal conditions, which was already noted by Darwin, who also pointed out that the leaves mutually and the tentacles individually do not react in the same manner when narcotized [Heckel 1876, p. 525]. Darwin is of opinion that this partly depends upon the difference of age of the leaves respectively of

[1] Later Elfving noted this phenomenon in Acacia lophanta [Elfving 1886].

[2] Already shortly before Carlet had demonstrated this phenomenon; yet in his experiment he had used ether [Carlet 1873 p. 538–541].

the tentacles, partly upon the circumstance that the time varies, which has elapsed since the tentacles last were in function. Without taking any stand-point with regard to the modus operandi of the ether he quotes the general theory that the action of ether and chloroform on animals and plants is due to the fact of the oxydation being stopped [". . . . that with animals and plants these vapours act by arresting oxydation p. 228"] [Ch. Darwin 1875, p. 199 ff.]. Kühne examined the effect of etherization on Myxomycetes and found that they lose their power of locomotion in an atmosphere of ether; if only exposed for a short time they regained their power of locomotion when transferred to normal conditions; if they were exposed 5 minutes or more they permanently lost their power of locomotion and the protoplasme coagulated [Kühne 1864, p. 85]. Also Elfving examined the influence of the ethernarcotization on micro-organismes. For his experiments he used Chlamydomonas pulvisculus and saw that an adequate dose of ether makes these organismes positive heliotropic in sunshine though they are normally negative heliotropic, and further that they will become positive heliotropic in a light which is so weak that they normally are not influenced by it. In Mnium and Mesocarpus he observed that ether will prevent the chloroplastids placing themselves in profile position in intense sunshine [Elfving 1876, p. 12—16]. Rothert has shown that the irritability of several micro-organismes may be eleminated by ether while their power of locomotion is not affected by the process; in other micro-organismes he succeeded in arresting their power of locomotion without affecting their irritability; and in others he succeeded in arresting power of locomotion as well as irritability. Hence he concluded that power of locomotion and irritability are quite independent of each other, a theory which is also supported by the circumstance that the anaesthetic effect of the ether on micro-organismes is quite independent of the time of exposure while the effect of ether on the power of locomotion depends in great measure on the latter [Rothert 1903, p. 1—70]. Czapek has shown by experiments with radicles of Vicia faba and Lupinus albus that narcotization with chloroform increases the length of the geotropic induction-period by several hours and also that the time of reaction is greatly increased. The most concentrated solution of chloroform which the plants can stand without being killed prevents the reaction taking place while the power of perception is only diminished [Czapek, 1898 p. 199].

With regard to the influence of narcotics on the growth of the plants the following is known:

Elfving noted that ether produces a retardation or a cessation of the growth of Phycomyces nitens; in normal atmosphere the growth is resumed [Elfving 1886, p. 11]. Claude Bernard [loc. cit. p. 268] and shortly after Siragusa [Siragusa 1879], also Detmer [Detmer 1882, p. 227] and Raphael Dubois [Dubois 1891, p. 561—567] noted that ether retards growth of seedlings and prevents the germination of seeds. When the ether is withdrawn the growth and germination are resumed. Townsend

came to the same result and saw moreover that seeds which are exposed to very small doses germinate faster than the control-plants; yet they are soon overtaken and outstripped by the latter [Townsend 1897, p. 509, and 1899]. Burgerstein [1906, p. 243] and Kauffmann [1899, p. 24, 40, 48] noted the same phenomenon. By examining anatomically seedlings of Lupinus which had germinated in water that contained ether Kaufmann saw that the sheath of sclerenchyma, which is normally developed in seedlings without the leptome had not been developed. According to the opinion of the author this phenomenon is to be attributed to a diminution of the tissue-strains produced by the anaesthetization[1] [loc. cit. p. 38]. Lately Schroeder has found in experimenting with Avena-seedlings the same rules for the growth as Elfving, Townsend e. t. c. found, i. e. that the growth is increased for a short time in a weak atmosphere of ether while later it sinks beneath the normal growth; large doses instantly arrest the growth of the plant [Schroeder 1908, p. 156 ff.].

Of great interest is the phenomenon, noted by Johannsen in 1893, that it is possible through ether to diminish or suspend the resting-period of several seeds, trees and bushes, a result which he had been led to through his extensive studies of the periodic manifestations of life of the plants and which has occasioned a great many investigations of this subject, probably owing to the great practical interest attached to this phenomenon [Johannsen 1897, p. 33]. Suspension of the resting-period may only be contrived at the beginning respectively at the end of the resting-period but never in the mid of the resting-period; the reason of this fact is yet unknown. If the resting-period is quite finished, the etherization has no influence on the germination or may even arrest the germination [loc. cit. p. 27]. Johannsen supposes that the suspension of the resting-period is owing to the circumstance of the ether paralyzing the "growth-suspending power" possibly affecting the growth as well [p. 49]. The dose adequate for this purpose varies according to the different periods of rest; for instance in tulipa-bulbs it has been noted that the optimal dose grows smaller towards the end of the resting-period [p. 53]. It seems as if smaller doses of ether, used at proper periods cause an acceleration of growth while larger doses produce a retardation [p. 54]. Later Aymard fils [Aymard 1904] and Burgerstein [Burgerstein 1906] have made similar experiments to investigate the shortening of the resting-period through ether and have arrived at the same result. Also Behrens has succeeded in shortening the resting-period of seeds through ether and instantly made them germinate. He suppose this phenomenon to be caused by a stimulation, not by the dissolving through ether of the waxy substances of the seed-coat and a subsequent accelerated absorption of water [Behrens 1908, p. 538]. Eberhart regards the above mentioned theory satisfactory in explaining the similar phenomenon of his own researches [Eberhart 1906, p. 56—58].

[1] Anna Bateson & Francis Darwin had previously proved that the tissue-strains are affected by ether. They proved that small doses increase the length of turgescent pith of growing shoots, when the surrounding tissues have been removed; larger doses arrest it. [Bateson & Darwin, 1887].

Coupin experimented with air-dried seeds as well as with seeds swollen in water and found that the power of germination of the first sort are in no ways affected by anaesthetics, while the germination of the latter is retarded. Hence he drew the conclusion that ether cannot affect resting protoplasme but only "active protoplasme" [Coupin 1899, p. 561 ff.]. Contrary to this theory B. Schmid maintained that the effect of anaesthetics is as poisonous on the inactive as on the active protoplasme; that Coupin has not noted this is explained by the fact of ether not being able to penetrate the dry seed-coats [Schmid 1901, p. 71 ff.]. Kurzwelly [Kurzwelly 1903, p. 291 ff.] and Becquerel [Becquerel 1905, p. 1049 ff.] have found the same as Schmid.

Nathansohn observed in Spirogyra that the nuclear division which is normally mitotic, by a 1 %'s solution of ether in water becomes amitotic. In weak solutions Spirogyra is able to live for a long time with amitotic nuclear division but the cells become peculiarly barrelshaped, and growth and cell-division are accelerated. When the ether is removed the karyokinetic nuclear division is resumed [Nathansohn 1900, p. 57, 65 ff.]. Gerassimow has noted the same phenomenon. He is of opinion that the characteristic acceleration of respiration, development, metabolism e. t. c. which is induced by small doses of ether must be ascribed to the action of ether upon the nucleus [Gerassimow 1903, p. 85]. Wasielewsky has demonstrated that ether is able to induce amitosis in the radicles of Pisum; he noticed several transitional forms ("Diaspase", "Diatmese") between the mitotic and the amitotic division. By this he thought to have proved the fallacy of the theory supported by several students of a pronounced distinction between mitosis and amitosis [Wasielewsky p. 581 ff.].

Kühne is the first who noted that ether is able to suspend protoplasmic streaming; this phenomenon was observed in the staminal hairs of Tradescantia [Kühne 1864, p. 100]. Later on Farmer & Waller found the same phenomenon in Chara and Elodea, but they saw too that the streaming is resumed, when the plant is transferred to normal surroundings. Further they noticed that chlorophyll bodies which had originally been lying upon the side walls assumed the face position in an atmosphere of ether, by placing themselves upon the outer and inner walls, a phenomenon which agrees with the observation, made by Elfving, that micro-organismes, which have been exposed to ether, are less affected by sunlight, and that the chloroplastids of Mosses do not assume a profile position in intense sunlight [Farmer & Waller p. 377]. Kaufmann demonstrated the same in the protoplasmic streaming of Elodea and Hydrocharis. If he used a small dose the streaming grew more rapid than normal for a short time as an after-effect of the ether [Kauffmann 1899, p. 10—11]. Josing maintains that the streaming is suppressed in cells of Vallisneria, Elodea, and the like when exposed to ether and transferred to darkness; the streaming is resumed, when the plants are again exposed to light; i. e. only if the more refrangible rays are used. If the plants are not exposed to ether the arresting of the streaming does not take place. The

identical phenomenon is to be found in green as well as in etiolated plants [Josing p. 197 seq.]. Rothert has performed similar experiments, but he did not succeed in demonstrating that light has any influence upon the anaesthetic effects of narcotics.

The effect of etherization upon the transpiration has been examined by several students. We shall mention the principal results of their researches: H. Jumelle distinguishes between a transpiration localized in the chlorophyll bodies and another one, localized outside the latter. The energy which the chloroplastids receive from the sunrays, and which is used in light partially for the assimilation of carbon dioxide, is entirely used to bring about the transpiration which is accordingly accelerated, when the assimilation is suspended by anaesthetics. However the transpiration is reduced in darkness [Jumelle 1890, p. 417 and 1891, p. 241—248, p. 293—305], and Lommen reached the same result [Lommen p. 28]. On the contrary Schneider was of opinion that an atmosphere of ether always reduces transpiration [Schneider p. 56—59], while Woods thinks that plants which have received a dose of ether always have an accelerated transpiration both in light and in darkness [Woods p. 304—310]. Finally Dixon has found that ether and chloroform reduce transpiration, but the evaporation of water in a glass being arrested in the same degree by the above mentioned substances, he thinks that the reduction is produced by an entirely physical phenomenon and concludes through this that transpiration is the same phenomenon as evaporation, a theory which is also subscribed to by Woods [Dixon p. 618—626].

Bouchardat is the first who made a distinction between vital and chemical processes. He examined the influence of ether [and other substances] upon the different processes and came to the conclusion: ". . . Ainsi nous voyons — l'éther sulfurique, l'alcool, la créosote . . . anéantir ou ralentir la fermentation alcoolique et ne s'opposer nullement à la fermentation glucosique, salygénique et benzoïque. Ces faits ne nous conduisent-ils pas à admettre que la fermentation alcoolique diffère complètement, sous un rapport important, des autres fermentations dont nous nous sommes occupés? La fermentation alcoolique est intimement liée à "la vie des globules"; les fermentations glucosique, salygénique, benzoique sont indépendantes de cette circonstance [Bouchardat 1845, p. 67]. 30 years later Müntz also tried to prove a difference between vital and chemical processes and examined a great many cases of the latter using chloroform, and he found as follows: "Le chloroforme empêche absolument toute fermentation concomitante de la vie; il est absolument sans influence sur les fermentations d'ordre chimique" [Müntz p. 1251]. Also Claude Bernard shared this view; he termed these substances "les réactifs naturels de toute substance vivante." He is of opinion that all vital processes are retarded or quite arrested by the action of these substances, while the chemical processes are not at all retarded; on the contrary they may even be accelerated.

Concerning this he says: "Si l'on dissout les ferments diastasiques animaux ou végétaux dans de l'eau chloroformée ou ethérée on constate que leur activité n'est en rien altérée ou diminuée; au contraire elle paraît jusqu'à un certain point plus énergique" [Bernard p. 277]. Later Elfving [Elfving p. 11] and Liebig [Liebig p. 491] ascertained the retardation of alcoholic fermentation through ether, which had been observed by the above mentioned students.

While it has been proved that ferments can be affected by anaesthetics, the relations of enzymes are not to be considered as fully explained, several students being of opinion that narcotics have no influence on the latter, while others think that the enzymes may be influenced by narcotics; Bartels and Grober subscribe to the latter theory, having examined the action of chloroform upon pepsin [Grober p. 109—118] [Bartels p. 497—511], and Kauffmann subscribes to the same opinion, having used trypsin for his experiments [Kauffmann 1903, p. 434]. Fermi and Pernossi found that dry trypsin, which is normally killed by a temperature of 160° is already destroyed by 80° when exposed to ether [Fermi & Pernossi p. 229]. Some experiments on fermentation made by Johannsen on sweet-peas show that etherization accelerates the fermentative power of the producing of sugar; yet the author is of opinion that this circumstance is no proof that the appearance of the latter is caused by the enzyme, but may be an indirect effect, the quantity of the acid being greatly increased by the etherization [Johannsen 1897, p. 46] R. Berthel has found that the anaesthesia produces a retardation of the action of tyrosinase and of the enzyme splitting Homogentisinic acid, while the proteolytic enzymes are not affected by narcotics [Berthel 1902, p. 453—464]. Schulze and Castoro consider this result fallacious, Berthel having used wrong analytic methods [Schulze & Castoro 1906, p. 387 ff., p. 396 ff.].

The effect of anaesthesia on respiration and on CO_2-assimilation has been specially examined. Concerning respiration the following is known:

Gayon placed apples in closed glasses and found that they constantly produced CO_2 though deprived of free oxygen; if exposed to ether, this evolution of carbon-dioxide was suspended [Gayon 1877, p. 1036]. Cl. Bernard found that the respiration, which he considered a chemical process, is not affected by ether and chloroform [Bernard 1879 p. 272], a result on which Bonnier and Mangin founded their researches of a separation of the respiratory and the assimilatory processes without themselves examining the above mentioned matter [Bonnier and Mangin p. 1—44]. Elfving noted a pronounced acceleration of respiration in seedlings of Pisum and in leaves of Salix, when the plants were exposed to an atmosphere containing 4 to 15 per cent by volume of ether-damp [Elfving p. 5—9]. Laurén having made careful researches into the effect of ether on the respiration of young seedlings (2 to 5 days old) has found different results according to the different sorts of plants: In Ricinus and Lupinus the etherization produces an acceleration of the respiration proportional to the quantity of the dose. In Pisum, Phaseolus and Cucurbita the

respiration is only accelerated by limited doses; the doses exceeding a certain degree, the production of carbon-dioxide decreases. In Brassica, Hordeum and Zea he never succeeded in demonstrating an acceleration of the respiration, on the contrary he found a retardation of this process, when using too large doses, a result which was later demonstrated by Morkowin [Morkowin 1903]. Concerning the intramolecular respiration the result was different; in Hordeum and Zea he did not succeed in demonstrating a retardation of the production of carbon-dioxide by larger doses, and in Ricinus an acceleration of the respiration was not noted. Contrary to this Lupinus and Pisum when exposed to ether act in like manner with regard to aerobic and anaerobic respiration. According to the author the different effects of etherization on the respiration of the above mentioned seedlings may be owing to the difference of the reserve-materials; the respiration is accelerated in proportion to the amount of nitrogenous reserves contained by the seeds. The respiration of seeds rich in carbohydrates cannot be accelerated [Laurén p. 18]. Johannsen demonstrated that etherization produces a small retardation of respiration in ripening lupines and young ripening sweet-peas; contrary to this the respiration was accelerated in young ripening seeds of barley though in a small degree and in a larger degree in old ripening seeds of sweet-peas and of barley, in bulbs and in willow-shoots. A large acceleration of the production of carbon-dioxide was always found to be an after-effect [Johannsen 1897]. Also Zaleski states that respiration of bulbs, that have been exposed for some time to ether, is greatly accelerated but successively the respiration becomes normal, a phenomenon which has later been demonstrated by Palladin [Palladin 1905 p. 245] Contrary to the above mentioned students Korsinsky used microorganismes for his experiments (Aspergillus niger). He noted that smaller doses of ether produce an acceleration of respiration, while larger doses will retard this process. If the ether is removed, the respiration again becomes normal [Korsinsky 1902, p. 137 seq.]. Through large doses Schroeder noted likewise a retardation of the respiration. If the respiration had been entirely suspended by the ether, it was not regained after the removal of the ether [Schroeder 1907, p. 450 seq.]. Morkowin exposed etiolated shoots of Vicia faba to an atmosphere of ether and noted after the exposition a considerable acceleration of the respiration. In leaves of Ficus and Phyllodendron the acceleration of the evolution of carbon-dioxide was only small [Morkowin 1899, p. 289 seq. p. 341 seq.]. In a later treatise Morkowin describes some experiments on the effect of ether on the ratio between aerobic and anaerobic respiration of the roots of Beta vulgaris, which showed that the ratio is but slightly influenced, while the absolute respiratory activity is greatly affected. Middling doses produce a considerable acceleration of the respiration while weaker and larger doses produce only a small acceleration. It must be noted that the intensity of the respiration is always measured after the object has been exposed to ether, never during the narcosis [Morkowin 1903, p. 72—80].

According to the CO_2-assimilation Claude Bernard found in using Spirogyra

and Potamogeton that the assimilation may be stopped when a suitable dose of ether is added to the water. The plant being removed to normal surroundings the assimilation is regained [Bernard p. 278]. The same phenomenon was noted by Bonnier & Mangin [Bonnier & Mangin p. 14] and Jumelle, who experimented with shoots of Quercus, Carpinus and Fagus, with Pteris and with Solanum [Jumelle 1890, p. 417 seq.], also by Pfeffer [Pfeffer 1896] and by Octave Treboux, who used Elodea for his experiments [Treboux p. 49 seq.]. Ewart experimenting with mosses found the same result; if the mosses had been exposed to ether for a length of time, 2 or 3 days might elapse, before the normal degree of the assimilation had been regained. Young cells showed a greater resistance to ether than the older ones [Ewart 1895 p. 408—410]. Contrary to this Frank Schwartz, who examined Elodea and Ceratophyllum, noted that the assimilation arrested by ether could not be regained, when the plants where transferred to normal conditions. These results of his experiments may be owing to the circumstance that he used too large doses (he placed a sponge dipped in ether in the water in which the plants were growing) [Schwarz 1881, p. 97—104]. Pringsheim noted the same phenomenon in Chara [Pringsheim 1887, p. 776]. W. Kegel experimented with Elodea canadensis. He stated that the assimilation is always accelerated in water containing 7—6 per cent ether, while this process immediately or shortly after is arrested, when smaller doses are used. When the plants had been transferred to clean water the intensity of the assimilation soon became normal, the exposition to ether having not been of too long duration [Kegel 1905]. Schroeder objects against these theories that the accelerated evolution of air-bubbles caused directly by a 6 to 7 per cent water solution of ether does not depend upon accelerated assimilation but is the effect of an entirely physical phenomenon, the ether entering the intercellular spaces and driving away the air. Schroeder's objection seems to be reasonable, for if the effect of etherization on assimilation coincided with the theory of Kegel, it would be entirely unlike the effect of ether in the other processes [Schroeder 1908 p. 168]. Francis Darwin has proved that the stomata close in an atmosphere of ether, a phenomenon which probably aids the above mentioned arresting of the assimilation; in normal surroundings the stomata open again [Darwin 1898 p. 571]. As ether and chloroform arrest the CO_2-assimilation, it is obvious that the above mentioned substances also affect the formation of chloroplastids; the case has been investigated by Teodoresco and Coupin; they used for their researches Triticum, Vicia, Fagopyrum and Lupinus. Their experiments proved that ether and chloroform arrest the formation of chlorophyll bodies, the formation being arrested according to the increased doses and increased length of exposition. When the doses reach a certain degree, the formation is entirely stopped [Teodoresco and Coupin p. 884—887]. Later on Kauffmann reached the same result [Kauffmann 1899 p. 53].

Summing up the above mentioned results we may take for granted that the assimilation may be entirely arrested for a short time, when suitable doses are

used together with a short time of exposure. It would be interesting to investigate if it were possible to provoke an acceleration of the assimilation; this phenomenon none of the above mentioned students have managed to demonstrate through their experiments, except Kegel whose theories must however be looked upon as doubtful.

The following theories concerning the modus operandi of ether are to be added to those already mentioned:

Claude Bernard is of opinion that the action of the ether narcosis depends on a change of the protoplasme, which becomes semi-coagulated: ". . . Je pense que cette modification consiste en une sorte de coagulation. L'éther coagule le protoplasme de l'élément nerveux: il coagule le contenu de la fibre musculaire et produit une rigidité musculaire analogue à la rigidité cadavérique . . . Mais ce n'est pas seulement sur l'irritabilité du protoplasma des éléments organiques, sensitif et moteur que les agents anésthésiques portent leur action; ils atteignent aussi le protoplasma des éléments organiques qui agissent dans les synthèses chimiques, dans les phénomènes de germination, de fermentation, dans les phénomènes de nutrition en un mot" [Bernard p. 265—267].

Also Townsend thinks that the effects, characteristic of the etherization, are caused by a change of the protoplasme. Dubois observed that Echeveria exudes drops of water when transferred to an atmosphere of ether, and the same phenomenon he noticed in several other plants and parts of plants. As he did not understand this phenomenon to be due to death, he concluded that the plants are brought to a state of dryness by the anaesthesia, which entirely suspends any developement of the plant. The results of his researches he sums up as follows: ". . . ce qui ressort le plus clairement de nos observations et de nos experiences, c'est que l'anesthesia générale n'est qu'un mode particulier de la vie latente dans lequel l'eau joue, comme dans les autres, le rôle principale" [Dubois 1891, p. 561—567]. Later this theory has been repeated and enlarged by Aymard fils, who regarded in addition to the above mentioned theory that the shortening of the resting-period caused by anaesthesia is likewise owing to a withdrawal of water from the tissues, which is in this case only temporary. He succeeded in inducing a quicker germination of Convallaria majalis by water-absorbing compounds as $CaCl_2$ e. t. c. [Aymard p. 38]. This hypothesis has however been annulled not only by Johannsen, who demonstrated that the narcotization has the same effect on a plant placed in water as on a plant in the air, but also by Overton, who proved that both external and internal plasmatic membranes are highly permeable to ether and chloroform, which accordingly cannot cause a withdrawal of water from the cells [Overton p. 42]. According to Overton the ether and chloroform when in contact with the cells are dissolved by the lecithin and cholesterin in the plasmatic membranes, and by this process the physical and consequently the osmotic state of the cells changes. This phenomenon produces a disturbance of the normal functions. Taking for granted that the anaesthetic effects of a substance is determined by the quantity of the substance absorbed by the cells and

not by its partial pressure as stated by Paul Bert [Overton p. 25], Overton concludes that heightened temperature arrests the effect of ether, as the power of the lecithin-cholesterin compounds in dissolving ether decreases, as the temperature rises [Overton p. 90], a result which Zehl has lately subscribed to [Zehl p. 156]. Yet Zehl draws attention to the fact [loc. cit. p. 161—162] that other relations besides the physical ones make themselves felt in this matter, a circumstance which Johannsen had pointed out already 2 years before [Johannsen 1906, p. 58]. Johannsen states that the irritability of the plants increases with heightened temperatures, for which reason a certain dose of ether is more powerful at higher than at lower temperatures. So the problem is whether the irritability increases at a greater rate than the dissolubleness of the above mentioned substances decreases at a heightened temperature, but this question may only be answered through experiments solely because the above named factors, irritability and decomposition are entirely different in kind, so that a direct comparison is impossible.

As seen by this summary we are able to demonstrate effects produced by etherization with regard to all manifestations of life characteristic of plants: movements, growth and metabolismes. At the present stage to which science has attained we cannot join these phenomena in a consecutive chain of cause and effect. We must leave further developments to the future.

CHAPTER II.

Experimental.

Materials and Methods.

For my experiments I have used both ripening seeds and seedlings of Pisum and Lupinus. I have always tried to select the most uniform material. For some of the experiments I have used "common-legume" portions i. e. portions which are selected in such a manner that each legume contributes one seed to each portion [cfr. Johannsen 1897, p. 18]. Thus a most uniform material is produced. Unfortunately I could not follow this method in all my experiments for lack of suitable material. Yet this procedure has been followed in all the experiments on ripening seeds and in the experiments on the respiration of seedlings of Pisum. Whereas it has not been used in the experiments on the mobilization of reserve-materials in seedlings.

Besides the above mentioned materials I have also experimented with buds of Acer pseudoplatanus and with potato-tubers.

The narcotization of the objects was always carried out in the following manner: ether was poured over a roll of filter-paper in the jar, containing the

plants. As filter-paper absorbs water, a similar roll of filter-paper was placed in the jar, containing the non-etherized control-plants. The amount of the ether-dose is stated in c. c. per liter air; furthermore the absolute quantity of ether is stated together with the weight of the plant-material, used in the experiments, as it is necessary to know these quantities in order to obtain some idea of the amount of the dose used. Not until we know the relation between the amounts of ether which are absorbed by the plants and by the air are we able to determine how much ether the plants absorb, before equilibrium is reached between the pressure of the ether vapours in the plants and that in the air; but it is easily seen that the bigger the jar used the larger the dose of ether, in spite of the ether dose being determined uniformly per liter air. When the portions used in the experiment were large, or when the plants remained in a nutrient saline solution during the exposure to ether, the amount of water has been taken into consideration at the estimation of the amount of ether, that has been added, the relation between the amounts of ether absorbed by water and by air being 22 [cfr. Johannsen 1906 p. 20].

To demonstrate the effect of ether on the respiration estimations were made of the carbon-dioxide, produced by plants, exposed partly to an atmosphere free from ether, partly to an atmosphere containing a small or large dose of ether. For this purpose was used the following apparatus, arranged by Johannsen [Johannsen 1897, p. 26]. Each set of plants was placed in an aspirator flask closed by two rubber-corks, each pierced with a hole and fitted with glass tubes, connected with short pieces of india-rubber tubes, which were closed by clamps. To estimate the quantity of the carbon dioxide, accumulated in the jar through the respiration of the experimental objects, a stream of air was sucked through the flask; the air, admitted to the jar, was made free from CO_2 by passing through two washing bottles, connected with the above mentioned jar, the first one containing a strong solution of *KHO* and the second one baryta-water, which served to demonstrate that no extraneous CO_2 entered the jar, containing the plants. Having passed the jar the air was sucked through three Fresenius washing-bottles connected with the jar, each containing 10 c. c. 15 p. c. of *KHO*, in which the absorption of the CO_2, produced by the respiratory process, took place. The current of air was drawn through the apparatus by an aspirator with a rapidity of c. 20 litres per hour. In this manner a current of air was daily drawn through the apparatus for 3 hours, a length of time which proved by experiments to be sufficient for a complete discharge of the CO_2, produced by the plants. Then the flask with the plants was closed with the above mentioned clamps, the dose of ether renewed, the plants remaining so in the flask till the next day, when the discharge of CO_2 was again accomplished. The estimation of the quantity of CO_2 produced was made by titration of the *KHO* in the Fresenius washing-bottles. The following method was used: Through the bulbed tube of the washing-bottle c. 30 cc. of a 5 per cent solution of $BaCl_2\ 2\,H_2O$ was injected with a pipette, by which process all *KHO* was removed from the tube. The white mixture was transferred through

the neck of the washing-bottle to a measuring-flask of 100 c. c. capacity, and this process was performed 3 times. Finally the measuring flask was filled to the index-mark and closed with a cork, shaken well and put aside, until the barium carbonate had been precipitated. Of the clear solution 20 c. c. was drawn off with a pipette and titrated against standard $\frac{n}{11}$ hydrocloric acid using phenolphthaleïn as an indicator. When the strength of the *KHO* solution in all three washing-bottles had been measured in this way, the quantity of the carbon dioxide produced could be estimated. The strength of the *KHO* solution in the third washing-bottle was not reduced by the current of air and proved thus the absorption of the CO_2 to be complete. To eliminate any error arising from the circumstance of *KHO*- and $BaCl_2$-solutions containing small amounts of CO_2 a control titration was always made with these solutions. The whole quantity of CO_2, produced during the germination until the moment, when the plants were prepared for quantitative analysis, being thus estimated, it was possible to calculate the quantity of carbohydrates decomposed by the respiratory process during the germination (cfr. p. 24). The plants were prepared for chemical analyses in the following manner. The plants were crushed in a mortar as completely as possible and transferred to an Erlenmeyer flask together with 70 per cent alcohol; if analyses of sugars were to be performed some $BaCO_3$ was added to neutralize any acids contained in the plants. As a rule the amount of alcohol used was 10 times as large as the amount of the dry-weight of the plants. After this process the portions were boiled on the water-bath in order to destroy the enzymes. After a few days the portions were boiled again and alcohol was added until the previous weight was regained. After this process the material used for the experiments was put aside for at least one week before it was analyzed. One week has proved by experiments to be sufficient for the extraction of the various components.

The analyses were carried out in the following way: A certain quantity of the alcoholic extract was filtered and almost evaporated to dryness on the water-bath; the residue was dissolved in hot water and transferred to a measuring-flask, and a suitable quantity of 10 per cent tannic acid and a few drops of lead acetate were added; by this process proteids and partially albumoses were precipitated, while peptones and amides remained dissolved [Sebelien p. 135]. It must be noted that I have always used equal quantities of precipitants for the separate portions belonging to the same series. The precipitants were not added till the liquid had cooled down to the temperature of the room, as the precipitation remains uncomplete, if undertaken at a high temperature. [Weis p. 29]. After this the measuring-flask was filled with water to the mark and put aside for at least 20 hours before the liquid was filtered, and a certain amount of the filtrate was used for estimation of nitrogen by Kjeldahl's method. In some of the experiments part of the filtrate was precipitated by phosphotungstic-acid of a strength of 25 p. c., concentrated sulphuric acid being previously added in such portion that 10 p. c. of the whole

volume consisted of H_2SO_4. By this process were precipitated peptons and basic nitrogeneous substances i. e. nuclein-bases and Lysin, Histidin and Arginin besides Ammonia. [Hausmann 1899, p. 95 & 1900, p. 136] and perhaps Phenylalanin [Schulze & Winterstein p. 210]. An estimation of the amount of nitrogen in the filtrate stated the amount of monamino-acids; the difference between this amount and the amount found in the filtrate of the tannic acid precipitation stated the amount of peptones and basic compounds. In the bibliography it has been stated that excess of tannic acid as well as of phosphotungstic-acid does not dissolve the precipitate, a phenomenon I have also ascertained by experiments. It must be noted in this connection that the experiments have always been carried out uniformly with regard to crushing, precipitating e. t. c. within the same experimental series.

In the analyses of the seedlings used for the experiments on translocation of materials the method I used was somewhat different from the above mentioned procedure. The alcoholic extract was filtered from the undissolved parts, which were washed [1]) with alcohol (of the same strength). The filtrate together with the washing alcohol was evaporated nearly to dryness, the residue was dissolved in hot water and transferred to a measuring flask of 50 c. c. capacity. When the liquid had cooled, the flask was filled with water to the mark and shaken. Of this liquid two portions of 10 c. c. were analysed to ascertain the amount of nitrogen. The residue was precipitated by tannic acid and a few drops of lead acetate; the measuring flask was again filled with water to the mark and was put aside till the next day, when the liquid was filtered and estimation of the amount of nitrogen was made of the filtrate. Besides estimations of the amount of nitrogen of the undissolved parts of the objects were made, these being dried, triturated and weighed. Of the results the whole amounts of nitrogen of the proteids and of the amides were calculated.

For estimation of nitrogen by Kjeldahl's process I used $\frac{n}{7}$ sulphuric acid in the receiver and $\frac{n}{14}$ sodic thiosulphate for the titration. The hyposulphite was standardized by KJO_3.

Analyses of sugars were carried out in the following way: Equal amounts of the alcoholic extract of the plants were evaporated to dryness on water-bath and the residues dissolved in hot water. The portions were each transferred to a measuring flask and water was added to the mark. Of the filtrated liquids were used 1) equal quantities of each portion for analyses on "reducing" sugar by Meissl-Allihn's weighing-methods and 2) equal quantities for estimation of "non-reducing" sugars these being inverted by being boiled with diluted sulphuric acid on water-bath for $1^1/_2$ hours; then they were neutralized by $NaOH$ and the sugar-estimations were performed in the above mentioned manner. The amounts of sugars were stated as glucose.

---

[1]) The washing was not ended until 20 c. c. of the washings contained 0·1 mgr. N. at most.

CHAPTER III.

Experiments on the Effect of Ether on Seedlings of Pisum.

Experiments on the Respiration.

I. 4 "common-legume" (cfr. p. 13) portions of seeds of sweet-peas having previously been soaked were each put in a sucking flask of 4·5 liter's capacity for 2 days (52 hours) (Jan. 15th—17th 1907) Temp. 8—10° C. The amounts of carbon-dioxide produced were estimated.

	Absolute amount of ether	Weight of seeds in air-dried state	CO_2 produced	CO_2 per 100 grms of the objects	
		grms	mgrms	mgrms	%
1. without ether	0 c. c.	32·45	368	1134	100
2. 0·3 c. c. ether per liter	1·35 —	31·83	406	1276	112·5
3. 0·5 c. c. ether per liter	2·25 —	32·18	415	1291	113·8
4. 0·7 c. c. ether per liter	3·15 —	32·27	356	1103	97·3

The results show that the doses, used in 2 and 3, have caused an acceleration of the CO_2-production, while the dose in 4 has had no effect or it may have produced but a slight retardation of the respiration.

II. 3 "common-legume" portions were soaked and put aside for 4 days for germination in the respiratory-apparatus (Febr. 11th—15th). The temp. was 16—18° in the day. After the exposition the seeds in 1 had germinated and looked fresh; in 2 and 3 they had not germinated.

Febr.	hours	1. 26·40 grms sweet-peas	2. 26·39 grms sweet-peas. 0·5 c. c. ether per liter. Absolute amount of ether: 2·25 c. c.	3. 26·34 grms sweet-peas. 0·8 c. c. ether per liter. Absolute amount of ether: 3·6 c. c.	1.	2.	3.	1.	2.	3.
					CO_2-produced per 100 grms of sweet-peas					
		mgrms	mgrms	mgrms				%	%	%
11th—12th	25	193	180	187	731	681	711	100	93·07	97·25
12th—13th	26	220	169	147	833	641	559	100	76·96	67·11
13th—14th	24	216	120	83·1	818	453	316	100	55·31	38·58
14th—15th	21	210	70·7	50·7	797	268	192	100	33·64	24·15

In this experiment the ether has retarded the CO_2-production, which is retarded in proportion to the length of the exposure to ether. The CO_2-production has not been accelerated in 2 in the beginning as in the last experiment though the

same dose has been used. This must surely be subscribed to the circumstance that the temperature in this experiment was much higher.

III. 3 "common-legume" portions were soaked and put aside for 3 days for germination (Apr. 17th—20th). The temp. in the day was 16–18°, 2nd and 3rd portions received doses of ether for 2 days; the third day they received no ether.

April	hours	1. 31·94 grms of seeds without ether	2. 31·41 grms seeds 0·4 c. c. ether per liter. Absolute: 1·8 c. c. ether	3. 32·26 grms seeds 0·6 c. c. ether per liter Absolute: 2·7 c. c. ether	1.	2.	3.	1.	2.	3.
					CO_2-produced per 100 grms of sweet-peas					
		mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	%	%	%
17th—18th		220	181	174	688·8	576·3	539·4	100	83·66	78·30
18th—19th	21	189	151	174	591·7	480·7	539·4	100	81·24	92·06
19th—20th	27	361	277	201	1130·2	881·9	623·1	100	78·03	55·13

Also in this experiment the ether has produced a retardation of the CO_2-production both during the narcosis and during the after-effect. The seeds in 1. germinated; no germination in 2. and 3.

IV. 3 "common-legume" portions were soaked and put aside for 4 days to germinate. During the first day the temp. was 10—12° C, as no fire was made in the laboratory; during the last days the temp. was 16—18°, 2nd and 3rd portions received ether for 3 days; the last day they were without ether.

Jan.	hours	1. 26·40 grms of seeds	2. 26·33 grms seeds 0·2 c. c. ether per liter (absolute: 0·9 c. c. ether)	3. 25·80 grms seeds 0·4 c. c. ether per liter (absolute: 1·8 c. c. ether)	1.	2.	3.	1.	2.	3.
					CO_2-produced per 100 grms plant					
		mgrs	mgrs	mgr	grms	mgrs	mgrs	%	%	%
28th—29th	26	84·13		122·37	318·67		474·30	100		148·84
29th—30th	24	181·64	221·79	189·29	688·03	842·35	733·68	100	122·43	106·64
30th—31th	24	240·91		221·79	912·54		858·65	100		94·24
31th—1st Febr.	21	216·06	166·34	137·66	818·41	631·75	533·57	100	77·19	65·19

During the beginning of the exposure the ether caused an acceleration of the CO_2-production but after two days this process was so much retarded that the production of CO_2 grew less than normal; a considerable retardation of the CO_2-production is especially found in the period after the exposure to ether. The seeds were germinated in 1., not in the other sets.

V. 3 "common-legume" sets were soaked and put aside for 4 days for germination (Apr. 8th—12th). The temp. was 16° C the first day, but only 8° to 10°

the last 3 days, which may explain the small quantities of the CO_2 produced during the latter period. The second and the third portions received doses of ether the first two days:

April	hours	1. 32·11 grms of seeds	2. 32·33 grms of seeds 0·1 c. c. ether per liter. Absolute: 0·45 c. c. ether	3. 32·25 grms of seeds 0·2 c. c. ether per liter. Absolute: 0·9 c. c. ether	1.	2.	3.	1.	2.	3.
					CO_2-produced per 100 grms seeds					
		mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	%	%	%
8th—9th	26	296	283	276	922	875	856	100	94·96	92·84
9th—10th	24	274	303	282	853	937	874	100	109·83	102·47
10th—11th	24	216	148	150	673	458	465	100	68·05	69·14
11th—12th	22	210	126	165	654	390	512	100	59·59	78·23

The first day and night the ether produced a small retardation of the respiratory process and the next day a small acceleration, a phenomenon which may possibly be explained to the fall of temperature. In the time after the exposure to ether a large retardation of the CO_2-production was noted. The 10th of April the seeds of the three sets were in the same stage as regards their germination, but at the end of the experiment the seeds of the first portion predominated.

VI. 3 sets of seeds were soaked and put aside for 5 days in order to germinate (Febr. 24th—March 1st). In the day the temp. was c. 18° C. The second and third portions were allowed to stand each with a small dose of ether for the first 25 hours; during the last 4 days they received no ether:

Febr.	hours	1. 30·82 grms of seeds	2. 30·30 grms of seeds 0·1 c. c. ether per liter. Absolute: 0·45 c. c. ether	3. 31·10 grms of seeds 0·3 c. c. ether per liter. Absolute: 1·35 c. c. ether	1.	2.	3.	1.	2.	3.
					CO_2-produced per 100 grms seeds					
		mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	%	%	%
24th—25th	25	181·6	174·0	169·2	589·4	574·2	544·1	100	97·43	92·32
25th—26th	24	255·3	221·8	177·8	828·2	732·0	571·8	100	88·38	69·04
26th—27th	24	318·0	326·5	297·0	1031·8	1077·6	955·0	100	104·43	92·55
27th—28th	24	309·0	301·4	324·0	1002·6	994·7	1041·8	100	99·21	103·91
28th—1st March	22	260·0	247·0	232·4	843·6	815·2	747·3	100	96·63	88·58

During the narcosis and in the time directly after this exposure the respiratory process was somewhat retarded, but afterwards the CO_2-production was again accelerated especially as regards the portion which had been exposed to the smallest dose of ether.

As regards the germination the 3 portions showed no difference.

VII. 3 "common-legume" portions were soaked and put aside for 5 days in order to germinate (March 4th—9th). During the first day and night the second and the third portions received doses of ether, during the last 4 days they received no ether. The following results were observed:

March	hours	1. 36·44 grms of seeds	2. 36·06 grms of seeds 0·5 c. c. ether per liter. Absolute: 2·25 c. c. ether	3. 36·10 grms of seeds 0·7 c. c. ether per liter. Absolute: 3·15 c. c. ether	1.	2.	3.	1.	2.	3.
					CO_2 produced per 100 grms seeds					
		mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	mgrs	%	%	%
4th—5th	29	364	280	303	998·9	776·7	839·3	100	77·75	84·03
5th—6th	24	413	244	213	1133·4	676·7	590·0	100	59·70	52·06
6th—7th	24	427	312·5	246	1171·8	866·6	681·4	100	73·96	58·15
7th—8th	24	456	435	294	1251·4	206·3	814·4	100	96·40	65·08
8th—9th	23	414	477	345	1136·1	1322·8	955·7	100	116·43	84·12

This experiment, which is a continuation of VI, the arrangement being the same excepting the doses being much larger, shows a retardation of the respiration still greater than that of VI during the narcosis as well as during the time after this. The peas of 3 were covered with a white layer of micro-organismes, which evidently contributed to the production of CO_2. After the two days the peas had germinated in 1; the germination was slightly retarded in 2. and had only just begun in 3.

The observations of the different temperatures of these experiments are very imperfect; still they intimate that rise in temperature accelerates the effect of ether; a conclusion which agrees with those of Claude Bernard (cfr. p. 3).

Furthermore these experiments demonstrate as follows:

1) Small doses of ether used for short periods accelerate the CO_2-production, a phenomenon which may be observed especially at low temperatures.

2) Large doses of ether retard the CO_2-production.

3) During the after-effect of the ether an acceleration of the respiratory process[1]) is never noted as Johannsen has found in all his experiments on ripening sweet-peas and lupines.

4) Etherization of germinating seeds retards the germination and the growth, a result which has been demonstrated by several students already mentioned. Having used somewhat long durations of exposure I have never noted an acceleration of the growth nor of the germination.

[1]) Detmer, experimenting with the effect of chloroform on seedlings of Pisum has likewise demonstrated a great retardation of the respiration during the after-effect [Detmer, 1882, p. 213 ff.].

These results of the respiratory process compared with those noted by the above mentioned students on the same subject show several apparent divergencies: Elfving, who also experimented with seedlings of Pisum, noted that the CO_2-production is accelerated when the objects are exposed to a dose of ether until 15 per cent by measure (16 to 23 hours of exposure). Using this dose I found a considerable retardation of the respiration, the dose corresponding to 0·7 c. c. ether per liter air. This divergency may however be explained by the difference of the experimental arrangements. Elfving placed the seedlings (50 plants) in an eudiometre with a capacity of 170 c. c.; 15 per cent by measure of vapour of ether in 170 c. c. air represent 0·12 c. c. ether, an exceedingly small dose, but the largest used by Elfving, and which to all likelihood represents the smallest ones I have used, as it must be remembered that the plants absorb easily large quantities of ether [Laurén p. 40]. Elfving never used doses, larger than the above mentioned one, nor longer periods of exposure and so he had no chance of demonstrating a retardation of the respiration produced by ether.

As regards Laurén's results it must be remembered that the duration of the exposure he used was always very short, the objects being exposed to ether only one hour at a time. With regard to Pisum he observed however a considerable acceleration of the respiration by 30 per cent by measure of ether; when greater doses were used, the respiration was retarded and the plants were injured or died.

A comparison based on numbers between his results and mine is impossible on account of the above mentioned difference to which must be added that my objects were exposed to ether in a closed jar, while the plants Laurén used for his experiments were exposed to a current of air containing vapours of ether, a circumstance which considerably influences the amount of ether absorbed by the plants. Yet the same results may be arrived at, for both sets of experiments demonstrate an increase of the CO_2-production by small doses and a retardation by large doses.

As Claude Bernard did not observe in germinating corn any influence on the respiratory process by the etherization, it must be owing to the circumstance that he, as may be inferred from his report, did not at all perform quantitative analyses of the CO_2-production, only demonstrating qualitatively the CO_2-production.

Experiments on the Effect of Ether on the Nitrogenous Compounds of Seedlings of Pisum.

The seedlings used for the experiments on the respiration (except those used in I and II) were crushed with alcohol and analyzed as for nitrogenous substances and sugars in the above mentioned manner. The numbers of the experiments here and in the results of the sugar-analyses refer to the numbers of the analyses of the respiratory process. "Amides" states here the compounds which are not precipitated by tannic acid:

	Total amount of ether	Weight of seeds in air-driedstate	Mgrms *N* of amides		
III.	cc.	grms	mgrs	%	
1. 3 days without ether. . .	0	31·94	17·5	100	
2. 0·4 cc. ether for 2 days. 1 day without ether. . . .	1·8	31·41	17·0	97·14	
3. 0·6 cc. ether for 2 days. 1 day without ether . . .	2·7	32·26	17·75	101·43	to all probability: dead.
IV.					
1. 4 days without ether. . .	0	26·40	29·13	100	
2. 0·2 cc. ether for 3 days. 1 day without ether . . .	0·9	26·33	26·49	90·94	
3. 0·4 cc. ether for 3 days. 1 day without ether. . .	1·8	25·80	23·46	80·56	
V.					
1. 4 days without ether. . .	0	32·11	20·44	100	
2. 0·1 cc. ether for 2 days. 2 days without ether. . .	0·45	32·33	23·25	113·75	
3. 0·2 cc. ether for 2 days. 2 days without ether. . .	0·9	32·25	23·25	113·75	
VI.					
1. Soaked and crushed . . .		30·77	15·00		
2. 5 days without ether. . .		30·82	20·25	100	
3. 0·1 cc. ether for 1 day . 4 days without ether. . .	0·45	30·30	23·00	113·59	
4. 0·3 cc. ether for 1 day. 4 days without ether. . .	1·35	31·10	22·00	108·64	
VII.					
1. 5 days without ether. . .		36·44	25·75	100	
2. 0·5 cc. ether for 1 day 4 days without ether. . .	2·25	36·06	20·50	79·61	
3. 0·7 cc. ether for 1 day 4 days without ether. . .	3·15	36·10	27·00	104·86	

VIII. For this experiment 6 days old seedlings were used, which remained in a nutrient saline solution in darkness for two days, during which they were

	Total amount of ether	Weight of seedlings	Mgrms *N* of the amides		
	cc.	gr	mgr	%	
1. 2. Directly crushed		21·79 20·73	27·92 25·02 } 26·47	100	No side-roots were developed.
3. 2 days without ether		21·13	35·58	134·42	Short side-roots were developed after the exposure.
4. 2 days with 0·1 cc. ether	3·0	21·32	35·32	133·43	
5. 2 — — 0·3 - —	9·0	20·84	33·80	127·69	Indications of side-roots as small protuberances.
6. 2 — — 0·5 - —	15·0	21·20	30·80	116·36	Only in a few seedlings the side-roots were indicated.

exposed to ether [with regard to a detailed indication of the experiment cfr. p. 28, where the other results of the experiment are stated]. The temp. varied between 13° and 15° as long as the experiment lasted.

The following is demonstrated by above mentioned experiments:

The destruction of proteids, which takes normally place during the germination together with a simultaneous formation of amides, is retarded[1] during the narcosis in proportion to the size of the dose used. That very small doses used for an exposure of a certain duration may cause an acceleration of the above named process will be shown (cfr. p. 30, 33). During the after-effect of the ether-narcosis a considerable acceleration of the katabolismes takes place if small doses are used (cfr. V, VI), while large doses have here too retarded the formation of amides (cfr. VII, 2). The increase of amides, shown in III, 3 is doubtlessly owing to a secondary process, the katabolismes being a consequence of the death of the plants, a phenomenon also shown by the analyses of the amounts of sugars (cfr. p. 23). Accordingly the plants in that portion did not germinate. Also in VII, 3 a similar increase of the amides is noted, a circumstance which indicates that the seeds were injured by etherization. This hypothesis is gainsaid by the fact that the seeds began to germinate; nor do the results, obtained by the sugar-analyses, indicate that the etherization caused any toxic effect.

Results of the Sugar-analyses of the Seedlings of Pisum.

	Total amount of ether	Before the inversion		After the inversion		Before the inversion	After the inversion	
III.			Corr.		Corr.	Corr.		Corr.
	cc.		mgr.	mgr.	mgr.	%	%	%
1. 3 days without ether ...	0	0	164	248·3	412·3	100·00	100·00	100·00
2. 0·4 cc. ether for 2 days. 1 day without ether	1·8	0	132·2	230·9	363·1	80·61	93·00	88·07
3. 0·6 cc. ether for 2 days. 1 day without ether	2·7	traces	116·3	362·8	479·1	70·91	146·09	116·19
IV.								
1. 4 days without ether ...	0	0	186·7	365·35	552·05	100·00	100·00	100·00
2. 0·2 cc. ether for 3 days. 1 day without ether	0·9	0	182 ?	338·22	520·22	97·5	92·57	94·23
3. 0·4 cc. ether for 3 days. 1 day without ether	1·8	0	177·4	291·45	468·85	95·02	79·77	84·93

[1] Zaleski, experimenting with seedlings of lupines, has made the same observation. [Zaleski 1900, p. 292].

V.	Total amount of ether	Before the inversion		After the inversion		Before the inversion	After the inversion	
			Corr.		Corr.	Corr.		Corr.
	cc.		mgr.	mgr.	mgr.	%	%	%
1. 4 days without ether ...	0	0	211·1	203·5	414·64	100·00	100·00	100·00
2. 0·1 cc. ether for 2 days. 2 days without ether ...	0·45	0	181·3			85·89		
3. 0·2 cc. ether for 2 days. 2 days without ether ...	0·9	0	186·6	207·5	394·1	88·40	101·95	95·05
VI.								
1. Soaked and crushed.....	0	0	0	291·3	291·3		117·40	53·85
2. 5 days without ether ...	0	traces	292·9	248·1	541·03	100·00	100·00	100·00
3. 0·1 cc. ether for 1 day. 4 days without ether ...	0·45	»	288	248·1	536·1	98·32	99·99	99·09
4. 0·3 cc. ether for 1 day. 4 days without ether ...	1·35	»	263·1	293·5	556·6	89·82	118·30	102·89
VII.								
1. 5 days without ether ...	0	traces	388	101·88	489·88	100·00	100·00	100·00
2. 0·5 cc. ether for 1 day. 4 days without ether ...	2·25	0	330·6	191·10	521·7	85·21	187·58	106·5
3. 0·7 cc. ether for 1 day. 4 days without ether ...	3·15	0	246·6	194·23	458·8	68·18	190·65	93·66

The tables state the amounts of sugar per 10 grams of the objects (the sugar is estimated as dextrose). As remarked by Johannsen [Johannsen 1897, p. 37] it is however necessary to consider the amounts of carbohydrates, evolved as CO_2 by the plants in order to obtain an idea of the processes passing within the group of carbohydrates; consequently I have introduced a correction in Johannsen's method supposing the CO_2, evolved by the respiratory process, to be chiefly produced by hexoses. The corrected amounts are marked "corr." in the tables. The corrected numbers of the whole amount of sugar, which represent the rapidity of the formation of sugar, show in VI 4 and in VII 2 an acceleration of the formation of sugar caused by small and average doses of short duration. The same doses of a somewhat longer duration have produced a retardation of the formation of sugar which takes place normally in the seedlings (cfr. III 2, IV 2, 3 and V 3). Large doses of short duration have also affected a retardation of the process (cfr. VII 3). That the dose used in VI 3 has produced no influence on the formation of sugar, must be owing to the circumstance that the dose was too small to produce any effect so long after. If the plants were analyzed directly after the exposure, it is possible that we might have found a small positive result. These experiments are however too few to demonstrate the effects separately during the narcosis and

during the ensuing period, especially as a comparison between the experiments separately is not possible the experiments having been carried out at different times; consequently the seedlings have been exposed to different conditions especially with regard to temperatures. This circumstance has caused the phenomenon found in IV 1, which states a more intensive formation of sugar than in VII 1 in spite of the seedlings of the former named portion being 1 day younger than those of the latter portion. The same phenomenon may be seen with regard to the amides. The considerable acceleration of sugar-formation, shown in III 3, is surely not directly caused by the etherization, but must be regarded as the beginning of destruction owing to the death of the plant, a phenomenon which was also pointed out in the analyses of the nitrogenous compounds.

Comparing these results with the non-corrected ones of the entire amounts of sugar, we find a considerable difference in those cases, where large and average doses are used, while the difference proves to be slight, when small doses are employed. This circumstance shows clearly that large doses affect the respiratory process considerably more than the sugar-forming process. As an accumulation of hexoses is not observed, these products having been consumed by the respiratory process and possibly too by the synthesis of di- respective tri-saccharides, we cannot ascertain by these experiments, whether the CO_2-production is retarded entirely by the narcosis, or further by lack of hexoses; the latter alternative is however supported by the fact that a retardation of the inversion of sugar, produced by the narcosis, has been observed in all cases.

CHAPTER IV.

Experiments on the Translocation of the Nitrogenous Substances in Seedlings.

It has previously been mentioned how etherization acts upon the nitrogenous substances in young seedlings collectively. In this chapter we shall examine how the various parts i. e. the root and the shoot (in the following called "shoot" for short) respectively the cotyledons react upon the narcotization, these two regions acting quite differently: the one part, the shoot, being in full development and growth, while the other part is destined to die in consequence of a constant stream of food-materials going from the cotyledons to the young growing shoot. On this subject Zaleski has made a few experiments, the results of which, however, are hardly correct. The experiments were arranged in the following way: Young seedlings of Lupinus angustifolius (unfortunately their age is not indicated), germinated in darkness in pure sand, were divided into 6 similar portions. The first portion was immediately examined, the cotyledons and the shoots being examined separately; the other portions were similarly treated after the exposure. The plants of the

2nd portion were allowed to stand for 2 days in darkness in a nutrient saline solution [1 gr. $MgSO_4 + 1$ gr. $KH_2PO_4 + CaSO_4$ per liter aq. destil.] the seedlings being placed on paraffined gauze, which was stretched over the nutrient solution, of which half a liter was used for each portion. The plants were covered with a bell-jar of 7·6 liter's capacity. The 3rd portion was treated as the second, yet a receiver with 5 c. c. ether was placed under the bell-jar. [As the vapours of ether are not only absorbed by the air but also by the water of the nutrient solution, the strength of the ether represents $\frac{5}{7{\cdot}1 + 0{\cdot}5 \cdot 22} = 0{\cdot}28$ c. c. ether per liter air]. The cotyledons were immediately cut off the plants of the 4th, 5th and 6th portions. The 4th portion was immediately analysed, while the 5th portion was treated as the 2nd, and the 6th as the 3rd portion, after which process they were analysed as to ascertain the amount of nitrogen of the proteids by Stutzer's method. The following results were obtained:

I.

	1. Control portion	2. 2 days without ether	3. 2 days with ether
Shoots	89·80 mgr. *N* of proteids	94·00 mgr.	110·72 mgr.
Cotyledons	310·74 — - —	232·64 —	251·04 —
Shoots alone	89·23 — - —	88·94 —	88·25 —

II.

	1.	2.	3.
Shoots	92·15 mgr. *N* of proteids	100·12 mgr.	115·99 mgr.
Cotyledons	301·24 — - —	225·34 —	239·86 —
Shoots alone	94·54 — - —	90·00 —	89·98 —

Of these results Zaleski concludes that etherization produces more rapid translocation than under normal circumstances of the proteids from the cotyledons to the shoot. Either the proteids pass into the shoot, or the proteids are formed in the shoot by the amides which are conveyed from the cotyledons. [Zaleski 1900, p. 292 seq.].

Yet it seems contradictory to assume that the translocation may be accelerated simultaneously with a retardation of the formation of substances suitable for the mobilization.[1] The data at hand are however quite insufficient to deduce any conclusions from concerning the rapidity of translocation, as it is necessary to know separately the total amount of nitrogen of the cotyledons and of the shoots. Unfortunately Zaleski has not examined the amount of these substances.

To investigate the matter I have made some experiments for which I used the same method as Zaleski; I have however estimated the total amount of nitrogen in the respective organs instead of the amount of nitrogen of the proteids. The following results were found:

[1] That the nitrogenous compounds are translocated as amides and not as proteids may hardly be contradicted. [Czapek II 1905, p. 159].

I. Each portion contained 45 seedlings. Temp. 13—18°.

1. Directly crushed	cotyledons	17·24 gr.	plants	228·70 mgr.	*N*	63·81 % } 100 %
	shoots	30·33 -	—	129·69 —	-	36·18 % }
2. 2 days without ether	cotyledons	17·18 -	—	184·77 —	-	51·97 % } 100 %
	shoots	38·58 -	—	168·23 —	-	48·03 % }
3. 2 days with 0·28 c. c. ether per liter (= 14·14 c. c. ether)	cotyledons	17·52 -	—	226·00 —	-	64·13 % } 100 %
	shoots	30·07 -	—	127·00 —	-	35·87 % }

II. Each portion contained 24 seedlings. Temp. 9—11°.

		Weight of plant-objects			
1. Directly crushed	cotyledons	8·15 gr.	119·90 mgr.	*N*	62·31 % } 100 %
	shoots	13·60 -	72·56 —	-	37·69 % }
2. 2 days without ether	cotyledons	8·04 -	93·68 —	-	51·70 % } 100 %
	shoots	17·90 -	87·53 —	-	48·31 % }
3. 2 days with 0·28 c. c. ether per liter (= 8·26 c. c. ether)	cotyledons	8·35 -	101·30 —	-	52·95 % } 100 %
	shoots	18·62 -	90·00 —	-	47·05 % }

III. Portions à 32 seedlings. Temp. 10—14°.

		Weight of plant-objects			
1. Directly crushed	cotyledons	12·34 gr.	179·93 mgr.	*N*	66·76 % } 100 %
	shoots	16·94 -	89·58 —	-	33·24 % }
2. 2 days without ether	cotyledons	12·12 -	144·32 —	-	53·73 % } 100 %
	shoots	24·32 -	124·29 —	-	46·27 % }
3. 2 days with 0·28 c. c. ether per liter (= 8·26 c. c. ether)	cotyledons	11·57 -	146·42 —	-	54·29 % } 100 %
	shoots	24·41 -	123·25 —	-	45·71 % }

The experiments show that the translocation of nitrogenous substances, which takes place normally in seedlings, was retarded by etherization in I, while this process has not been affected in II and III. The fact of this deviation must be ascribed to the circumstance that the amount of the nutrient saline solution used in I was 1·5 liter per portion, while the amount of the solution used in II and III was only 0·5 liter per portion; consequently the total amount of ether was larger in I than in II and III. Besides the temperature was somewhat higher in the first experiment than in the two latter ones, which circumstance — as previously mentioned — accelerates the effect of the ether.

As small doses of ether are able to accelerate the normal processes such as growth, movements and several metabolic processes, as mentioned above, an acceleration of the mobilization of the substances might possibly be affected, as Zalesky presumes. In this case it might, however, be taken for granted that an acceleration of the katabolism of the reserve-materials in the cotyledons might simultaneously take place. To investigate whether an acceleration of the translocation might possibly take place I have made some experiments for which, however, seedlings of Pisum were used, these representing a material much more uniform than Lupinus angustifolius of which it is very difficult to obtain a uniform crop on account of their small power of germination and a considerable variability of their rapidity of growth.

Experiment A.

Uniform seeds were soaked for 1 day in aq. destil. and were left to germinate on germinating blocks of plaster in darkness for 6 days (Okt. 13th to 19th 1908). After these 6 days the radicles were 6 to 7 ctms. long. The seedlings were divided as uniformly as possibly in 6 portions, each containing 44 plants. The heaviest and the lightest portions were immediately crushed for analyses; the other portions were allowed to remain for 2 days in a nutrient saline solution [the same as used for the above mentioned experiments on lupines] partly with, partly without ether, as indicated in the table; after this exposure they were crushed for analyses. For the exposure tin-pails of 19 liters' capacity were used of which the covers were fastened with plaster to prevent the vapours of ether escaping during the two days of exposure. The temp. varied between 13° and 15°. The weights of the different portions before the exposure are cited to demonstrate the uniformity of the material:

1.	2.	3.	4.	5.	6.
21·79 gr.	20·73 gr.	21·13 gr.	21·32 gr.	20·84 gr.	21·20 gr.

Following results were found by the analyses:

A.

Shoots.

	a Absolute amount of ether	b Weight of plants after the exposure	c *N* of amides	d *N* of proteids	e Total amount of *N*	f percentages of amides of the original amount	g percentages of proteids of the original amount	h percentages of total *N* of the original amount	i percentages of *N* of proteids of the total amounts of *N*
	c. c.	gr.	mgr.	mgr.	mgr.	%	%	%	%
1. Directly crushed		5·80	16·85	28·36	45·21	100·00	100·00	100·00	62·73
2. Directly crushed		5·62	15·19	29·52	44·71				66·03
3. 2 days without ether		8·14	24·39	37·41	61·80	152·25	129·27	137·45	60·53
4. 2 — with 0·1 c. c. ether per liter	3	8·42	24·48	36·78	61·26	152·81	127·09	136·25	60·04
5. 2 — — 0·3 — — —	9	7·26	21·61	33·59	55·20	134·89	116·09	122·78	60·85
6. 2 — — 0·5 — — —	15	6·78	19·90	32·86	52·76	124·22	113·55	117·35	62·28

Cotyledons.

1. Directly crushed		15·99	11·07	259·59	270·66	100·00	100·00	100·00	95·91
2. Directly crushed		15·39	9·83	261·37	271·20				96·38
3. 2 days without ether		15·11	11·19	243·68	254·87	107·09	93·73	94·07	95·61
4. 2 — with 0·1 c. c. ether per liter	3	15·49	10·84	244·57	255·41	103·74	94·07	94·27	95·76
5. 2 — — 0·3 — — —	9	15·15	12·19	250·13	262·31	116·66	96·21	96·82	95·36
6. 2 — — 0·5 — — —	15	15·60	10·90	253·01	263·91	104·31	97·32	97·41	95·87

The total amount of Nitrogen is calculated by adding the amount of *N* of the amides and that of *N* of the proteids. "Amides" indicates as usual the substances of the alcoholic extract non-precipitated by tannic-acid while the rest is indicated as proteids.

The results demonstrate as follows:

During the two days of exposure a translocation of nitrogenous compounds from the cotyledons to the shoots took place in the non-etherized portion. This mobilization was retarded by doses of ether of 0·3 and 0·5 c. c. per liter, most by the latter; on the contrary the deviation from the result in 2 produced by the smallest of the doses is so slight that it may be entirely ascribed to the variation of the material. Etherization (with doses of 0·5 and 0·3 c. c.) has retarded the katabolism of the proteids in the cotyledons in proportion to the strength of the dosis, as seen by the table by the numbers of g. The numbers of i demonstrate that the percentages of *N* of proteids of the total amount of *N* are in all the portions nearly the same, which fact demonstrates that the formation of amides and the translocation of nitrogenous compounds from the cotyledons to the shoots are greatly dependent on each other, a fact which gainsays the results of Zaleski already quoted.

In the shoots both the amounts of amides and of proteids are increased during the exposure. With regard to the two groups of substances mentioned, the increase is retarded by the two largest doses of ether. A calculation of the amount of nitrogen of the proteids stated in per cent of the total amount of nitrogen of the separate portions shows the numbers of i. These numbers, which show only a slight variation demonstrate that the rapidity of the synthesis of proteids in the shoots are closely allied to the amount of the amides conveyed to the shoots.

Thus this experiment confirmed the results obtained in the experiments on the lupines, but it did not demonstrate the result conjectured of an increase of the translocation of materials caused by small doses of ether.

To investigate whether an acceleration of the translocation is possible I have performed several other experiments in the same manner as A: (B. C. D. E.):

B. Seedlings 4 days old were used for the experiment.

Weight of the samples before the exposure:

1.	2.	3.	4.
24·33 gr.	24·02 gr.	24·59 gr.	23·80 gr.

Each sample contained 54 seedlings. Temp. 14—18°.

Shoots.

	a Absolute amount of ether	b Weight of plants after the exposure	c *N* of amides	d *N* of proteids	e Total amount of *N*	f percentages of amides of the original amount	g percentages of proteids of the original amount	h percentages of the total amount of *N* of the original amount	i percentages of *N* of proteids of the total amounts of *N*
	c. c.	gr.	mgr.	mgr.	mgr.	%	%	%	%
1. Directly crushed		5·67	19·28	21·51	40·79	100·00	100·00	100·00	52·73
2. 2 days without ether		8·48	31·95	32·69	64·64	165·72	151·98	158·47	50·57
3. 2 days with 0·2 c. c. ether per liter	5·9	9·15	29·18	34·81	63·99	151·35	161·83	156·88	54·40
4. 2 — — 0·3 — — —	8·9	7·05	22·96	28·60	51·56	119·09	132·96	126·40	55·47

Cotyledons.

	a Absolute amount of ether	b Weight of plants after the exposure	c N of amides	d N of proteids	e Total amount of N	f percentages of amides of the original amount	g percentages of proteids of the original amount	h percentages of the total amount of N of the original amount	i percentages of N of proteids of the total amounts of N
	c. c.	gr.	mgr.	mgr.	mgr.	%	%	%	%
1. Directly crushed		18·30	40·80	311·67	352·47	100·00	100·00	100·00	88·42
2. 2 days without ether		17·37	48·15	277·41	325·56	118·01	89·01	92·37	85·21
3. 2 — with 0·2 c.c. ether per liter	5·9	18·02	42·90	288·74	331·64	105·15	92·64	94·09	87·06
4. 1 — — 0·3 — — —	8·9	17·30	43·14	289·66	332·80	105·74	92·94	94·42	87·04

No side-roots were formed before the exposure; after the exposure side-roots were indicated as protuberances in 2 and 3; all the seedlings were fresh.

C. Seedlings 4 days old were used for the experiment.
Weight of the portions before the exposure:

1.	2.	3.	4.
21·31 gr.	20·96 gr.	21·43 gr.	21·42 gr.

Each portion contained 47 seedlings. Temp. = 14—17°.

Shoots.

	a Absolute amount of ether	b Weight of plants after the exposure	c N of amides	d N of proteids	e Total amount of N	f percentages of amides of the original amount	g percentages of proteids of the original amount	h percentages of the total amount of N of the original amount	i percentages of N of proteids of the total amounts of N
	c. c.	gr.	mgr.	mgr.	mgr.	%	%	%	%
1. Directly crushed		5·50	20·48	19·51	39·99	100·00	100·00	100·00	48·79
2. 2 days without ether		10·28	34·36	33·34	67·70	167·77	170·89	169·29	49·25
3. 2 — with 0·05 c.c. ether per liter	1·5	11·89	36·60	34·50	71·10	178·71	176·84	177·79	48·52
4. 2 — — 0·28 — — —	8·3	9·54	28·67	30·97	59·64	139·99	158·74	149·14	51·93

Cotyledons.

1. Directly crushed		15·61	33·54	252·63	286·17	100·00	100·00	100·00	88·28
2. 2 days without ether		14·57	37·25	206·96	244·21	111·06	81·92	85·34	84·75
3. 2 — with 0·05 c.c. ether per liter	1·5	14·99	36·81	215·88	252·69	109·75	85·45	88·30	85·43
4. 2 — — 0·28 — — —	8·3	15·22	33·96	225·68	259·64	101·25	89·33	90·73	86·92

Before the exposure no side-roots; after the exposure all the seedlings were fresh; side-roots had been developed, especially in 3; only to a slight degree in 4.

D. Seedlings, 3 days old, were used. Each portion contained 36 seedlings. Weight of the portions before the exposure:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
14·70 gr.	14·81 gr.	14·71 gr.	14·63 gr.	14·84 gr.	14·75 gr.	14·70 gr.

Shoots.

	a Absolute amount of ether	b Weight of plants	c *N* of amides	d *N* of proteids	e Total amount of *N*	f percentages of amides of the original amount	g percentages of proteids of the original amount	h percentages of the total amount of *N* of the original amount	i percentages of *N* of proteids of the total amounts of *N*
	c. c.	gr.	mgr.	mgr.	mgr.	%	%	%	%
1. Directly crushed		2·22	8·75	10·65	19·40	100·00	100·00	100·00	54·90
2. 2 days without ether		6·03	18·75	19·90	38·65	214·29	186·86	199·23	51·49
3. 2 days without ether		5·40	18·41	19·19	37·60	210·40	180·19	193·81	51·04
4. 0·1 c. c. ether for 1 day. 1 day without ether	3·0	5·81	18·34	19·63	37·97	209·60	184·32	195·72	51·70
5. 0·1 c. c. ether for 2 days	3·0	5·84	17·57	19·85	37·42	200·80	186·38	192·89	53·05
6. 0·3 — — - 2 —	9·0	4·33	15·50	18·55	34·05	177·15	174·18	175·52	54·48
7. 0·45 — — - 2 —	13·5	2·83	10·47	11·17	21·64	119·66	104·88	111·55	51·62

Cotyledons.

1. Directly crushed		11·41	27·39	207·50	234·89	100·00	100·00	100·00	88·34
2. 2 days without ether		11·13	26·74	176·89	203·63	97·63	85·25	86·69	86·87
3. 2 days without ether		11·05	29·54	188·01	217·55	107·85	90·61	92·62	86·42
4. 0·1 c. c. ether for 1 day. 1 day without ether	3·0	11·40	25·56	187·34	212·90	93·32	90·28	90·34	87·99
5. 0·1 c. c. ether for 2 days	3·0	11·23	23·08	184·18	207·26	84·26	88·76	88·24	88·86
6. 0·3 — — - 2 —	9·0	11·51	26·97	199·80	226·77	98·47	96·29	96·54	88·11
7. 0·45 — — - 2 —	13·5	11·53	26·53	198·55	225·08	96·86	95·69	95·82	88·21

During the exposure side-roots were formed in all the portions except in 7.

E. Seedlings 5 days old were used. Each portion contained 40 seedlings. Weight of the portions before the exposure:

1.	2.	3.	4.
14·37 gr.	13·85 gr.	13·95 gr.	13·82 gr.

Shoots.

	a Absolute amount of ether	b Weight of plants	c *N* of amides	d *N* of proteids	e Total amount of *N*	f percentages of amides of the original amount	g percentages of proteids of the original amount	h percentages of the total amount of *N* of the original amount	i percentages of *N* of proteids of the total amounts of *N*
	c. c.	gr.	mgr.	mgr.	mgr.	%	%	%	%
1. Directly crushed		2·92	13·50	12·55	31·28	100·00	100·00	100·00	48·18
2. 2 days without ether		4·63	17·78	18·80	36·58	131·70	149·80	116·94	51·67
3. 2 — with 0·05 c. c. ether	1·5	5·11	20·08	20·39	40·47	148·74	162·47	129·38	50·38
4. 2 — — 0·05 — —	1·5	5·27	17·99	18.94	36·93	132·59	153·92	118·06	51·29

Cotyledons.

	a Absolute amount of ether	b Weight of plants	c N of amides	d N of proteids	e Total amount of N	f percentages of amides of the original amount	g percentages of proteids of the original amount	h percentages of the total amount of N of the original amount	i percentages of N of proteids of the total amounts of N
	c. c.	gr.	mgr.	mgr.	mgr.	%	%	%	%
1. Directly crushed		10·24	24·41	178·92	203·33	100·00	100·00	100·00	87·99
2. 2 days without ether		9·51	25·42	154·71	180·13	104·13	86·47	88·59	85·94
3. 2 — with 0·05 c. c. ether	1·5	9·68	24·42	162·37	186·79	100·04	90·75	91·86	86·95
4. 2 — — 0·05 — —	1·5	9·65	26·50	162·91	189·41	108·56	91·05	93·15	86·01

No side-roots before the exposure; after the exposure side-roots were formed in all the portions and all the seedlings were fresh.

All these experiments confirm the results of A: that there is a relation between the formation of amides in the cotyledons and the translocation of nitrogenous compounds to the shoots (cfr. the figures of i as regards the cotyledons), and that there is an intimate relation between the synthesis of proteids in the shoots and the amounts of nitrogenous substances conveyed to the shoots (cfr. the numbers of i as regards the shoots).

F. Seedlings 5 days old were used. Each portion contained 45 seedlings. Weight of the portions before the exposure:

1. 14·52 gr. 2. 14·17 gr. 3. 14·22 gr. 4. 14·30 gr. 5. 14·15 gr.

Temp. 10—16°.

Shoots.

	a Absolute amount of ether	b Weight of plants	c N of amides	d N of proteids	e Total amount of N	f percentages of amides of the original amount	g percentages of proteids of the original amount	h percentages of the total amount of N of the original amount	i percentages of N of proteids of the total amounts of N
	c. c.	gr.	mgr.	mgr.	mgr.	%	%	%	%
1. Directly crushed		2·90	12·21	13·28	25·49	100·00	100·00	100·00	52·10
3. 3 days without ether		5·82	20·33	20·57	40·90	166·51	154·90	160·46	50·29
3. 3 — —		5·68	19·75	19·50	38·25	161·75	146·84	150·06	48·37
4. 18 hours with 0·1 c. c. ether. 2 days without ether	3·0	5·70	18·71	19·84	38·55	153·24	141·87	151·24	51·47
5. 18 hours with 0·2 c. c. ether. 2 days without ether	6·0	4·92	16·46	17·77	34·23	134·81	133·81	134·29	51·91

Side-roots were formed during the time of exposure; all the seedlings were fresh.

As regards the possibility of an acceleration of the mobilization of the nitrogenous compounds the matter is not fully investigated. In C an acceleration of the normal process has been demonstrated (cfr. h 3), and the same result has been found in E (h 3), but in all other cases I have not succeeded in producing an acceleration of the mobilization by etherization; neither in the experiments F and G has an acceleration been demonstrated; in these experiments I have only carried out analyses of the shoots:

G. Seedlings 4 days old were used. Each portion contained 38 seedlings. Weight of the portions before the exposure:

1.	2.	3.	4.
14·10 gr.	14·18 gr.	14·16 gr.	14·25 gr.

Temp. 13—19·5° in the time of exposure.

	Absolute amount of ether	Total amount of *N*
I. Directly crushed		17·32 mgr.
II. 3 days without ether		37·76 —
III. 1 day with 0·02 c. c. ether. 2 days without ether	0·6 c. c.	35·86 —
IV. 1 day with 0·07 c. c. ether. 2 days without ether	2·1 —	37·60 —

After the exposure side-roots were indicated in all 3 portions; in II and IV all the seedlings were fresh; in III a few of the seedlings were not fresh; this phenomenon must, however, not be related to the effect of ether.

All these results show that it is problematic whether an acceleration of the mobilization of nitrogenous compounds can be affected in seedlings 4—8 days old, as the small positive results obtained may be ascribed to the variability of the material. We must, however, conclude that etherization can produce this effect in quite young seedlings as I have found an increase of the formation of amides in the experiments V and VI p. 22. For this corollary we must, however, presume that also in quite young seedlings there is a correlation between the katabolism of proteids and of the mobilization: and this presumption may hardly be contradicted.

It must be mentioned here that alcohol of a strength of 96 per cent was used for the extraction of the amides in experiment A contrary to the other experiments for which was used alcohol of a degree of 55 per cent. To this circumstance must be related the phenomenon that the percentages of amides found in all instances of A are smaller than those of the other experiments. This fact emphasizes, however, the parallelism between the metabolic processes and the mobilization of the materials.

The experiments showed as above mentioned that a relation is found between the destruction of proteids in the cotyledons and the translocation of nitrogenous substances to the shoot, and that these processes might be affected by etherization. How this effect has been produced cannot be investigated by these experiments, but the following alternatives are possible: The translocation may be retarded by lack of sufficient materials, which may be owing to the ether having retarded the actions of the proteolytic enzymes, or to the circumstance that etherization might have accelerated the synthesis of proteids in the cotyledons, granting that antagonistic metabolisms take place during the germination similarly as during the ripening process as already shown by Johannsen [Johannsen 1897]; or the translocation is retarded by changes of the permeability of the plasmatic membrane produced by the etherization; in this case the katabolism must be the secondary process and is retarded on account of the amides not being translocated. Or the ether may retard the enzymatic processes as well as affect the permeability of the plasmatic membrane.

In connection with this I quote the following theories stated by Puriewitsch and Czapek:

Puriewitsch who observed that etherization prevents the self-depletion of reserve-materials in isolated maize-endosperms (or in the cotyledons of Phaseolus and Lupinus) supposed that this retardation is caused by a cessation of the formation of enzymes. About this he writes: "Dass das Protoplasma bei der Anæsthesie die Fähigkeit nicht verliert die im Zellsaft gelösten Stoffe durchzulassen, beweist folgende Thatsache: Sowohl abgetrennte als auch an der Pflanze sitzende Blätter zeigen weit schneller Stärkeauflösung, wenn sie sich in einer Ätheratmosphäre mit Ätherdämpfen befinden. Umgekehrt, wenn man entstärkte Blätter auf eine Dextroselösung, der eine kleine Menge von Äther oder Chloroform zugesetzt ist, legt, so findet die Bildung von Stärkekörner nicht statt, sondern man kann eine ziemlich grosse Menge von Dextrose innerhalb der Zellen constatieren [Puriewitsch 1897, p. 47].

Contrary to the theory and result of Puriewitsch are the results obtained by Czapek through his studies of the mechanism of the mobilization. He says: "Wenn die Elemente der transportierenden Gewebestränge narkotisiert werden, so sind sie nicht im Stande ihre Funktion auszuführen. Es steht diese Lebenserscheinung ganz ähnlich still wie es in demselben Fall mit der Plasmaströmung in Zellen geschieht, welche bekanntlich in chloroformhältige Atmosphäre still steht und nach Entfernung des Chloroformdampfes ihre frühere Thätigkeit wieder aufnimmt." [Czapek 1897, p. 146] ... "Dies spricht nicht dafür dass die Wirkung eines fermentativ wirksamen Körpers bei dem Process der Stoffaufnahme und Abgabe der leitenden Elemente als hauptsächliche Factor betheiligt ist, weil auf derartige Reactionen Chloroform hemmend nicht einzuwirken pflegt [loc. cit. p. 158].

CHAPTER V.

Experiments on the Effect of Etherization on Buds of Acer Pseudoplatanus.

I. Equally developed buds of Acer were cut from the tree (April 1907) and divided in seven portions as uniformly as possible, each portion containing 15 buds. None of the buds had begun to open either before or after the experiment. The first two parallel-portions, which were crushed with alcohol, as soon as they had been cut off the tree, showed that the material was uniform to a high degree. All the other portions were allowed so stand in a dark room in a constant temperature of c. 10° C. for two days with or without ether, as may be seen by the table; after this exposure they were crushed as usual. The following results were obtained by the analyses:

	Absolute quantities of ether	Weight of buds	*N* per 20 c. c. of the filtrate from the tannic acid-precipitate	*N* of amides in per cent of the original amount	
1. 2. Directly crushed		16·84 grs. 15·28 —	8·80 mgrs. 8·75 —	100·00 %	
3. 2 days without ether	nil.	15·46 —	10·80 —	123·01 —	After the exposure
4. 2 — with 0·5 c. c. ether per liter	7·00 c. c.	16·69 —	8·30 —	94·53 —	the buds were fresh.
5. 2 — — 0·75 — — —	10·50 —	16·70 —	8·65 —	98·54 —	After the exposure
6. 2 — — 1·0 — — —	14·00 —	16·44 —	9·70 —	110·48 —	the buds were
7. 2 — — 1·25 — — —	17·50 —	15·51 —	9·75 —	111·05 —	discoloured

These results agree with those Johannsen arrived at in the same manner [Johannsen 1897, p. 73]:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	
8·9 mgrs.	9·1 mgrs.	11·0 mgrs.	9·5 mgrs.	9·8 mgrs.	10·8 mgrs.	11·0 mgrs.	*N* of amides.
9·0							

(The numbers are multiplied with 2 in order to obtain a survey). The fact that number 4 and 5 of my experiments show somewhat larger effects than those of Johannsen, must be explained by the circumstance that the absolute doses of ether, which I have used, were a great deal larger than those employed by Johannsen, who used jars of 4 litres capacity, while I have used jars of 14 litres capacity for the process of etherization. Concerning this experiment and similar ones made on buds of beeches, on elderberries and on wounded potato-tubers I quote from the above mentioned student who says: "De vise, at Beskadigelse kan foraarsage en Forøgelse af Amid-Kvælstoffet, der er stærkere end den Forøgelse, som Narkosen fremkalder; og tillige ses det, at Ætherisering, resp. Chloroformering, i det mindste med svagere Dosis, afgjort nedstemmer Saar-Virkningen." ["They

show that wounding may cause an increase of the amides, larger than the increase produced by the narcosis; they prove too that etherization, respectively chloroforming, retards decidedly the effect of wounding, always when small doses are used"]. The considerable increase of amides, shown in 3, is hardly to be referred solely to the wounding, as it must be remembered that the buds have not only been exposed to wounding, but they have also been exposed to darkness; furthermore they have been cut off from all absorption, respectively translocation of materials; consequently we must give consideration to all these factors. For further investigation of the matter the above mentioned experiment was supplemented with the following:

II. Buds[1] 5 × 14 large, as similar as possible regarding size and development, were chosen from the same tree from which material for the above mentioned experiment had been taken. The first, second and third portions of these buds were immediately cut off (April 27th 1907), while the 4th and 5th portions remained on the tree till April 29th, when these too were removed and crushed for analyses. The buds of the 4th portion were split on April 27th; they were thus exposed to injury during the two days they still remained on the tree. The first and second portions were crushed for the analyses directly after being cut off from the tree, while the buds of the third portion were put two and two together in test-tubes, which were closed with gauze to prevent the buds falling out; and to prevent rain getting into the test-tubes they were infixed in inverse position on the tree, where they remained till April 29th, when the buds were crushed. During the experiment the temperature was in the middle of the days 14°, but fell during the first night to 4·3°; the second night only to 9°:

	Weight of the buds	*N* of 20 c.c. of the filtrate from the tannic-acid-precipitate	*N* of amides in p. c. of the original amount	
1. Directly crushed (April 27th)	16·72 grs.	8·55 mgrs	100·00 %	
2. Directly crushed (April 27th)	17·75 —	8·20 —		
3. Cut off and split; 2 days in test-tubes on the tree	17·35 —	8·48 —	101·50 —	The buds were fresh after the exposure.
4. Split April 27th. Cut off and crushed 2 days later	19·55 —	8·73 —	104·55 —	
5. Cut off and crushed April 29th	20·70 —	8·33 —	99·89 —	

III. On May 9th 7 × 13 buds, slightly more developed than those, used for the second experiment, were picked out and marked on the tree. The buds of the first portion were immediately cut off and crushed, those of the second portion were cut off and exposed to darkness for two days in a tinpail in a room directly in front of an open window; the buds were crushed on May 11th. The third por-

[1] The buds contained 19·79 % of dry weight of which 5·44 % of *N*.

tion stood likewise for two days in darkness in the same place as the second one, but these buds were exposed to a dose of ether of 0·1 c. c. per liter air. The 4th portion was treated as the 3rd one, however without being exposed to darkness. The 5th portion remained for two days in light with 0·5 c. c. ether p. l. The buds of the 6th portion were marked on May 9th on the tree with pieces of ribbon and were picked and crushed two days later (May 11th). The buds of the 7th portion were covered separately with black paper, impervious to light, and small test-tubes were placed over them as a protection against rain; thus the buds remained on the tree from May 9th till May 11th, when they were cut off and prepared for analyses. In the room, where the second and third portions had been placed, the temperature varied between 9° and 13°, the temperature in the garden between 7·5° and 15·5°.

III.	Absolute amount of ether	Weight of the buds	*N* of 20 c. c. of the filtrate from the tannic acid-precipitate	*N* of amides in % the original amount	
	c. c.	grs.	mgrs.	%	
1. Directly crushed May 9th		11·90	5·26	100·00	
2. Cut off May 9th. Exposed to darkness for 2 days.....		12·40	6·35	120·64	
3. Cut off May 9th. 2 days in darkness with 0·1 c. c. ether per liter .	1·4	11·66	6·93	131·72	After exposure: fresh.
4. Cut off May 9th. 2 days in light with 0·1 c. c. ether per liter.....	1·4	12·22	6·69	127·14	After exposure: fresh.
5. Cut off May 9th. 2 days in light with 0·5 c. c. ether per liter.....	7·0	12·98	5·65	107·41	discoloured.
6. Cut off and crushed May 11th...		17·02	4·87	92·59	8 of the buds had germinated.
7. Exposed to darkness on the tree for 2 days. Cut of and crushed May 11th		21·80	5·15 [6·60]	97·83 [125·31]	5 of the buds had germinated.

In III the amounts of amides were averagely smaller than in II and I, a phenomenon which must be owing to the circumstance that the buds in the first series were older than those of the second one and accordingly richer in water; unfortunately, estimation of the dry weight has not been made with regard to the buds in III.

Of the results obtained it is possible to explain separately the effects of the above mentioned factors. Injury alone has produced no effect (II 4), as the increase of the amount of amides is too small to prove effectual. It might be presumed that an increase of the amount of amides had taken place and this circumstance disguised by the amides being translocated to the branches, but this possibility is contradicted by the result, found in II 3, which proves that injury of the isolated buds has no influence upon the formation of amides. The buds of I 3, which were exposed to darkness but otherwise were treated as those in II 3, show on the con-

trary a considerable increase of amides, which must consequently be owing to the exposure to darkness. III 7 do not show any increase of the amides, it is true, but in this case a translocation of the amides to the branches is possible; and besides, the transpiration has doubtlessly been retarded, the buds being covered with paper, a hypothesis implied by their heightened weight. The increased amount of water proves the result in the table to be too small. Supposing the buds, uncovered, had had the same weight as those of 6, a considerable amount of amides is found (cfr. the numbers in brackets). It is left to be proved whether the accumulation of the amides is only to be referred to the retardation of the synthesis of the proteids, produced by the exposure to darkness; it is however probable that the carbohydrates, physiologically effective, which were originally present in the buds, have been used by the respiratory process, so that lack of such compounds prevents the synthesis taking place.

The experiments on etherization show that small doses (0·1 c.c. ether p. liter) produce an increase of the amount af amides both in buds, exposed to light (cfr. difference between III 4 and II 3), and in buds, exposed to darkness (cfr. III 3 ÷ III 2). Larger doses (0·5 c. c. ether p. liter) have also retarded the synthesis of proteids of buds in light, although in a less degree (III 5). It is questionable whether the ether has caused the arresting process or whether it is a case of katabolism occasioned by the death of the plant. The latter alternative is probable, partly because the buds at the end of the experiment were discoloured, partly because a reduction of the amides has been affected by the same dose, used in darkness, and in this case the buds were unhurt after the exposure. The same dose having thus produced dissimilar effect on the lightened and darkened buds, this phenomenon may be explained by the circumstance that the temperature, to which the lightened buds had been exposed, was somewhat higher than that in which the darkened ones remained, but possibly also by the fact that light may increase the effect of ether. Unfortunately I have not been able through III 3 and III 4 to arrive at any information concerning the latter question, as we have no information as to the effects of doses which are slightly smaller or slightly larger than that used in this case.

Darkened buds which have been exposed for two days to larger doses have died; the smallest dose that proved deadly, used in I, produced a small decrease of amides, which fact indicates that the toxic effect did not set in till late; if the toxic effect had set in immediately, considerable increase of amides would have taken place.

CHAPTER VI.

Experiments on the Effect of Etherization on Potato-tubers.

The effect of ether on the nitrogen-compounds of potato-tubers has already been examined by Johannsen who noted with regard to tubers which were yet in the ripening stage that etherization may effect an inverse direction of the metabolic processes, the synthesis of proteids being substituted by an increase of the amides [Johannsen 1897, p. 67]. A single experimental-series on the effect of ether on injured potato-tubers seems to show that injury produces an increase of the amides, an effect which the above mentioned author considers to be the normal one; on the contrary etherization seems partly to prevent the increase. The experiments on the effect of injury on plants, made by other students, show inverse results. Thus Hettlinger has demonstrated in bulbs a considerable increase of the proteids by injury [Hettlinger 1901]; Marie Leschtsch arrived at the same result [Leschtsch 1903, p. 425], as did Zaleski who concluded that the condensation is produced by the increased supply of oxygen to the tissues; if the injured plants had been exposed to an atmosphere of hydrogen the injury produced no effect, the ratio between the amounts of proteids and of amides remaining constant during the exposure [Zaleski 1901, p. 331]. It remains to be proved whether Zaleski is right in his assumption. Anyhow his proof is not satisfactory, as Palladin [Palladin 1888, p. 205, p. 298] and later Godlewski and others have proved that a considerable amount of amino-acids is accumulated in plants which are exempted from the oxygen, the synthesis of proteids being stopped, in all probability because the formation of asparagin has been prevented [Godlewski 1904 p. 141]. Also in split ripening seeds that have been cut across Zaleski found an increase of the condensation [Zaleski 1905, p. 126]. Kovchoff, experimenting with bulbs of Allium Cepa, arrived at the same result [Kovchoff 1903, p. 165]. By a single experiment I found that injury will produce too a considerable condensation of the amides of potato-tubers. In order to examine the effect of injury as well as of etherization on potatoes a few experiments were made; however, as the results varied considerably, I was induced to make a great many experiments on the subject.

I have always for the experiments used halved potatoes, the one part was used for the exposure while the other served as a control. When several tubers were used for a single experiment the method was the same, the one portion consisting of n halves of n potato-tubers, the other portion being represented by the remaining n halves. The cut was always made lengthwise, perpendicular on the flat side of the tuber, as I considered this division capable of producing the most uniform halves. According to Müller-Thurgau a most uniform material is to be had by halving the tubers, which he has especially demonstrated with regard to the carbohydrates [Müller-Thurgau 1882, p. 764]. After the exposure the tubers

were cut into fine strips and alcohol poured over them; then the portions were boiled in the water-bath, which process was repeated after a few days. The portions were put aside for at least a month before the alcoholic extract was analysed. By way of making sure that the method used for extracting the amides was sufficient, the following experiment was carried out: Two portions of potatoes were boiled with alcohol as already described, the tubers of the first one having previously been cut into fine strips, those of the second into strips double the size of those in the former. 7 days and 14 days after this process equal amounts of extract of each portions were analysed as for amides and the same results were found, i. e. a period of 7 days was sufficient for a complete extraction of the above mentioned substances both as regards the portions containing fine strips and those containing coarse ones; or the last analyses would have shown higher results. The results are as follows:

	After 7 days	After 14 days
A.	9·2 mgrs *N* of amides	9·1 mgrs *N* of amides
B.	8·4 — - —	8·35 — - —

At first 3 experimental series were made of which the first was to demonstrate the effect of ether on wounded potatoes in the last stage of the resting-period; the second one was to demonstrate the effect of injury and the third one was determined to show whether quite young potatoes react upon the above mentioned factors in the same manner as the older ones.

Series I.

Tubers of "Magnum bonum" were reaped in autumn 1906. The experiments were carried out Febr.—April. 1907. The tubers were slit longitudinally; those in 1. were however quartered. Temp. 10—11°. Jars of 14 liters' capacity were used for the exposure.

		Number of tubers	Weight	Mrgs *N* of amides	Decrease of *N* of amides	
			gr.	mgr.	%	
1	a. Directly crushed	$\frac{1}{4}^0$	106·10	8·50		
	b. 2 days without ether	"	111·02	7·95	6·47	After the exposure: fresh. Wounding-cork was formed on the cut.
	c. 1 day with 0·2 c.c. ether per liter (= 2·8 c.c.). 1 day without ether	"	106·77	8·15	4·12	
	d. 2 days with 0·2 c.c. ether per liter (= 2·8 c.c.)	"	98·68	7·80	8·24	
2	a. 1 day without ether	$\frac{4}{2}$	119·20	13·66		fresh; wounding-cork formed.
	b. 1 day with 0·1 c.c. ether per liter (= 1·4 c.c.)	"	118·75	14·93	÷8·91	
3	a. 3 days without ether	$\frac{7}{2}$	160·07	13·85		do.
	b. 3 days with 0·1 c.c. ether per liter (= 1·4 cc.)	"	152·45	13·95	÷0·71	

		Number of tubers	Weight	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	
			grs.	mgrs.	%	
4	a. 5 days without ether	$\frac{6}{2}$	160·79	11·78		fresh; wounding-cork formed.
	b. 2 days with 0·1 c.c. ether per liter (= 1·4 c.c.). 3 days without ether	"	158·69	11·85	÷0·89	
5	a. 2 days without ether	$\frac{5}{2}$	153·70	12·70		do.
	b. 2 days with 0·3 c.c. ether per liter (= 4·2 c.c.)	"	137·30	12·15	4·32	
6	a. 2 days without ether	$\frac{4}{2}$	151·10	11·70		do.
	b. 2 days with 0·6 c.c. ether per liter (= 8·4 c.c.)	"	137·60	11·45	2·13	
7	a. 4 days without ether	$\frac{4}{2}$	150·00	13·25		do.
	b. 4 days with 0·6 c.c. ether per liter (= 8·4 c.c.)	"	142·40	12·78	3·55	The cut was black; the outer layers of cells were dead; the inner fresh.

Series II.

Same material as in the former series. The experiments were made Febr.—March 1907 and were meant not only to illustrate how injury may act on potato-tubers, but also how the temperature affects the process. The first 4 samples of plants remained in a constant temperature of 29—30° in a thermostat, the last 5 in a cellar in a temperature of 10°; the plants were placed in closed bell-jars to prevent their being exposed to toxic gases.

		Number of potatoes	Weight of potatoes	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	
			grs.	mgrs.	%	
2	a. Directly crushed	$\frac{3}{2}$	81·37	8·75		
	b. 3 days in 29—30°	"	74·80	7·95	9·14	
3	a. Directly crushed	$\frac{5}{2}$	74·14	10·10		
	b. 5 days in 29—30°	"	76·32	8·40	16·83	
4	a. Directly crushed	$\frac{4}{2}$	67·91	7·05		
	b. 6 days in 29—30°	"	72·42	7·20	÷2·13	
5	a. Directly crushed	$\frac{4}{2}$	73·72	7·60		
	b. 8 days in 29—30°	"	76·82	6·85	9·87	
6	a. Directly crushed	$\frac{3}{2}$	77·80	10·38		The potatoes were all fresh after the exposure and wounding-cork was formed.
	b. 1 day in 10°	"	82·32	10·20	1·73	
7	a. Directly crushed	?	68·81	8·77		
	b. 3 days in 10°		67·08	8·95	÷2·05	
8	a. Directly crushed	$\frac{3}{2}$	79·07	8·35		
	b. 5 days in 10°	"	71·65	7·30	12·57	
9	a. Directly crushed	$\frac{3}{2}$	80·75	8·15		
	b. 6 days in 10°	"	77·82	8·13	0·25	
10	a. Directly crushed	$\frac{3}{2}$	85·35	10·90		
	b. 8 days in 10°	"	85·47	9·20	15·60	

Series III.

New Algerian potatoes procured on May 21st were allowed to remain in the laboratory till May 23rd, when they were used for the experiments. During the exposure the temp. was 12—14° during the day.

		Number of potatoes	Weight	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	
			grs.	mgrs.	%	
1	a. Directly crushed	6	110·67	8·80		
	b. 2 days without ether	"	109·80	8·20	6·81	After the exposure: fresh, wounding-cork formed.
2	a. Directly crushed	7	111·50	9·68		
	b. 33 hours without ether	"	109·39	9·40	2·89	as 1 b.
3	a. 33 hours without ether	7	110·58	7·75		as 1 b.
	b. 33 hours with 0·2 c. c. ether per liter (= 2·8 c. c.)	"	109·58	6·73	13·73	as 1 b.
4	a. Directly crushed	7	105·27	6·25		
	b. 33 hours with 0·4 c. c. ether per liter (= 5·6 c. c.)	"	105·37	6·25	0	as 1 b.
5	a. Directly crushed	7	99·12	7·75		
	b. 20 hours with 0·1 c. c. ether per liter (= 1·4 c. c.). 44 hours without ether	"	101·77	7·03	9·35	as 1 b.
6	a. Directly crushed	8	101·57	6·45		
	b. 20 hours with 0·8 c. c. ether per liter (= 11·2 c. c.). 44 hours without ether	"	101·27	6·05	6·20	The cut: dark.

Series I shows that injury alone produces a condensation of the amides (1 b). The results show averagely that small doses of ether produce an effect inverse to the first mentioned; large doses of ether accelerate the regeneration of proteids produced by the injury.

Series II shows on an average a condensation affected by the injury, which was in most cases considerable; only in 4. and 7. a small increase of amides has taken place. Comparing 2 with 7, 3 with 8 e. t. c. the results indicate that a heightened temperature at first increases the condensation, while this process is later on arrested. Yet the considerable irregularity of the deviations characteristic of this series as well as of the former, indicates that the conclusions which might be drawn by the results, are very uncertain. — Nor are the results of series III better only indicating that injury produces a decrease of the amides.

Though the conclusions arrived at by means of these results are insignificant, the experiments have demonstrated that it is unsatisfactory to make but a few experiments with such variable material, a circumstance which will further be demonstrated by the following experiments.

It was necessary to investigate by means of a sufficient number of experiments the degree of the condensation produced in the potatoes by injury after a limited time of exposure, and further to investigate whether the variability of the

results may be ascribed to the variability of the material; furthermore how different doses of ether act upon injured potatoes during the same time of exposure; and finally I have sought to investigate whether the influence of ether may be traced after the plants have been withdrawn from the exposure to ether.

The first 7 experimental-series were carried out during Okt.—Nov. 1907. Large "Hammersmith" potatoes were used, which had been reaped at the end of the summer. The potatoes were kept in a dark cellar exposed to very small changes of temperature and were later experimented with in the same room. Receivers of 14 liters' capacity were used for the etherization. As regards the methods of calculation cfr. Johannsen: "Elemente der exakten Erblichkeitslehre 1909". Following indications have been used in this paper: the average (the mean) = M. the standard deviation = σ. the mean error of the average = m, which is the standard deviation σ divided with the square root of the number (n) of individual cases: $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, the probable error being 0·6745 m. For the calculation of the average and of the standard deviation a division of the results into classes has been as regards series A. For all the other series the averages and the standard deviations have been calculated without this classification.

Series A. (Okt. 1907).

The samples, marked *a* are crushed directly after being split, while those marked *b* were put aside for 3 days after the injury before crushing. The potatoes were fresh after the exposure. Wounding-cork had been formed. Temp. = 14°.

No.	Weight of potatoes	Number of tubers	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	No.	Weight of potatoes	Number of tubers	*N* of amides	Decrease of *N* of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	72·09	1/32	23·65		8 a	69·40	1/32	16·25	
1 b	67·94	"	21·05	11·0	8 b	69·11	"	14·38	11·51
2 a	73·05	1/32	21·50		9 a	64·96	1/32	18·00	
2 b	67·85	"	20·55	4·4	9 b	65·33	"	17·06	5·22
3 a	70·98	1/32	20·20		10 a	66·15	1/32	17·10	
3 b	70·22	"	19·00	5·94	10 b	67·81	"	14·45	15·50
4 a	64·95	1/32	19·00		11 a	62·58	1/32	12·80	
4 b	64·70	"	16·35	13·95	11 b	66·48	"	12·65	1·17
5 a	63·30	1/32	23·05		12 a	69·52	1/32	12·20	
5 b	66·34	"	20·40	11·50	12 b	67·75	"	11·40	6·56
6 a	62·62	1/32	18·28		13 a	64·86	1/32	15·00	
6 b	64·97	"	17·05	6·72	13 b	62·36	"	13·78	8·13
7 a	64·07	1/32	22·43		14 a	71·99	1/32	13·35	
7 b	69·87	"	20·90	6·82	14 b	71·82	"	12·70	4·87

No.	Weight of potatoes	Number of tubers	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	No.	Weight of potatoes	Number of tubers	*N* of amides	Decrease of *N* of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
15 a	66·22	1/30	19·45		32 a	62·35	1/30	15·25	
15 b	66·52	"	15·60	19·79	32 b	64·25	"	14·30	6·23
16 a	61·61	1/30	15·70		33 a	59·84	1/30	16·28	
16 b	60·84	"	14·04	10·57	33 b	60·67	"	14·65	10·01
17 a	63·01	1/30	12·75		34 a	63·21	1/30	14·24	
17 b	63·59	"	12·55	1·57	34 b	64·91	"	14·30	÷0·42
18 a	62·52	1/30	11·75		35 a	63·52	1/30	13·55	
18 b	61·60	"	14·65	÷24·68	35 b	58·39	"	12·35	8·86
19 a	64·04	1/30	20·90		36 a	62·16	1/30	15·65	
19 b	62·46	"	15·30	26·79	36 b	62·23	"	13·85	11·50
20 a	58·51	1/30	10·99		37 a	58·79	1/30	13·65	
20 b	56·85	"	9·00	18·11	37 b	60·47	"	13·03	4·54
21 a	66·18	1/30	10·25		38 a	63·44	1/30	16·57	
21 b	67·41	"	10·50	÷2·44	38 b	61·52	"	14·80	10·68
22 a	55·61	1/30	14·80		39 a	62·37	1/30	14·15	
22 b	59·12	"	13·05	11·82	39 b	61·48	"	12·60	10·95
23 a	64·08	1/30	13·77		40 a	61·59	1/30	15·80	
23 b	62·56	"	12·65	8·86	40 b	62·33	"	12·55	20·57
24 a	64·19	1/30	13·44		41 a	61·11	1/30	16·00	
24 b	63·77	"	12·20	9·23	41 b	60·67	"	15·15	5·31
25 a	64·36	1/30	14·72		42 a	61·56	1/30	15·29	
25 b	64·11	"	13·90	5·57	42 b	60·47	"	13·79	9·81
26 a	61·17	1/30	13·95		43 a	62·08	1/30	11·20	
26 b	62·16	"	13·30	4·66	43 b	63·17	"	9·73	13·12
27 a	63·33	1/30	13·30		44 a	61·88	1/30	14·95	
27 b	63·83	"	11·62	12·63	44 b	60·32	"	12·80	14·38
28 a	63·55	1/30	14·20		45 a	69·94	1/24	18·80	
28 b	59·08	"	13·70	3·52	45 b	65·27	"	15·00	20·21
29 a	65·67	1/30	14·85		46 a	60·27	1/24	16·25	
29 b	65·09	"	13·85	6·73	46 b	60·71	"	13·65	16·00
30 a	62·77	1/30	14·90		47 a	56·35	1/30	14·45	
30 b	59·64	"	15·70	÷5·37	47 b	57·61	"	14·15	2·15
31 a	61·51	1/30	14·88		48 a	59·20	1/30	18·95	
31 b	61·25	"	12·64	15·05	48 b	61·72	"	19·35	÷2·11

$M = 8{\cdot}25\ \%$ decrease of *N* of amides. $\sigma = \pm 8{\cdot}036\ \%$. $m = \pm 1{\cdot}16\ \%$.

Series B. (Nov. 1907).

All the portions were crushed directly after being split. The calculation of the mutual deviation of two parallel-portions was based on the mean of their results and the diffference is consequently double the deviation of one of the portions from the mean. Temp. 13—14°.

No.	Weight of potatoes	Number	N of amides	Double deviations from the means	No.	Weight of potatoes	Number	of N amides	Double deviations from the means
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	61·15	3/2	13·83	8·92	14 a	61·21	3/2	16·80	6·13
1 b	60·01	"	12·65		14 b	60·25	"	15·80	
2 a	56·99	3/2	13·60	1·82	15 a	61·44	4/2	15·55	2·85
2 b	57·32	"	13·85		15 b	62·08	"	16·00	
3 a	60·28	3/2	13·85	6·64	16 a	63·92	4/2	17·89	2·85
3 b	60·68	"	14·80		16 b	63·52	"	17·38	
4 a	57·88	3/2	16·72	9·32	17 a	64·96	4/2	19·38	2·34
4 b	57·66	"	15·23		17 b	63·81	"	18·93	
5 a	62·55	4/2	15·20	8·94	18 a	61·31	4/2	16·20	4·08
5 b	64·68	"	13·90		18 bb	62·52	"	15·55	
6 a	61·28	3/2	14·02	13·34	19 a	62·93	3/2	16·45	1·35
6 b	61·31	"	16·00		19 b	62·97	"	16·23	
7 a	63·56	3/2	15·00	15·38	20 a	64·20	3/2	14·30	4·43
7 b	63·12	"	17·50		20 b	64·33	"	13·68	
8 a	60·52	3/2	19·00	13·78	21 a	61·11	3/2	12·60	9·31
8 b	63·64	"	16 55		21 b	62·00	"	13·83	
9 a	60·85	3/2	11·20	6·72	22 a	62·09	3/2	15·33	0·20
9 b	61·57	"	11·98		22 b	63·07	"	15·30	
10 a	60·68	4/2	11·90	0·84	23 a	61·56	3/2	16·07	21·10
10 b	61·38	"	11·80		23 b	62·32	"	12·85	
11 a	63·90	3/2	14·10	6·18	24 a	61·21	4/2	14·65	1·37
11 b	62·62	"	15·00		24 b	60·84	"	14·45	
12 a	60·73	3/2	17·23	0·76	25 a	62·72	3/2	14·48	3·72
12 b	62·57	"	17·10		25 b	64·17	"	15·03	
13 a	62·73	3/2	16·50	0·60					
13 b	61·86	"	16·60						

$M = 0.$ $\sigma = \pm 7{\cdot}41\ \%$. $m = \pm 1{\cdot}48\ \%$.

Series C. (Nov. 1907).

The portions marked *a* are crushed directly after being split. The portions marked *b* were put aside for 3 days with 0·2 c.c. ether per liter. Absolute amount of ether: 3·2 c.c. After the exposure all the tubers were fresh; wounding-cork on the cut. Temp. = 13°.

No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	59·48	$\frac{3}{20}$	14·55		6 a	62·66	$\frac{3}{20}$	16·95	
1 b	60·17	"	14·70	÷ 1·03	6 b	61·32	"	14·70	13·27
2 a	61·15	$\frac{3}{20}$	14·05		7 a	61·12	$\frac{3}{20}$	16·25	
2 b	60·44	"	14·75	÷ 4·98	7 b	61·80	"	15·50	4·62
3 a	60·69	$\frac{3}{20}$	16·90		8 a	61·60	$\frac{3}{20}$	14·65	
3 b	61·39	"	18·65	÷10·36	8 b	62·62	"	14·00	4·44
4 a	62·02	$\frac{3}{20}$	16·85		9 a	62·48	$\frac{3}{20}$	16·78	
4 b	61·04	"	18·35	÷ 8·88	9 b	62·50	"	16·50	1·67
5 a	62·08	$\frac{3}{20}$	17·23		10 a	61·40	$\frac{3}{20}$	14·10	
5 b	61·65	"	15·00	12·94	10 b	61·27	"	12·93	8·30

$M = 2{\cdot}00\ \%$. $\sigma = \pm 8{\cdot}36\ \%$. $m = \pm 2{\cdot}64\ \%$.

Series D. (Nov. 1907).

a indicates the portions crushed directly after they had been split; *b* those which were exposed to 0·6 c.c. ether per liter for 3 days before being crushed. Absolute amount of ether = 9·5 c.c. The tubers which had been exposed to ether were averagely dark on the cut side and somewhat wet, but quite fresh inside. Obviously the ether had killed the outer tissues. Temp. 9—13°.

No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	No.	Weight of pofatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	61·80	$\frac{4}{20}$	15·13		6 a	59·59	$\frac{4}{20}$	16·35	
1 b	62·00	"	16·10	÷6·41	6 b	60·00	"	15·55	4·83
2 a	64·23	$\frac{4}{20}$	14·95		7 a	62·27	$\frac{3}{20}$	16·45	
2 b	64·68	"	14·90	0·33	7 b	61·72	"	15·40	6·38
3 a	61·76	$\frac{4}{20}$	15·95		8 a	60·71	$\frac{4}{20}$	15·80	
3 b	61·12	"	15·20	4·70	8 b	61·69	"	15·00	5·06
4 a	60·63	$\frac{4}{20}$	13·00		9 a	62·27	$\frac{3}{20}$	15·90	
4 b	60·53	"	12·80	1·54	9 b	61·75	"	15·35	3·46
5 a	59·47	$\frac{3}{20}$	18·80		10 a	61·68	$\frac{4}{20}$	17·90	
5 b	59·41	"	16·90	10·11	10 b	62·15	"	19·20	÷7·26

$M = 2{\cdot}27\ \%$, $\sigma = \pm 5{\cdot}48\ \%$. $m = \pm 1{\cdot}733\ \%$.

Series E. (Nov. 1907).

The portions marked *a* were crushed directly after being split; the portions marked *b* were put aside without ether for 5 days before being crushed. After the exposure the tubers were quite fresh, and were light in colour on the cut which was covered with cork. Temp. 10—13°.

No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	61·48	3/2	14·45		6 a	60·99	3/2	17·67	
1 b	61·47	"	13·13	9·13	6 b	61·01	"	15·55	12·00
2 a	63·40	3/2	16·65		7 a	61·96	4/2	13·85	
2 b	61·82	"	13·40	19·52	7 b	61·24	"	12·28	11·34
3 a	63·01	3/2	14·80		8 a	62·12	4/2	15·30	
3 b	62·36	"	12·05	18·58	8 b	63·01	"	13·38	12·55
4 a	60·69	4/2	14·90		9 a	61·48	3/2	14·92	
4 b	60·68	"	12·80	14·09	9 b	61·95	"	13·40	10·19
5 a	61·29	4/2	16·15		10 a	59·32	4/2	18·34	
5 b	60·93	"	12·80	20·43	10 b	59·80	"	14·55	20·67

$M = 14{\cdot}85\ \%$. $\sigma = \pm 4{\cdot}49\ \%$. $m = \pm 1{\cdot}42\ \%$.

Series F. (Nov. 1907).

The samples marked *a* were crushed directly after they had been split; the samples *b* were exposed to 0·2 c.c. ether per liter for 3 days after which exposure they were put aside for 2 days without ether. Absolute amount of ether: 3·2 c.c. After the exposure the tubers were fresh and wounding-cork was formed on the cut. Temp. 10—11°.

No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	61·71	7/2	12·95		6 a	60·83	5/2	15·91	
1 b	61·33	"	14·45	÷11·58	6 b	60·52	"	14·25	10·94
2 a	61·92	3/2	16·65		7 a	59·87	2/2	20·00	
2 b	61·35	"	15·85	4·80	7 b	60·70	"	17·53	12·35
3 a	60·32	3/2	13·05		8 a	61·37	4/2	15·20	
3 b	60·35	"	11·30	13·41	8 b	60·76	"	14·68	3·42
4 a	60·65	4/2	16·15		9 a	60·52	5/2	16·75	
4 b	60·97	"	16·60	÷ 2·79	9 b	60·04	"	16·50	1·49
5 a	60·25	3/2	13·45		10 a	62·23	6/2	13·83	
5 b	60·15	"	13·10	2·60	10 b	61·19	"	13·45	2·75

$M = 3{\cdot}74\ \%$. $\sigma = \pm 7{\cdot}493\ \%$. $m = \pm 2{\cdot}37\ \%$.

Series G. (Nov. 1907).

The portions marked *a* were crushed directly after being split; the portions marked *b* were allowed to stand with 0·6 c.c. ether per liter for 3 days and thereafter 2 days without ether. Absolute amount of ether = 9·5 c.c. After the exposure the cut was dark and dry and wounding-cork was formed. Temp. 9—10°.

No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	61·37	$\frac{5}{2}$	18·15		6 a	60·00	$\frac{3}{2}$	14·60	
1 b	61·40	"	17·78	2·04	6 b	60·47	"	15·43	÷ 5·31
2 a	58·76	$\frac{3}{2}$	14·55		7 a	62·57	$\frac{6}{2}$	14·60	
2 b	59·57	"	14·18	2·55	7 b	62·31	"	14·70	÷ 0·69
3 a	61·25	$\frac{4}{2}$	11·80		8 a	61·17	$\frac{5}{2}$	11·33	
3 b	61·48	"	12·55	÷ 6·36	8 b	41·49	"	11·53	÷ 1·77
4 a	61·00	$\frac{3}{2}$	14·03		9 a	61·25	$\frac{4}{2}$	14·48	
4 b	59·72	"	12·55	10·55	9 b	61·04	"	14·78	÷ 2·07
5 a	61·20	$\frac{4}{2}$	17·00		10 a	59·28	$\frac{4}{2}$	17·73	
5 b	61·60	"	15·50	8·82	10 b	59·14	"	14·30	2·92

$M = 1{\cdot}068\ \%$. $\sigma = \pm 5{\cdot}51\ \%$. $m = \pm 1{\cdot}743$.

In order to obtain a general survey, the results (together with results of later experiments, cfr. the following) are collected in the following table.

	Autumn 1907.			Spring 1908.		
Wounding for 3 days ...	A.	$M = 8{\cdot}25\ \%$. $m = \pm 1{\cdot}16\ \%$.	$\sigma = \pm 8{\cdot}036\ \%$ $n = 48$	L.	$M = \div 0{\cdot}14\ \%$. $m = \pm 3{\cdot}03\ \%$.	$\sigma = \pm 6{\cdot}06\ \%$ $n = 4$
				M.	$M = 6{\cdot}37\ \%$. $m = \pm 2{\cdot}10\ \%$.	$\sigma = \pm 9{\cdot}391\ \%$ $n = 20$
Variability of the plant objects	B.	$M = 0$. $m = \pm 1{\cdot}48\ \%$.	$\sigma = \pm 7{\cdot}41\ \%$ $n = 25$	H.	$M = 0$. $m = \pm 1{\cdot}062$.	$\sigma = \pm 4{\cdot}248\ \%$ $n = 16$
0·2 c.c. ether for 3 days .	C.	$M = 2{\cdot}00$. $m = \pm 2{\cdot}64\ \%$.	$\sigma = \pm 8{\cdot}356\ \%$ $n = 10$			
0·6 c.c. ether for 3 days .	D.	$M = 2{\cdot}27\ \%$. $m = 1{\cdot}733\ \%$.	$\sigma = \pm 5{\cdot}48\ \%$ $n = 10$	I.	$M = 7{\cdot}50\ \%$. $m = \pm 1{\cdot}06\ \%$.	$\sigma = \pm 3{\cdot}67\ \%$ $n = 12$
Wounding for 5 days ...	E.	$M = 14{\cdot}85\ \%$. $m = \pm 1{\cdot}42\ \%$.	$\sigma = \pm 4{\cdot}49\ \%$ $n = 10$			
0·2 c.c. ether for 3 days. 2 days without ether..	F.	$M = 3{\cdot}74\ \%$. $m = \pm 2{\cdot}37$.	$\sigma = \pm 7{\cdot}49\ \%$ $n = 10$			
0·6 c.c. ether for 3 days. 2 days without ether..	G.	$M = 1{\cdot}068\ \%$. $m = \pm 1{\cdot}74\ \%$.	$\sigma = \pm 5{\cdot}51\ \%$ $n = 10$	K.	$M = 4{\cdot}12\ \%$. $m = \pm 2{\cdot}73\ \%$.	$\sigma = \pm 9{\cdot}46\ \%$ $n = 12$

The results of series A show that the sum of the processes of the nitrogenous compounds, which take place in the tubers which have been exposed to injury, is characterized by a condensation as the average value of the results indicating the degree of the condensation is found to be larger than the m multiplied with 3 ($8{\cdot}25 > 3 \cdot 1{\cdot}16$)[1]. The mean error of the difference between the standard deviations σ_1 and σ_2 found in A and B is $\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{\sqrt{2n_1}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_2}{\sqrt{2n_2}}\right)^2} = \pm\sqrt{\left(\frac{8{\cdot}036}{\sqrt{2 \cdot 48}}\right)^2+\left(\frac{7{\cdot}41}{\sqrt{2 \cdot 25}}\right)^2}$ $= 1{\cdot}337$, the mean error of the standard deviation being $\frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$. This value is however larger than the difference between the standard deviations of A and B: $8{\cdot}036 \div 7{\cdot}41 = 0{\cdot}626$, which circumstance states that the variability of the results found in A must be ascribed to the variability of the material. The same may be said with regard to the results of the other series though the differences found seem considerable. The most extreme values of the standard deviations are found in E and C, but even with regard to these results no difference can be demonstrated as $\pm 3\sqrt{\left(\frac{8{\cdot}36}{\sqrt{2 \cdot 10}}\right)^2+\left(\frac{4{\cdot}49}{\sqrt{2 \cdot 10}}\right)^2} = \pm 3 \cdot 2{\cdot}12$ is considerably larger than the difference found: $8{\cdot}36 \div 4{\cdot}49 = 3{\cdot}87$.

The results of series E of which the tubers were exposed to injury for 5 days indicate a condensation still greater than shown in A the difference of the results being $M_1 - M_2 \pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2} = 14{\cdot}85 \div 8{\cdot}25 \pm \sqrt{1{\cdot}42^2 + 1{\cdot}16^2} = 6{\cdot}60 \pm 1{\cdot}83$. Neither with regard to C nor to F and G were any changes of the nitrogenous compounds observed during the 3 days of exposure, although the results of F and D might indicate a slight condensation.

$A - C = 8{\cdot}25 \div 2{\cdot}00 \pm \sqrt{1{\cdot}16^2 + 2{\cdot}64^2} = 6{\cdot}25 \pm 2{\cdot}88$ shows that the condensation produced by injury is in all probability retarded by the effect of ether as 6·25 is more than twice as large as 2·88 ($6{\cdot}25 : 2{\cdot}88 = 2{\cdot}17$). Also the dose used in D must be considered as having produced the same effect, which may be seen by the following calculation: $A \div D = 8{\cdot}25 - 2{\cdot}27 \pm \sqrt{1{\cdot}16^2 + 1{\cdot}73^2} = 5{\cdot}98 \pm 2{\cdot}08$; $598 : 2{\cdot}08 = 2{\cdot}88$.

$(E \div A) \div (F \div C) = (14{\cdot}85 \div 8{\cdot}25 \pm \sqrt{1{\cdot}42^2 + 1{\cdot}16^2}) \div (3{\cdot}74 \div 2{\cdot}00 \pm \sqrt{2{\cdot}37^2 + 2{\cdot}64^2})$ $= (6{\cdot}60 \pm 1{\cdot}83) \div (1{\cdot}74 \pm 3{\cdot}54)$ shows that the condensation normally produced by the injury on the 4th and 5th days is retarded by the after-effect of the etherization $E - A$ demonstrating the metabolic processes on the 4th and 5th days after the injury and $F - C$ demonstrating the metabolisms of the same 2 days if the plants were injured as well as etherized.

A dose of 0·6 c.c. ether has retarded the condensation on the 4th and 5th days, which may be proved by the same method of calculation:

[1] With a probability of 4987 of 5000 the mean M lies between the limits $\pm 3 \cdot m$ and $\div 3\,m$. [Johannsen 1909, p. 65]. With the same probability σ lies between the limits $\pm 3 \cdot m_\sigma$ and $\div 3 \cdot m_\sigma$, m_σ indicating the mean error of the standard deviation.

$$(E-A) \div (G \div D) = (6{\cdot}60 \pm 1{\cdot}83) \div (1{\cdot}068 - 2{\cdot}27 \pm \sqrt{1{\cdot}74^2 + 1{\cdot}733^2})$$
$$= (6{\cdot}60 \pm 1{\cdot}83) \div (\div 1{\cdot}20 \pm 2{\cdot}46).$$

As more than one tuber had been used for each double-portion in all these experiments, the considerable variability characteristic of the material used might possibly be ascribed to the circumstance that I had not seen to that the corresponding halves of each tuber weighed exactly the same. In order to investigate this question and to supply the above mentioned experiments, some more experimental series were carried out; viz. *H*, *I* and *K* besides the very small series *L*.

Series H. (March 1908).

All the samples were crushed directly after being split. The calculation of the deviations was performed as in Series B. Temp. 10—11°.

No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Double deviations from the means	No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Double deviations from the means
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	56·27	½	16·35	5·98	9 a	65·75	½	16·30	5·37
1 b	57·40	"	15·40		9 b	64·36	"	17·20	
2 a	37·49	½	12·50	3·67	10 a	44·27	½	15·12	4·19
2 b	37·19	"	12·05		10 b	45·43	"	14·50	
3 a	40·52	½	13·30	1·44	11 a	51·28	½	13·80	2·86
3 b	40·56	"	13·11		11 b	50·71	"	14·20	
4 a	44·52	½	18·00	1·68	12 a	57·96	½	16·60	4·31
4 b	44·29	"	17·70		12 b	56·40	"	15·90	
5 a	36·21	½	17·65	2·52	13 a	40·36	½	15·05	4·76
5 b	36·77	"	18·10		13 b	40·60	"	14·35	
6 a	43·05	½	18·90	0·00	14 a	37·57	½	17·00	4·60
6 b	43·08	"	18·90		14 b	37·63	"	17·80	
7 a	44·16	½	18·20	1·09	15 a	42·84	½	17·26	7·20
7 b	44·64	"	18·40		15 b	43·48	"	16·05	
8 a	45·35	½	16·50	1·20	16 a	57·12	½	19·85	6·23
8 b	44·69	"	16·50		16 b	58·15	"	18·65	

$M = 0.$ $\sigma = \pm 4{\cdot}248$ %. $m = \pm 1{\cdot}062$ %.

Series I. (March 1908).

The samples marked *a* were crushed directly after being split, the parallel-portions marked *b* were put aside with 0·6 c.c. ether per liter for 3 days. Absolute

amount of ether = 9·6 c.c. The tubers were fresh but dark on the cut after the exposure. Temp. = 10—12°.

No.	Weight of potatoes	Number	N of amides	Decrease of N of amides	No.	Weight of potatoes	Number	N of amides	Decrease of N of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	28·89	½	13·90		7 a	35·30	½	16·60	
1 b	29·49	"	12·40	10·79	7 b	34·40	"	15·02	9·52
2 a	32·30	½	14·78		8 a	33·35	½	15·37	
2 b	33·18	"	14·60	1·22	8 b	32·84	"	14·40	6·31
3 a	34·62	½	15·25		9 a	34·72	½	13·10	
3 b	34·22	"	14·50	4·92	9 b	33·59	"	12·10	7·63
4 a	32·41	½	18·50		10 a	51·92	½	17·70	
4 b	33·00	"	15·85	14·32	10 b	52·43	"	16·58	6·33
5 a	33·80	½	17·75		11 a	70·24	½	20·83	
5 b	34·63	"	17·35	2·25	11 b	71·04	"	18·80	9·75
6 a	38·53	½	28·25		12 a	52·28	½	15·90	
6 b	37·41	"	25·50	9·73	12 b	52·67	"	14·76	7·17

$M = 7{\cdot}5\ \%$. $\sigma = \pm 3{\cdot}67\ \%$. $m = \pm 1{\cdot}06\ \%$.

Series K. (March 1908).

The portions marked *a* were crushed after being split; the portions marked *b* were put aside with 0·6 c.c. ether per liter for 3 days and hereafter without ether for 2 days. The tubers were quite fresh though dark on the cut after the exposure. Wounding cork was formed. Temp. 10—12°.

No.	Weight of potatoes	Number	N of amides	Decrease of N of amides	No.	Weight of potatoes	Number	N of amides	Decrease of N of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	30·24	½	26·49		7 a	24·57	½	19·89	
1 b	31·40	"	23·50	11·29	7 b	25·15	"	17·56	11·71
2 a	31·11	½	19·10		8 a	28·64	½	16·78	
2 b	30·44	"	18·65	2·36	8 b	29·61	"	17·00	÷ 1·31
3 a	29·49	½	14·40		9 a	27·76	½	19·37	
3 b	30·12	"	16·24	÷ 12·78	9 b	27·32	"	19·10	1·39
4 a	33·24	½	15·90		10 a	29·88	½	14·55	
4 b	34·16	"	14·00	11·95	10 b	30·04	"	15·78	÷ 8·45
5 a	32·17	½	16·56		11 a	31·38	½	16·08	
5 b	32·03	"	15·08	8·94	11 b	31·89	"	15·60	2·99
6 a	30·27	½	20·52		12 a	33·77	½	16·70	
6 b	30·20	"	16·18	21·15	12 b	33·99	"	16·66	0·24

$M = 4{\cdot}12\ \%$. $\sigma = \pm 9{\cdot}46\ \%$. $m = \pm 2{\cdot}73\ \%$.

Series L. (March 1908).

The samples marked *a* were crushed directly after the tubers being split; the samples marked *b* were allowed to stand for 3 days exposed to the wounding. The potatoes were fresh and wounding-cork was formed after the exposure. Temp. 10—12°.

No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	30·80	½	13·92		3 a	34·44	½	16·60	
1 b	31·12	"	14·16	÷ 1·78	3 b	33·77	"	16·28	1·93
2 a	36·00	½	14·80		4 a	33·40	½	16·47	
2 b	35·96	"	15·92	÷ 7·57	4 b	33·41	"	15·35	6·80

$M = \div 0{\cdot}14\ \%$. $\sigma = \pm 6{\cdot}06\ \%$. $m = \pm 3{\cdot}03\ \%$.

The results of Series *L.*, which has no great value on account of the small number of the experiments, might indicate that the tubers in the last stage of the resting-period are not able to react upon injury; this hypothesis is however contradicted by the circumstance that wounding-cork is formed in potatoes that were experimented on in the spring as well as in those that had been examined earlier; even in germinating tubers wounding cork was observed as I have already demonstrated by a considerable number of experiments. As the results of Series *L* however showed a considerable deviation from the results, found in *A*, it was necessary to make another experimental series: *M* to investigate the matter. Unfortunately it was impossible to get further material of the same kind as used in the other experiments; so "Magnum-bonum" potatoes were used for the last series.

Series M. (May 1908).

"Magnum-bonum" potatoes. The samples marked *a* were crushed directly after the tubers being split; the portions marked *b* were exposed to injury for 3 days. After the exposure the potatoes were fresh and wounding-cork was formed. Temp. 12—13°.

No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
1 a	44·59	½	14·50		3 a	31·75	½	19·57	
1 b	43·27	"	12·80	11·72	3 b	30·93	"	13·98	28·56
2 a	47·55	½	9·29		4 a	40·12	½	17·96	
2 b	47·28	"	7·54	18·91	4 b	39·63	"	17·60	2·00

No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides	No.	Weight of potatoes	Number	*N* of amides	Decrease of *N* of amides
	grs.		mgrs.	%		grs.		mgrs.	%
5 a	31·44	½	6·40		13 a	37·08	½	17·10	
5 b	31·39	"	6·00	6·25	13 b	37·57	"	16·80	1·75
6 a	47·28	½	10·34		14 a	30·04	½	8·52	
6 b	47·81	"	10·18	1·55	14 b	29·00	"	9·00	÷5·63
7 a	37·17	½	22·70		15 a	57·81	½	10·40	
7 b	36·41	"	18·40	18·94	15 b	58·47	"	9·68	6·92
8 a	41·20	½	8·16		16 a	51·64	½	11·90	
8 b	41·56	"	7·50	8·09	16 b	51·04	"	10·38	12·77
9 a	39·76	½	8·27		17 a	43·47	½	9·20	
9 b	40·20	"	8·30	÷0·36	17 b	43·77	"	10·00	÷8·70
10 a	51·56	½	10·10		18 a	48·56	½	15·70	
10 b	50·92	"	9·54	5·54	18 b	48·40	"	13·24	15·67
11 a	34·76	½	7·20		19 a	44·99	½	8·28	
11 b	35·55	"	6·97	3·19	19 b	43·71	"	7·62	7·97
12 a	42·16	½	16·30		20 a	50·24	½	9·86	
12 b	41·75	"	17·20	÷5·52	20 b	50·44	"	10·08	÷2·23

$M = 6{\cdot}37\ \%$. $\sigma = \pm 9{\cdot}39\ \%$. $m = \pm 2{\cdot}10\ \%$.

The results of this series show that a considerable condensation takes place in potatoes even in the last stage of the resting period: $6{\cdot}37\ \% \pm 2{\cdot}10\ \%$ indicating the degree of the condensation.

Series *I* proves distinctly that a condensation of the nitrogenous compounds has taken place during the experiment; it remains to be proved whether this result indicates that injury solely may affect a correspondingly large condensation in old potatoes, or whether the ether has had a somewhat different effect from that of the other experiments; unfortunately I have got no measure for the corresponding condensation affected by injury. The result of series *K* is somewhat in accordance with the result of *G*, obtained in the autumn, though it might indicate that a slight condensation has taken place in the wounded and etherized tubers.

For all the experiments carried out in the spring only 1 half tuber was used for each portion. Among the values of σ found in these series we find the smallest one (in *I*) which has on the whole been demonstrated; yet we find in these series also the largest ones which have been demonstrated (in *K* and *M*). This circumstance proves that the above mentioned method used in arranging the experimental portions does not occasion any errors.

A resumé of the results of the experiments on the effect of injury and etherization on potato-tubers may be summed up as follows:

The processes in potatoes exposed to injury are characterized by a condensa-

tion of the nitrogenous compounds; this condensation has a duration of at least 5 days.

This condensation is retarded by narcosis, produced by doses of 0·2 to 0·6 c.c. ether per liter air-space; furthermore the condensation is retarded at least for 2 days after the etherization, if the potatoes have been exposed to ether for 3 days.

The smallest of the doses used in these experiments has had no toxic influence on the potato-tubers and has not prevented the formation of wounding-cork. On the contrary, the largest dose has prevented the formation of wounding-cork[1] during the narcosis; yet the formation of cork has taken place after the potatoes have been withdrawn from the influence of ether. The largest dose has had a toxic effect as it destroyed the outer layers of cells.

CHAPTER VII.

Experiments on the Effect of Etherization on Ripening Seeds.

A. Pisum. 7 "common-legume" portions, each containing 50 seeds, were used; the seeds, which were young, were picked out of the pods Aug. 14th (1907). The first portion was crushed directly after the picking, while the other portions remained for 2 days with or without ether in darkness, before they were crushed. Temp. 16°. The following results were found by the analyses:

	Total amount of ether	Weight of seeds	*N* in the filtrate from the tannic acid precipitate		After the exposure
1. Directly crushed		22·48 grs.	17·09 mgrs.	100·00 %	
2. 2 days without ether		23·59 —	11·38 —	66·61 —	fresh. dry.
3. 2 — with 0·125 c.c. ether	1·75 c.c.	23·14 —	16·97 —	99·33 —	— somewhat wet.
4. 2 — — 0·38 — —	5·32 —	23·32 —	19·91 —	116·53 —	— — —
5. 2 — — 0·75 — —	10·50 —	22·83 —	20·13 —	117·83 —	— — —
6. 2 — — 0·88 — —	12·32 —	23·17 —	20·77 —	121·54 —	very wet.
7. 2 — — 1·13 — —	15·82 —	24·02 —	21·64 —	126·63 —	— —

[1] It must be mentioned here that experiments on the effect of ether on the formation of wounding-cork were previously made by L. Olufsen, who arrived at the same results as I have. [L. Olufsen, p. 41].

B. Same material as used in *A*. The portions were exposed to ether in the same jars which were used for the portions of *A*:

	Total amount of ether	Weight of seeds	*N* of amides		After the exposure
1. Directly crushed		23·87 grs.	18·88 mgrs.	100·00 %	
2. 4 days without ether		23·02 —	10·01 —	53·03 —	fresh and dry.
3. 2 — with 0·125 c.c. ether.					
2 — without ether	1·75 c.c.	23·11 —	12·50 —	66·23 —	fresh; somewhat wet.
4. 2 — with 0·38 c.c. ether.					
2 — without ether	5·32 —	23·81 —	23·00 —	121·85 —	wet; somewhat wrinckled.
5. 2 — with 0·75 c.c. ether.					
2 — without ether	10·50 —	23·33 —	23·44 —	124·19 —	— — discoloured.
6. 2 — with 0·88 c.c. ether.					
2 — without ether	12·32 —	23·20 —	24·92 —	132·00 —	— — —
7. 2 — with 1·13 c.c. ether.					
2 — without ether	15·82 —	23·73 —	25·19 —	133·46 —	— very discoloured.

C. Same material as used in *B*. Jars of 4·5 liters capacity were used for the etherization:

	Total amount of ether	Weight of seeds	*N* of amides		After the exposure
1. Directly crushed		23·08 grs.	15·63 mgrs.	100·00 %	
2. 6 days without ether		23·07 —	8·39 —	53·70 —	fresh and dry.
3. 2 — with 0·2 c. c. ether.					
4 — without ether	0·9 c. c.	23·30 —	7·94 —	50·82 —	— — —
4. 2 — with 0·6 c. c. ether.					
4 — without ether	2·7 —	23·25 —	9·67 —	61·86 —	somewhat discoloured.
5. 2 — with 1·0 c. c. ether.					
4 — without ether	4·5 —	23·43 —	25·34 —	162·20 —	very discoloured; wet; wrinkled.

A shows that the condensation of nitrogenous compounds which normally takes place in ripening peas is retarded by the doses used in this experiment. The considerable accumulation of amides in 5, 6 and 7 and possibly in 4 indicates undoubtedly a katabolism which must be related to the death of the plants, a hypothesis which is also supported by the results obtained in *B* and *C*, in which series the portions were additionally allowed to remain for 2 respectively for 4 days in normal conditions after the exposure to ether to demonstrate the after-effect of the etherization. B_3 shows indeed a result which demonstrates a retardation of the condensation; yet a comparison of this result with that of A_3 shows

that the dose used in the concerned time of exposure has not been sufficiently large to be traced in the time ensuing the exposure, during which a condensation parallel with the normal one has taken place. On the contrary the dose used in B_4 was sufficiently strong to determine the character of the processes the first two days after the exposure. If the duration of the experimental time after the exposure is extended, as in *C*, small doses will in the total produce an acceleration of the above mentioned process, even if they have retarded in the first stage the condensation characteristic of the ripening process (cfr. *C* 3). On the contrary the effect of doses somewhat larger (0·6 c.c. per liter) may be traced for 4 days after the exposure. The dose used in 5 proved deadly.

These results agree with those found by Johannsen [Johannsen 1897 p. 53]. The deviation found in the case of the smallest dose which produced a retardation of the condensation (A_3), while Johannsen found an acceleration of this process by the same dose, must be ascribed to the circumstance that the absolute amounts of my doses were much larger, as I have used jars of 14 liters capacity, while Johannsen has used jars of 2 liters capacity.

A single experiment on ripening seeds of lupines was likewise made. 5 "common-legume" portions were used. The seeds were green, a few showed slight indications of markings on the seed-coats. The seeds contained 23·60 % dry-material, of which 5·21 % *N*. Temp. 16—19°.

	Total amount of ether	Weight of seeds	in 20 c.c. of extract						
			N of mon-amino-acids	*N* of diamino-acids	Sum	*N* of mon-amino-acids	*N* of diamino-acids	Sum	
	c.c.	grs.	mgrs.	mgrs.	mgrs.	%	%	%	
1. Directly crushed		25·73	4·46	1·77	6·23	100·00	100·00	100·00	
2. 2 days without ether		25·81	3·14	1·65	4·79	70·41	93·23	76·89	fresh; the markings were distinct.
3. 2 — with 0·1 c.c. ether	1·4	25·52	3·34	0·91	4·25	74·89	51·42	68·22	as 2.
4. 2 — — 0·5 — —	7·0	25·66	6·14	1·60	7·74	137·67	90·40	124·24	fresh; the markings not so distinct as in 2 and 3.
5. 2 — — 0·9 — —	12·2	25·32	7·12	2·28	9·40	159·65	128·82	150·89	wet and somewhat discoloured; the markings not distinct.

The experiment demonstrates that small doses accelerate the condensation which normally takes place during the ripening-process, while larger doses retard this process (4). The last portion, 5, died. In this experiment I carried out a separation of the amides in monamino-acids and diamino-acids (Lysin, Histidin Arginin). The mutual relation of these groups during the ripening process is but slightly known. The experiments seem to indicate that these compounds decrease during the ripening-process of the seeds, a fact which also Wassilieff has stated [Wassilieff 1908, p. 467]. It is however difficult to examine the relation of the

diamino-compounds on account of the small quantities in which they are found. As regards the monamino-acids the ether has in all cases retarded the decrease during the ripening-process, and with regard to the diamino-acids the two smallest doses seem to have accelerated the decrease.

I have always found in the experiments on potato-tubers that etherization produced a retardation of the processes affected by the wounding. As it would be a matter of interest to learn whether etherization would produce metabolic processes parallel with those produced by wounding, a few experiments were made on etherization on wounded ripening seeds of Pisum and Lupinus:

Experiments with Ripening Lupines.

5 "common-legume" portions of the same material as used for the former experiment. The seeds of the last three portions were wounded by being cut across. Temp. 16—19°. Jars of 14 liters capacity were used for the etherization:

	Total amount of ether	Weight of seeds	*N* of mon-amino-acids	*N* of diamino-acids	Sum	*N* of mon-amino-acids	*N* of diamino-acids	Sum	
	c. c.	grs.	mgrs.	mgrs.	mgrs.	%	%	%	
1. Directly crushed		21·56	6·81	2·10	8·91	100·00	100·00	100·00	
2. 2 days without ether		21·28	5·29	1·40	6·69	77·68	66·67	75·08	fresh after the exposure. The markings were distinct.
3. Wounded. 2 days without ether		21·34	5·19	1·06	6·25	76·22	50·48	70·15	
4. — 2 days with 0·1 c.c. ether	1·4	21·44	4·94	1·51	6·45	72·55	71·91	72·39	
5. — 2 — — 0·5 — —	7·0	21·56	8·41	1·82	10·23	123·49	86·67	114·82	

The experiment demonstrates that the decrease of amides which normally takes place simultaneously with a formation of proteids during the ripening-process has been accelerated by injury. The smallest dose slightly retarded the acceleration of the condensation, while the largest dose produced an increase of the amides during the exposure of two days' duration. When regarding separately the monamino-acids and the diamino-acids, it is seen that the smallest dose has accelerated the decrease of the monamino-acids, which had already been accelerated by the injury. As regards the diamino-acids both ether doses have on the contrary caused an increase.

Experiments on Ripening Peas.

A. Young seeds were used (dry-weight = 19·44 % of which 5·06 % *N*). Of 6 "common-legume" portions the three portions were each divided into two, each seed being split through the embryo and the hilum. In this manner 9 portions were arranged from the 6 original ones. For the etherization jars of 14 liters capacity were used both in this experiment and in the following one:

	Total amount of ether	Weight of seeds	*N* of monamino acids	*N* of diamino-acids	Sum	*N* of monamino-acids	*N* of diamino-acids	Sum	
	c. c.	grs.	mgrs.	mgrs.	mgrs.	%	%	%	
1 a. } Directly crushed		19·50	13·84	3·78	17·63	100·00	100·00	100·00	
2 a. }		21·72	13·84	4·41	18·25				
1 b. } 2 days without ether		22·16	10·16	2·37	12·53	72·29	62·20	70·01	
2 b. }		21·29	9·85	2·73	12·58				
3 a. 2 days with 0·1 c.c. ether per l.	1·4	21·27	8·49	3·96	12·45	61·35	96·59	69·40	After the exposure all the seeds were fresh.
3 b. 2 — — 0·5 — — —	7·4	21·59	14·38	3·75	18·13	103·91	91·47	101·06	
4. 2 days without ether		44·35	11·49	2·76	14·25	83·03	67·31	79·44	
5. 2 — with 0·1 c.c. ether per liter	1·4	44·06	12·75	4·51	17·26	92·12	110·00	96·21	
6. 2 — — 0·5 — — —	7·0	43·78	16·28	4·37	20·65	117·63	106·60	115·11	

B. Of 2 "common-legume" portions 4 were arranged in the same manner as in the former experiment:

	Total amount of ether	Weight of seeds	*N* of amides		
	c. c.	grs.	mgrs.	%	
1 a. Directly crushed	0	35·10	16·75	100·00	
1 b. 20 hours without ether	0	36·07	14·08	84·03	
2 a. 20 — with 0·15 c.c. ether	2·1	35·87	14·00	83·59	After the exposure: fresh.
2 b. 20 — — 0·5 — —	7·0	36·48	17·50	104·48	

In *B* the smallest dose has had no influence on the condensation, already accelerated by the injury, while the largest of the doses used has produced an increase of the amides during the two days of exposure.

A demonstrates that both the monamino-acids and the diamino-acids decrease during the ripening-process, a phenomenon which was also proved with regard to ripening lupines. Injury of the organs accelerates this process in both the above mentioned groups of nitrogenous compounds. By adding a dose of 0·1 c.c. ether per liter air space the monamino-acids further decrease, while the diamino-acids increase. Larger doses than this affect an increase both with regard to the monamino-acids as to the diamino-acids. Is is difficult to explain the fact that the smallest dose, used in *A*, has retarded the metabolic processes both of the monamino- and the diamino-acids in uninjured seeds, whereas it has accelerated this process as regards the monamino-compounds in wounded seeds.

Thus the experiments indicate that etherization, carried out with small doses, accelerates some of the processes affected by injury; these results, so small in number, demand, however, corroboration by further investigations.

CHAPTER VIII.

Summary and Conclusions.

With regard to the respiratory process of seedlings of Pisum we have noted that "small doses" of ether to which the plants have been exposed for periods of short duration accelerate the production of carbon dioxide, which phenomenon is especially found at low temperatures.

"Large" and "averagely large" doses of ether retard the production of CO_2 in proportion to the size of the doses.

During the after-effect of the ether-narcosis no acceleration of the CO_2-production has been demonstrated; on the contrary, a retardation of the respiratory process has been affected not only by large doses but also by small ones.

Concerning the formation of sugar in seedlings of Pisum this process has been accelerated by small doses of short duration, while the same doses used for exposures of longer duration and averagely large doses have affected a retardation of the sugar-forming process. Still larger doses have produced an increase of the sugars, which phenomenon must in all probability be ascribed to a complete cessation of the transformation of sugars into polysaccharides which process in all likelihood always takes place in normal seedlings simultaneously with the antagonistic process.

The inversion of "non-reducing" sugars to "reducing" sugars has been retarded by small doses as well as by large doses.

The destruction of proteids associated with a formation of amides, which takes place normally in young seedlings, may be accelerated by small doses of ether, while averagely large doses retard this destructive metabolism. If the dose was so large that it caused the death of the plants, it produced an increase of the amides, in all probability because the synthetic processes in the plants have been stopped.

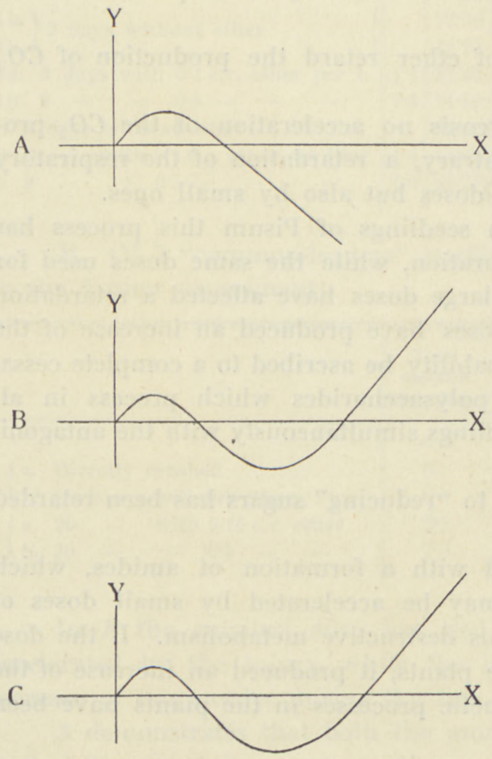
These effects are in accordance with the effects of ether-narcosis on the translocation of nitrogenous compounds the mobilization from the cotyledons being to all probability accelerated by small doses, while large doses cause a retardation of this process; consequently the increase of the absolute amount of proteids is (to all probability) accelerated in the shoots and roots of the seedlings by small doses, while this increase is retarded by larger doses the formation of proteids being proportional with the increase of the nitrogenous matters.

As regards the relations of ripening seeds of Pisum and Lupines during the ether narcosis the following has been proved: Small doses of ether accelerate the synthesis of proteids which takes place normally during the ripening process, while larger doses retard this process in proportion to the amount of the dose used. Very large doses do not only arrest this increase of proteids but also produce a destruction of the proteids already formed. Injury of ripening seeds

accelerates the condensation of amides which takes place under normal circumstances.

Also in potato-tubers an increase of the proteids is affected by injury; this increase, however, is retarded by the doses of ether used in these experiments.

With regard to buds of Acer Pseudoplatanus no effect of injury upon the nitrogenous compounds has been demonstrated. An increase of the amides has been affected by exposing the buds to darkness. Concerning the effect of ether small doses have produced an increase of the amides, while averagely large doses have affected a decrease of these compounds. Yet larger doses have deaded the buds and thus caused an increase of the amides.



In consequence of the experiences gained by the experiments quoted in this paper together with those gained by several of the above mentioned authors we may graphically illustrate the effect of the ether-narcosis on the processes that take place in the plants, of which a few instances are shown in the following:

Thus the effect of ether-narcotization on the nitrogenous compounds of the ripening seeds may be illustrated by the curve A, the points of the X-axes indicating the amount of the ether-doses, the points of the Y-axis indicating the acceleration respective retardation of the proteid-synthesis.

And in the same manner we may illustrate the effect of ether on the nitrogenous compounds of seedlings (cfr. curve B), the points of the X-axis indicating as above the amount of the separate doses, while the points of the Y-axis indicate the acceleration respective retardation of the formation of amides; and a curve of similar shape may be used as an illustration of the effect of ether on the formation of sugars.

Likewise the effect of etherization upon the nitrogenous compounds of buds of Acer may be demonstrated by a curve C, the points of the Y-axis indicating the increase respective decrease of the amides, the points of the X-axis indicating as above the strength of the ether-doses.

As a résumé of the results (which is illustrated by the curves with regard to some of the processes) we must distinguish between several phases of the effect of ether-narcotization:

1) The exciting phase, which is produced by small doses used for exposures of short duration, and in which the processes which take place normally are accelerated, this being not only demonstrated as regards the metabolic processes but also with regard to germination and growth.

2) The narcotic phase proper, which is produced by small doses of protracted experimental-periods, and by enlarged doses of short duration, is characterized by the normal processes being retarded; this phase has been demonstrated as to growth, germination, CO_2-assimilation, respiration, the condensatory processes characteristic of the ripening process, the hydrolytic processes characteristic of the germination e. t. c.

3) Large doses or averagely large doses used for exposures of long duration produce "the toxic phase", which demonstrates all the phenomena characteristic of death: cessation of the respiratory process, of growth and of germination together with a considerable destruction of substances, all the constructive processes being arrested.

Between the doses which produce an acceleration and a retardation of the normal processes a neutral dose may be found (the strength of which varies with the duration of exposure) the effects of which mutually annul one another: cfr. this paper p. 56 No. 4 with regard to the diamino-acids, and Johannsen 1897, p. 40 No. 11 compared with No. 9 and 6, as regards the nitrogenous compounds and No. 5 as regards the sugars. The effect of this dose is illustrated in the figures A, B, C by the first point of intersection between the curve and the X-axis.

If the effects produced by the narcotic phase have an inverse direction of those affected by the toxic phase (as illustrated in B and C) a dose may be found between the toxic ones and the narcotic ones, which produces apparently no effect[1] on some of the metabolic processes, for instance the nitrogenous compounds, while it affects considerably other processes, for instance the respiratory process cfr. p. 22 III 3 compared with III 3 p. 18. It is however matters of course that the amounts of such "neutral" doses (as well as of all other doses which are employed to produce certain effects) varies with temperature, duration of exposure, the character of the processes in question, the plant objects e. t. c. e. t. c.

[1] This phenomenon is indicated by the second point of intersection between the curve and the X-axis in Figs. B and C.

Laboratory of Vegetable Physiology.
University of Copenhagen.

Dec. 1910.

LITERATURE CITED.

1. Arloing: (Comptes rendues de l'Acad. des Sciences. T. 89. 1879).
2. J. Aymard fils: Les Anesthésiques et le Forçage des Plantes. Montpellier. 1904.
3. A. Bartels: Über den Einfluss des Chloroforms auf die Pepsinverdauung. (Virchows Archiv. Bd. 130. 1892. p. 497—511).
4. A. Bateson & Francis Darwin: The Effect of Stimulation on Turgescent Vegetable Tissues (The Journal of the Linnean Society. Vol. 24. 1887).
5. Paul Becquerel: Action de l'ether et du chloroform sur les graines sèches. (C. r. T. 140. 1905. p. 1049—1052).
6. Behrens: Über die Beeinflussung der Keimfähigkeit gewisser Samen durch Narkose und durch Verwundung. (Botanisches Centralblatt. 1908. p. 538).
7. Claude Bernard: Leçons sur les phénomènes de la vie. 1878.
8. Paul Bert: Sur les mouvements de la sensitive (C. r. de l'Ac. des Sc. T. 65. 1867. p. 177—179).
9. R. Bertel: Über Tyrosinabbau in Keimpflanzen (Berichte der D. Bot. Ges. Bd. 20. 1902. p. 453—464).
10. Ch. Blondeau: Sur l'irritabilité des végétaux (Comptes r. d. l.'Acad. d. Sc. T. 65. 1867. p. 304—306).
11. Bonnier & Mangin. Recherches sur l'action chlorophyllienne. (Annales d. sciences naturelles VII série. T. III. p. 1—44).
12. Bouchardat: Sur la fermentation saccharine ou gloucosique. (Annales de chimie et de physique. III série. T. 14. 1845).
13. A. Burgerstein: Über die Wirkung anæstesierender Substanzen auf einige Lebenserscheinungen der Pflanzen (Verhandlungen der k. k. zool.-bot. Gesellschaft in Wien. 1906. p. 243).
14. G. Carlet: Sur les mouvements des étamines dans les Ruta. (C. T. 77. 1873. p. 538—541).
15. H. Coupin: Action des vapeurs anestésiques sur la vitalité des graines sèches et des graines humides (C. r. T. 129. p. 561—562).
16. F. Czapek: Biochemie der Pflanzen. 1905.
17. — Über die Leitungswege der organischen Baustoffe im Pflanzenkørper. (Sitzungsber. d. Math.-Naturw. Cl. d. kais. Akad. d. Wissenschaften. Bd. 106. Abth. I. 1897. p. 117—170).
18. Fr. Czapek: Weitere Beiträge zur Kenntniss der geotropischen Reizbewegungen. (Pringsheims Jahrb. Bd. 32. 1898. p. 175—302).
19. Ch. Darwin: Insectivorous Plants. 1875.
20. Fr. Darwin: Observations on Stomata (Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B. V. 190. 1898. p. 531).
21. Detmer: Über die Einwirkung verschiedener Gase auf Pflanzenzellen. (Landw. Jahrb. 1882. Bd. 11. p. 213—232).
22. — Vergleichende Untersuchungen über den Einfluss verschiedener Substanzen auf Pflanzencellen und auf Fermente der Pflanzen (Landw. Jahrb. Bd. 10. 1881. p. 731).
23. H. H. Dixon: On the effect of stimulation and anæstetic gases of transpiration (Proceedings of the Royal Irish Academy. Vol. 4. 1896—98. p. 618—626).
24. E. Duclaux: Traité de Microbiologie. T. III. 1900.
25. R. Dubois: Mécanisme de l'Action des Anesthésiques. (Revue générale des Sciences pures et appliquées. 1891. p. 561—567).

26. Eberhart: Untersuchungen über das Vorquellen der Samen. Inaug.-Dissertation. 1906.
27. Frd. Elfving: Über die Einwirkung von Æther und Cloroform auf die Pflanzen. (Öfversikt af Finska Vetenskaps-Soc.'s Förhandlinger. Bd. 28. 1886).
28. Ewart: On Assimilatory Inhibition (The Journal of the Linnean Society. Vol. 31. 1895—97 p. 364—461, 554—576).
29. Farmer & Waller: Observations on the action of anæstetics on vegetable and animal protoplasm. (Bot. Centralblatt. 1898. Bd. 74. p. 377).
30. Fermi & Pernossi: Über die Enzyme. (Bakt. Centralbl. 1894. Bd. XV. p. 229).
31. Gayon: Actions des vapeurs toxiques et antiseptiques sur la fermentation des fruits. (C. r. T. 84 1877. p. 1036).
32. J. J. Gerassimow: Ætherculturen von Spirogyra. (Flora. Bd. 94. 1905. p. 79—85).
33. E. Godlewski: Ein weiterer Beitrag zur Kenntniss der intramolecularen Athmung der Pflanzen (Bulletin International de l'Académie d. Sc. de Cracovie 1904. p. 115).
34. Grober: Über die Wirkung gewisser Antiseptica auf das Pepsin. (Pflügers Archiv. Bd. 104. 1904. p. 109—118).
35. Hausmann: Zeitschr. f. physiol. Chemie. Bd. 27. 1899.
36. — — — — Bd. 29. 1900.
37. E. Heckel: De l'irritabilité des étamines, distinction dans ces organes des deux ordres de mouvements. (C. r. de L'Académie d. Sc. T. 77. 1873. 948—950).
38. — De l'irritabilité fonctionnelle dans les étamines de Berberis. (C. r. T. 78. 1874. p. 985—988).
39. — Du mouvement dans les stigmates bilabiés des Scrophularinées, des Bignomiacées et des Sesamées. (C. r. T. 79. 1874. p. 702—704).
40. — Du mouvement provoqué dans les étamines des Synanthérées (C. r. T. 79. 1874. p. 922—925).
41. — Du mouvement periodique spontané dans les étamines des Saxifrages e. t. c. (C. r. T. 82. 1876. p. 346—348).
42. — Du mouvement dans les poils et les lacinations foliaires du Drosera. (C. r. T. 82. 1876. p. 525—526).
43. Herzog & Hørth: Über die Einwirkung einiger Dämpfe auf Presshefe. (Zeit. f. physiol. Chemie. Bd. 52. 1907).
44. Hettlinger: Influences des Blessures sur la Fermentation des Matières Protéiques dans les Plantes. (Revue générale de Botanique, Bd. 13. 1901).
45. F. Holm: Die Einwirkung des Äthers auf das Pflanzenleben. (Gartenflora. 52. 1903).
46. W. Johannsen: Das Ätherverfahren beim Frühtreiben. 1906. II Aufl.
47. — Studier over Planternes periodiske Livsyttringer. (D. Kgl. Danske Videnskabernes Selskabs Skrifter. 6. Række, nat.-mat. Afd. VIII. 5. 1897).
48. — Elemente der exakten Erblichkeitslehre. 1909.
49. E. Josing: Der Einfluss der Aussenbedingungen auf die Abhängigkeit der Protoplasmaströmung vom Licht. (Pringsheims Jahrb. Bd. 36. 1901. p. 197—228).
50. H. Jumelle: Influences des Anesthésiques sur la Transpiration des Végétaux (Revue générale de Botanique. 1890. II. p. 417).
51. — Nouvelles Recherches sur l'Assimilation et la Transpiration Chlorophyllienne. (Revue générale de Botanique. 1891. III. p. 241—248, 293—305).
52. W. Kabsch: Anatomische und Physiologische Untersuchungen über einige Bewegungserscheinungen in Pflanzenreiche. (Bot. Zeitung. 1861. Nr. 48. p. 356).
53. R. Kaufmann: Einfluss von Protoplasmagiften auf die Trypsinverdauung. (Zeits. f. physiol. Chemie. 39. 1903. p. 434).
54. C. Kaufmann: Über Einwirkung der Anæstetica auf Protoplasma und dessen biol.-physiol. Eigenschaften. (Inaug. Dissert. Erlangen. 1899).
55. W. Kegel: Über den Einfluss von Chloroform und Äther auf die Assimilation von Elodea canadensis. Göttingen. 1905. Dissert.
56. I. Korsinsky: Die Athmung bei Hungerzuständen und unter Einwirkung von mechanischen und chemischen Reizmitteln bei Aspergillus niger. (Pringsheims Jahrb. 1902. Bd. 37. p. 137—204).

57. I. Kovchoff: Über den Einfluss von Verwundungen auf die Bildung von Nucleoproteiden in den Pflanzen. (Ber. d. D. Bot. Ges. Bd. 21. 1903. p. 165—175).
58. W. Kühne: Untersuchungen über das Protoplasma. 1864.
59. W. Kurzwelly: Über die Wiederstandsfähigkeit trockener pflanzlicher Organismen gegen giftige Stoffe. (Pringsh.'s Jahrb. Bd. 38. 1903. p. 291—341).
60. W. Laurén: Om inverkan af eterånga på groddplanters andning. Helsingfors. 1891.
61. Leclerc: Recherches physiologiques et anatomiques sur l'appareil nerveux des végétaux. (C. r. T. 37. 1853. p. 526—528).
62. Marie Leschtsch: Über den Einfluss des Terpentinöls auf die Verwandlung der Eiweissstoffe in den Pflanzen. (Ber. d. D. bot. Ges. Bd. 21. 1903. p. 425—432).
63. Lintner & Krøber: Zur Kenntniss der Hefeglucase. (Ber. d. D. Chem. Ges. Bd. 28. 1895. p. 1050).
64. Lommen: Anæstetics and Transpiration (Bot. Gazette. 1891. p. 28).
65. Mauméné: L'anesthésie des végétaux et ses conséquences pratiques dans l'industrie du forçage (Revue scientif. vol. 20. 1903. p. 353).
66. Morkowin: Recherches sur l'Influences des Anesthesiques sur la Respiration des Plantes. (Revue générale de Botanique. Bd. 11. 1899. p. 289 ff., p. 341 ff.).
67. — Über den Einfluss der Reizwirkungen auf die intramoleculare Athmung der Pflanzen. (Ber. d. D. B. G. Bd. 21. 1903. p. 72).
68. H. Müller-Thurgau: Über Zuckeranhäufung in Pflanzentheilen in Folge niederer Temp. (Landw. Jahrb. Bd. 11. 1882. p. 764).
69. Müntz: Sur les ferments chimiques et physiologiques (C. r. de l'Acad. des Sc. T. 80. 1875. p. 1250—1253).
70. A. Nathansohn: Physiol. Untersuchungen über amitotische Kerntheilung (Pringsh.'s Jahrb. Bd. 35. 1900. p. 48).
71. L. Olufsen: Untersuchungen über Wundperidermbildung an Kartoffelknollen. Jena 1903. Dissert.
72. Osborn & Harris: Bestimmung der Stickstoffbindung in den Proteinkörpern. (Z. f. anal. Chemie. 1904. Bd. 43).
73. Overton: Über die osmotischen Eigenschaften der lebenden Pflanzen- und Thierzelle. (Vierteljahrschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 1895).
74. — Studien über die Narkose. Jena 1901.
75. W. Palladin: Über den verschiedenen Ursprung der während der Athmung der Pflanzen ausgeschiedenen Kohlensäure. (Ber. d. D. B. Ges. Bd. 23. 1905. p. 240—247).
76. — Über Eiweisszersetzung in den Pflanzen bei Abwesenheit von freiem Sauerstoff. (Ber. d. D. b. Ges. 1888. p. 205).
77. — ibid. p. 296.
78. E. Pantanelli: Zur Kenntniss der Turgorregulationen bei Schimmelpilzen. (Pringsh.'s Jahrb. Bd. 40. 1904).
79. Pfeffer: Über Fortpflanzung des Reizes bei Mimosa pudica. (Pringh.'s Jahrb. 1873. p. 309—310).
80. — Physiology of plants (Ewarts Edition). III. 1906.
81. — Über Aufnahme von Anilinfarben in lebenden Zellen. (Untersuchungen aus dem Bot. Institut zu Tübingen. Bd. II. 1886—88).
82. — Über die vorübergehende Aufbewegung der Assimilationsfähigkeit in Chlorofyllkörpern. (Ber. über der Verhandl. kgl. sachsischen Ges. d. Wissensch. Leipzig. Math-phys. Kl. 1896. Bd. 48).
83. N. Pringsheim: Über die Abhängigkeit der Assimilation grüner Cellen von ihrer Sauerstoffathmung e. t. c. (Sitzungsberichte d. K. preuss. Akademie d. Wissenschaften. 1887. p. 763—777).
84. K. Puriewitsch: Physiol. Untersuchungen über die Entleerung der Reservestoffbehalter (Pringsh.'s Jahrb. Bd. 31. 1897—98. p. 1 ff.).
85. — Über die selbstthätige Entleerung der Reservebehalter. (Ber. d. D. bot. Ges. 1896. p. 207—212).
86. Ch. Richet: Anesthésie et Anesthésiques (Dictionnaire de Physiologie par Ch. Richet. 1895. T. I. p. 513).
87. W. Rothert: Über die Wirkung des Äthers und Chloroforms auf die Reizbewegungen der Microorganismen (Pringsh.'s Jahrb. Bd. 39. 1903—04. p. 1—70).

88. Salkowski: Über die antiseptische Wirkung des Chloroformwassers. (Deutsche med. Wochenschrift. 1888).
89. B. Schmid: Über die Einwirkung von Chloroformdämpfen auf ruhende Samen. (Ber. d. D. bot. Ges. Bd. 19. 1901. p. 71—76).
90. G. Schneider: Influences of Anæstetics on Plant Transpiration. (Bot. Gazette. Vol. 18. 1893. p. 56—69).
91. H. Schroeder: Über den Einfluss des Cyankaliums auf die Athmung von Aspergillus niger. (Pringsh.'s Jahrb. 44. 1907).
92. — Über die Einwirkung von Æthyläther auf die Zuwachsbewegung. (Flora Bd. 99. 1908. p. 156—173).
93. F. Schwarz: Zur Kritik der Methode des Gasblasenzählen an submersen Wasserpflanzen (Untersuchungen aus dem bot. Institut zu Tübingen. Bd. I. 1881—85. p. 97).
94. E. Schulze & Winterstein: (Zeits. f. physiol. Chemie. Bd. 35. 1902).
95. John Sebelien: Studien über die analytische Bestimmungsweise der Eiweisskörper. (Zeits. f. physiol. Chemie. Bd. 13. 1889).
96. F. P. C. Siragusa: L'anestesia nel regno vegetale. Palermo. 1879.
97. Theodoresco & H. Coupin. Influences des Anesthésiques sur la Formation de la Chlorophylle. (C. r. T. 127. 1898. p. 884—887).
98. Townsend: The Effect of Ether upon the Germination of Seeds and Spores. (Botanical Gazette. Vol. 27. 1899).
99. — The Correlation of Growth under the Influence of Injuries. (Annals of Botany. Vol. XI. 1897. p. 509).
100. Octave Treboux: Einige stoffliche Einflüsse auf die Kohlensäureassimilation bei submersen Pflanzen. (Flora. 1903. Bd. 92. p. 49—76).
101. Wächter: Untersuchungen über den Austritt von Zucker aus den Zellen der Speichorgane von Allium Cepa und Beta vulgaris. (Pringsh.'s Jahrb. Bd. 41. 1905).
102. N. Wassilieff: Eiweissbildung in reifenden Samen (Ber. d. D. bot. Ges. 1908. Bd. 26. p. 454 ff.).
103. W. v. Wasielewski: Theoretische und experimentelle Beiträge zur Kenntniss der Amitose. (Pringsh.'s Jahrb. Bd. 39. 1903—04. p. 581).
104. F. Weis: Studier over proteol. Enzymer i Malt. 1902.
105. A. F. Woods: Some recent investigations on the evaporation of water from plants. (Bot. Gazette. 1893. Vol. 18. p. 304—310).
106. W. Zaleski: Zur Ätherwirkung auf die Stoffumwandlung in den Pflanzen. (Ber. d. D. Bot. Ges. Bd. 18. 1900. p. 292).
107. — Zur Frage über die Wirkung von Reizen auf die Athmung der Pflanzen. (Bot. Centralblatt. 1904. I. p. 251—252).
108. — Beiträge zur Kenntniss der Eiweissbildung in den Pflanzen. (Ber. d. D. bot. Ges. Bd. 19. 1901. p. 331).
109. — Beiträge zur Kenntniss der Eiweissbildung in reifenden Samen. (Ber. d. D. bot. Ges. Bd. 23. 1905. p. 126—33).
110. B. Zehl: Die Beeinflussung der Giftwirkung durch die Temp. sowie durch das Zusammengreifen von zwei Giften. (Zeits. f. allgemeine Physiologie. Bd. 8. 1908).

CONTENTS.

Pag.

CHAPTER I:
Historical 3

CHAPTER II:
Materials and Methods 13

CHAPTER III:
Experiments on the Effect of Ether on Seedlings of Pisum:
Experiments on the Respiration 17
Experiments on the Nitrogenous Compounds 21
Results of the Sugar-Analyses 23

CHAPTER IV:
Experiments on the Translocation of the Nitrogenous Substances in Seedlings 25

CHAPTER V:
Experiments on the Effect of Etherization on Buds of Acer Pseudoplatanus 35

CHAPTER VI:
Experiments on the Effect of Etherization on Potato-tubers 39

CHAPTER VII:
Experiments on the Effect of Etherization on Ripening Seeds 54

CHAPTER VIII:
Summary and Conclusions 59

LITERATURE CITED 62

OM REGNING MED

LINEÆRE TRANSFORMATIONER

AF

J. HJELMSLEV

D. KGL. DANSKE VIDENSK. SELSK. SKRIFTER, 7. RÆKKE, NATURV. OG MATHEMATISK AFD. VI. 7

KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1911

INDLEDNING.

De Talformer, man fortrinsvis har undersøgt, er saadanne, hvor hvert Tal kan siges at fremstille en Parallelforskydning i et Euklidisk Rum (med et vilkaarligt Antal Dimensioner), og hvor Tallenes Addition svarer til Sammensætning af saadanne Parallelforskydninger.

Mere almindeligt kunde man behandle Transformationerne i en vilkaarlig Gruppe som Numeraler, hvis Addition bestemmes ved Transformationernes Sammensætning; det maa da forudsættes, at naar Gruppen indeholder én Transformation, den da ogsaa indeholder den omvendte, altsaa ogsaa Identiteten, der betegnes med 0.

Dersom nu en saadan Gruppes Transformationer i specielle Tilfælde er cykliske, og én af disse cykliske Transformationer er A, for hvilken altsaa $A+A+A+\ldots.$ (n Gange) $=0$, men A selv forskellig fra 0, da kan man straks indsé, at der ikke vil kunne opstilles nogen Multiplikationsregel, der tilfredsstiller ét af de distributive Principper, f. Eks. det, der udtrykkes ved Ligningen $M\cdot(P+Q) = M\cdot P+M\cdot Q$, uden at Division med A i Almindelighed bliver umulig. Thi for det første vil Ligningen $M\cdot(P+0) = M\cdot P+M\cdot 0$ medføre, at $M\cdot 0 = 0$, og dernæst vil

$$M\cdot A+M\cdot A+\ldots. \text{ (n Gange)} = M\cdot(A+A+\ldots.) = M\cdot 0 = 0;$$

altsaa maa $M\cdot A$ fremstille en cyklisk Transformation (eller 0). Ligningen $M\cdot A = B$, hvor B er vilkaarlig, vilde altsaa i Almindelighed ikke faa nogen Løsning med Hensyn til M.

Da nu de i Videnskabernes Selskabs mathematiske Prisopgave for 1905 omhandlede Numeraler fremstiller lineære brudne Transformationer, hvis Sammensætning definerer Numeralernes Addition, og da der blandt disse lineære Transformationer findes uendelig mange cykliske Transformationer (af en hvilken som helst Orden), har denne Opgave i Virkeligheden gennem ovenstaaende Bemærkning faaet en foreløbig Besvarelse; hvilken Multiplikationsregel man end vilde opstille, vilde der nemlig altid findes en saadan Mangfoldighed af Tilfælde, i hvilke Division vilde blive umulig, at man ikke kunde betragte en saadan Multiplikationsregel som tilfredsstillende.

I det følgende skal vi nu imidlertid behandle Spørgsmaalet noget nærmere, idet vi undersøger de Multiplikationsregler, der i det hele taget kan opstilles for de omtalte Numeraler, under Forudsætning af, at ét af de distributive Principper fastholdes.

Om Numeralernes Addition.

1. Det i THIELE's Afhandling: Om Definitionerne af Tallet, Talarterne og de tallignende Bestemmelser (Vidensk. Selskabs Skrifter, 6. Række, naturv. og math. Afd. II, 11, 1886, Pag. 508) definerede Numeral af Formen

$$(\xi)^{\mathrm{I}} * (\eta)^{\mathrm{II}} * (\zeta)^{\mathrm{III}}$$

fremstiller en bestemt lineær Transformation

$$x = \frac{ax' + b}{cx' + d},$$

sammensat af de 3 efter hinanden følgende Transformationer:

$$\frac{z - w}{z - u} = \zeta \cdot \frac{x' - w}{x' - u},$$

$$\frac{y - v}{y - w} = \eta \cdot \frac{z - v}{z - w},$$

$$\frac{x - u}{x - v} = \xi \cdot \frac{y - u}{y - v}.$$

Til Udførelsen af saadanne Numeralers Addition finder man foruden Loven $(\xi_1)^{\mathrm{I}} * (\xi_2)^{\mathrm{I}} = (\xi_1 \xi_2)^{\mathrm{I}}$, og de analoge for Indices II og III, l. c. angivet følgende Regler:

$$(\xi)^{\mathrm{I}} * (\eta)^{\mathrm{II}} = \left(\frac{\eta}{\xi + \eta - \xi\eta}\right)^{\mathrm{II}} * \left(\frac{\xi}{\xi + \eta - \xi\eta}\right)^{\mathrm{I}},$$

$$(\eta)^{\mathrm{II}} * (\xi)^{\mathrm{I}} = \left(\frac{\xi + \eta - 1}{\eta}\right)^{\mathrm{I}} * \left(\frac{\xi + \eta - 1}{\xi}\right)^{\mathrm{II}},$$

og dem, som man kan danne heraf ved de samtidige Kredsforskydninger $(\xi\eta\zeta)$ og (I II III).

Hertil er nu at bemærke, at Numeralet $(\xi)^{\mathrm{I}} * (\eta)^{\mathrm{II}} * (\zeta)^{\mathrm{III}}$ ikke vil have nogen bestemt Betydning, naar 2 af Størrelserne ξ, η og ζ er 0 eller ∞, og som Følge af denne Omstændighed viser det sig, at der gives uendelig mange Tilfælde, hvor 2 af de definerede Numeraler ikke ved den angivne Addition kan siges at give et nyt Numeral af samme Art.

Vil man f. Eks. forsøge at danne Summen:

$$\left((2)^{\mathrm{I}} * (2)^{\mathrm{II}} * (2)^{\mathrm{III}}\right) * \left((2)^{\mathrm{I}} * (2)^{\mathrm{II}} * (2)^{\mathrm{III}}\right),$$

faar man ved Anvendelse af ovennævnte Formler

$$(\infty)^{\mathrm{I}} * (1)^{\mathrm{I}} * (\infty)^{\mathrm{III}},$$

et Resultat, der imidlertid i sig selv er uden Betydning.

2. I alle Spørgsmaal, der angaar Numeralernes Addition, kan man uden at gøre Indgreb i Undersøgelsens Almindelighed antage specielle Værdier for u, v og w (Dobbeltværdierne for de 3 Transformationer I, II og III). Vi sætter derfor:

$$u = 0, \quad v = 1, \quad w = \infty;$$

en let Regning fører da til det Resultat, at Numeralet $(\xi)^{\mathrm{I}} * (\eta)^{\mathrm{II}} * (\zeta)^{\mathrm{III}}$ fremstiller den lineære Transformation:

$$x = \frac{\xi\eta x' + \xi\zeta(1-\eta)}{(\xi-1)\eta x' + \zeta(\xi+\eta-\xi\eta)}. \tag{1}$$

For at en given Transformation

$$x = \frac{ax'+b}{cx'+d}, \tag{2}$$

hvor $ad-bc \neq 0$, skal kunne fremstilles ved Numeralet $(\xi)^{\mathrm{I}} * (\eta)^{\mathrm{II}} * (\zeta)^{\mathrm{III}}$, maa ξ, η og ζ altsaa kunne tillægges saadanne egentlige Værdier (forskellige fra 0 og ∞), at Transformationerne (1) og (2) bliver identiske.

Dette kan imidlertid ikke lade sig gøre, naar et af følgende Tilfælde indtræffer:

1) $a = 0$,
2) $a = c$,
3) $b = d$,

hvorimod man i alle andre Tilfælde faar følgende Værdier for ξ, η og ζ:

$$\xi = \frac{a}{a-c}, \quad \eta = \frac{a(d-b)}{ad-bc}, \quad \zeta = \frac{d-b}{a-c}.$$

3. Vi vil nu undersøge, i hvilke Tilfælde Numeralerne $(\xi)^{\mathrm{I}} * (\eta)^{\mathrm{II}} * (\zeta)^{\mathrm{III}}$ og $(\xi_1)^{\mathrm{I}} * (\eta_1)^{\mathrm{II}} * (\zeta_1)^{\mathrm{III}}$ ikke vil kunne adderes saaledes, at man faar et nyt Numeral af samme Form.

De givne Numeraler antages at fremstille Transformationerne:

$$x = \frac{ax'+b}{cx'+d}, \text{ og } x_1 = \frac{a_1x+b_1}{c_1x+d_1};$$

anvendes disse efter hinanden, faar man Transformationen:

$$x_1 = \frac{(aa_1+cb_1)x' + ba_1 + db_1}{(ac_1+cd_1)x' + bc_1 + dd_1},$$

der altsaa skal svare til Summen af de to givne Numeraler. Men den fundne Transformation kan i Følge 2 ikke fremstilles ved et Numeral af den omtalte Form i følgende Tilfælde

1) $aa_1 + cb_1 = 0$, altsaa $\xi\eta_1 + \zeta_1(1-\eta_1)(\xi-1) = 0$, (A)
2) $a(a_1-c_1) = c(d_1-b_1)$, altsaa $\xi = (\xi-1)\zeta_1$, (B)
3) $b(a_1-c_1) = d(d_1-b_1)$, altsaa $\xi(1-\eta) = (\xi+\eta-\xi\eta)\zeta_1$. (C)

I ethvert af disse Tilfælde, naar altsaa blot én af Relationerne (A), (B) og (C) finder Sted, er Addition af de givne Numeraler altsaa umulig.

Det tidligere nævnte Eksempel, hvor $\xi = \eta = \zeta = \xi_1 = \eta_1 = \zeta_1 = 2$, falder ind under Tilfældet (B).

4. Paa Grund af de Vanskeligheder, der saaledes lægger sig i Vejen for explicite Regning med de treleddede Numeraler $(\xi)^{\mathrm{I}} * (\eta)^{\mathrm{II}} * (\zeta)^{\mathrm{III}}$, vil vi indføre den almindelige lineære Transformation som Numeral, tilmed da man derved i det hele faar et bedre Overblik over Undersøgelserne.

Transformationen

$$x = \frac{ax' + b}{cx' + d}$$

betegnes ved Numeraltegnet

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$

og Numeralernes Addition (Sammensætning af Transformationerne) bestemmes i F. 3 ved Ligningen:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa_1 + cb_1 & ba_1 + db_1 \\ ac_1 + cd_1 & bc_1 + dd_1 \end{pmatrix}.$$

Idet de givne Transformationer er egentlige ɔ: $ad - bc \neq 0$, og $a_1 d_1 - b_1 c_1 \neq 0$, har man ogsaa, at den nye Transformation er egentlig, idet:

$$(aa_1 + cb_1)(bc_1 + dd_1) - (ba_1 + db_1)(ac_1 + cd_1) = (ad - bc)(a_1 d_1 - b_1 c_1).$$

Alle de Transformationer, vi behandler, forudsættes nu at være egentlige.

Den identiske Transformation er

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

der betegnes med 0.

Den modsatte Transformation til $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ er:

$$\div \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d & b \\ c & -a \end{pmatrix}.$$

Transformationen $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ kaldes involutorisk, naar $a + d = 0$; Transformationen er i dette Tilfælde $=$ den modsatte Transformation. Denne Egenskab tilkommer ogsaa den identiske Transformation.

5. I mange Tilfælde vil det være nyttigt ved Behandling af en ikke-identisk Transformation $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ at indføre Transformationens Dobbeltværdier ξ_1 og ξ_2, der findes som Rødder i Ligningen

$$x = \frac{ax + b}{cx + d},$$

altsaa

$$cx^2 + (d - a)x - b = 0.$$

Idet vi forudsætter, at Transformationen er ordinær, ɔ: $\xi_1 \neq \xi_2$, kan den fremstilles paa Formen:

$$\frac{x - \xi_1}{x - \xi_2} = \lambda \cdot \frac{x' - \xi_1}{x' - \xi_2}.$$

Her kaldes λ Transformationens eller Numeralets Indeks, medens ξ_1 og ξ_2 kaldes Transformationens eller Numeralets Rødder. Selve Numeralet (eller Transformationen) betegnes med $(\xi_1, \xi_2)_\lambda$, saa at man har

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (\xi_1, \xi_2)_\lambda .$$

Naar $\lambda = -1$, er Transformationen (Numeralet) involutorisk, idet man har:

$$(\xi_1, \xi_2)_{-1} + (\xi_1, \xi_2)_{-1} = 0.$$

2 Numeraler med samme Rødder adderes ved, at man multiplicerer Indices:

$$(\xi_1, \xi_2)_\lambda + (\xi_1, \xi_2)_\mu = (\xi_1, \xi_2)_{\lambda\mu} .$$

6. Dersom Numeralet $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ har sammenfaldende Rødder, kaldes det singulært. Det kan da bedst fremstilles som en Sum af involutoriske Numeraler. Antages de sammenfaldende Dobbeltværdier at være ξ, medens Transformationen fører Tallet $\alpha (\neq \xi)$ over i β, antages endvidere γ at være en saadan Værdi, at ξ og γ er harmonisk forbundne med α og β, da har man:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (\xi, \gamma)_{-1} + (\xi, \alpha)_{-1} .$$

For det første ses det nemlig, at ξ er den eneste Værdi, der holder sig uforandret efter de to Transformationer $(\xi, \alpha)_{-1}$ og $(\xi, \gamma)_{-1}$, og dernæst vil α ved Transformationen $(\xi, \alpha)_{-1}$ holde sig uforandret og ved Transformationen $(\xi, \gamma)_{-1}$ gaa over til β. Disse Betingelser er tilstrækkelige til at vise Ligningens Rigtighed.

Omvendt har man altid, at 2 involutoriske Numeraler, der har én enkelt Rod α fælles, ved Addition giver et singulært Numeral med Dobbeltroden α. Et singulært Numeral kan aldrig være involutorisk.

7. Et vilkaarligt ordinært Numeral $(\xi_1, \xi_2)_\lambda$ kan ogsaa opløses i 2 involutoriske Numeraler.

Vi vælger 2 forskellige Værdier a_1 og a_2, som er harmonisk forbundne med ξ_1 og ξ_2, og søger 2 andre Værdier b_1 og b_2, saaledes at

$$(\xi_1, \xi_2)_\lambda = (b_1, b_2)_{-1} + (a_1, a_2)_{-1} .$$

Da Transformationen $(a_1, a_2)_{-1}$ ombytter ξ_1 og ξ_2, maa disse Størrelser ogsaa ombyttes ved Transformationen $(b_1, b_2)_{-1}$, d. v. s. b_1 og b_2 skal være harmonisk forbundne med ξ_1 og ξ_2. (Naar denne Betingelse er opfyldt, da vil $(b_1, b_2)_{-1} + (a_1, a_2)_{-1}$ nødvendigvis fremstille en Transformation med Rødderne ξ_1 og ξ_2).

Dersom nu den givne Transformation $(\xi_1, \xi_2)_\lambda$ fører a_1 over i a_1', da maa $(b_1, b_2)_{-1}$ ogsaa føre a_1 over i a_1'; men deraf følger, at b_1 og b_2 skal være harmonisk forbundne med a_1 og a_1', og da de ogsaa skal være harmonisk forbundne med ξ_1 og ξ_2, er de hermed éntydig bestemte.

Tillige ser man, at 2 involutoriske Numeraler, der ikke har nogen Rod fælles, ved Addition giver et ordinært Numeral, hvis Rodpar er harmonisk forbundne med begge de givne Numeralers Rodpar.

Er $\lambda = -1$, vil Ligningen

$$(\xi_1, \xi_2)_{-1} = (b_1, b_2)_{-1} + (a_1, a_2)_{-1}$$

medføre, at

$$(b_1, b_2)_{-1} + (\xi_1, \xi_2)_{-1} = (a_1, a_2)_{-1}.$$

I dette Tilfælde bliver altsaa Rodparrene (ξ_1, ξ_2), (a_1, a_2) og (b_1, b_2) 2 og 2 harmonisk forbundne.

8. Vi vil nu undersøge, i hvilke Tilfælde Summen af 2 Numeraler er uafhængig af Ordenen, altsaa i hvilke Tilfælde Ligningen

$$A + B = B + A$$

vil være rigtig.

Er mindst ét af Numeralerne 0, er Betingelsen opfyldt.

Vi antager nu, at A og B er ordinære Numeraler; det vil da være tilstrækkeligt at behandle det specielle Tilfælde, hvor ét af Numeralerne f. Eks. A har Rødderne 0 og ∞.

A svarer da til Transformationen

$$x = a_1 x', \quad \text{hvor} \quad a_1 \neq \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases},$$

medens B svarer til Transformationen

$$x = \frac{ax' + b}{cx' + d}, \quad \text{hvor} \quad ad - bc \neq 0.$$

Skal nu $A + B = B + A$, maa Ligningen

$$a_1 \cdot \frac{ax' + b}{cx' + d} = \frac{aa_1 x' + b}{ca_1 x' + d}$$

være identisk i x'. Da $a_1 \neq \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$, kan dette kun finde Sted i følgende 2 Tilfælde:

1) $a = 0, \; d = 0, \; a_1 = -1,$

og 2) $a \neq 0, \; b = 0, \; c = 0$ (her er altsaa $d \neq 0$, da $ad \neq bc$).

I første Tilfælde bliver Transformationerne

$$x = -x' \quad \text{og} \quad x = \frac{b}{cx'}.$$

De to Transformationer er altsaa involutoriske og Rodparrene $(0, \infty)$ og $\pm\sqrt{\frac{b}{c}}$ er harmonisk forbundne.

I andet Tilfælde faar man Transformationen:

$$x = a_1 x' \quad \text{og} \quad x = \frac{a}{d} x'.$$

Disse Transformationer har det samme Rodpar $(0, \infty)$.

Efter at have undersøgt det Tilfælde, hvor A og B er ordinære, gaar vi nu over til det Tilfælde, hvor f. Eks. A er singulært. Idet A's Dobbeltværdi sættes

$= \infty$, svarer A til Transformationen:

$$x = x' + b_1, \quad \text{hvor } b_1 \neq 0,$$

medens B svarer til Transformationen $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Ligningen

$$\frac{a(x'+b_1)+b}{c(x'+b_1)+d} = \frac{ax'+b}{cx'+d} + b_1$$

skal nu være identisk i x', altsaa

$$\begin{pmatrix} a & ab_1+b \\ c & cb_1+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+cb_1 & b+db_1 \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Her kan nu indtræffe 2 Tilfælde:

1) $c = 0$; man faar da $\begin{pmatrix} a & ab_1+b \\ 0 & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b+db_1 \\ 0 & d \end{pmatrix}$, altsaa

$$ab_1 + b = b + b_1 d, \quad \text{hvoraf, da } b_1 \neq 0, \quad a = d.$$

Transformationen $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ har altsaa Formen

$$x = x' + \frac{b}{d},$$

saa at dens Rødder falder sammen i ∞.

2) $c \neq 0$; i dette Tilfælde bliver $a = a + b_1 c$, altsaa $b_1 = 0$, hvilket Tilfælde var udelukket.

Vi har altsaa fundet følgende almindelige Resultat:

$A+B$ kan kun være $= B+A$ i følgende 4 Tilfælde:

1°. Mindst et af Numeralerne er 0.

2°. Numeralerne er begge ordinære og har de samme Rødder.

3°. Numeralerne er begge involutoriske og de 2 Rodpar er harmonisk forbundne. I dette Tilfælde bliver Summen $A+B$ selv et involutorisk Numeral, hvis Rodpar er harmonisk forbundet med ethvert af de givne Numeralers Rodpar.

4°. Numeralerne er begge singulære og har samme Rod.

At $A+B$ virkelig er $= B+A$ i ethvert af de nævnte Tilfælde, indses ogsaa let direkte.

9. Vi vil bestemme 3 ikke identiske Transformationer med givne Rodpar (ξ_1, ξ_2), (η_1, η_2) og (ζ_1, ζ_2) saaledes, at Summen bliver 0. Det forudsættes foreløbig, at ikke 2 af Størrelserne ξ, η og ζ er lige store. Man skal da have:

$$(\zeta_1, \zeta_2)_\nu + (\eta_1, \eta_2)_\mu + (\xi_1, \xi_2)_\lambda = 0.$$

Her kan man sætte

$$(\xi_1, \xi_2)_\lambda = (\beta_1, \beta_2)_{-1} + (\alpha_1, \alpha_2)_{-1},$$

hvor β_1 og β_2 er harmonisk forbundne med Parret (ξ_1, ξ_2) samt med Parret (η_1, η_2), medens man om Parret (α_1, α_2) foreløbig kun ved, at det skal være harmonisk forbundet med ξ_1 og ξ_2.

Ligeledes sættes

$$(\eta_1, \eta_2)_\mu = (\gamma_1, \gamma_2)_{-1} + (\beta_1, \beta_2)_{-1},$$

hvilket kan lade sig gøre, da β_1 og β_2 er harmonisk forbundne med η_1 og η_2; γ_1 og γ_2 bliver da ogsaa harmonisk forbundne med η_1 og η_2.

Man skal nu have

$$(\zeta_1, \zeta_2)_\nu + (\gamma_1, \gamma_2)_{-1} + (\beta_1, \beta_2)_{-1} + (\beta_1, \beta_2)_{-1} + (\alpha_1, \alpha_2)_{-1} = 0,$$

eller:

$$(\zeta_1, \zeta_2)_\nu + (\gamma_1, \gamma_2)_{-1} + (\alpha_1, \alpha_2)_{-1} = 0.$$

For at dette kan finde Sted maa (ζ_1, ζ_2) være harmonisk forbundet med begge Parrene (γ_1, γ_2) og (α_1, α_2).

Man har altsaa:

(α_1, α_2) harmonisk forbundet med (ξ_1, ξ_2) og (ζ_1, ζ_2),
(β_1, β_2) „ „ „ (ξ_1, ξ_2) og (η_1, η_2),
(γ_1, γ_2) „ „ „ (η_1, η_2) og (ζ_1, ζ_2).

Da ξ_1, ξ_2, η_1, η_2, ζ_1 og ζ_2 er givne, bliver altsaa de 3 Par (α_1, α_2), (β_1, β_2) og (γ_1, γ_2) herved fuldstændig bestemte, og de søgte Transformationer er da ogsaa fundne, idet:

$$(\xi_1, \xi_2)_\lambda = (\beta_1, \beta_2)_{-1} + (\alpha_1, \alpha_2)_{-1},$$
$$(\eta_1, \eta_2)_\mu = (\gamma_1, \gamma_2)_{-1} + (\beta_1, \beta_2)_{-1},$$
$$(\zeta_1, \zeta_2)_\nu = (\alpha_1, \alpha_2)_{-1} + (\gamma_1, \gamma_2)_{-1}.$$

Det fremgaar tillige af denne Undersøgelse, at det er umuligt at bestemme 3 ikke identiske Transformationer $(\xi_1, \xi_2)_\lambda$, $(\eta_1, \eta_2)_\mu$ og $(\zeta_1, \zeta_2)_\nu$, hvis Sum er 0, og hvis Rodpar alle er harmonisk forbundne med ét og samme Værdipar. (Vi erindrer om, at vi har udelukket det Tilfælde, da de 3 Rodpar falder sammen til ét Par; i dette Tilfælde er Summen 0, naar blot $\lambda\mu\nu = 1$).

Er ét eller flere af Numeralerne singulære, gælder med ganske ringe rent formelle Ændringer de samme Betragtninger som i det almindelige Tilfælde.

Dersom ξ_2 og η_2 har samme Værdi, maa enten ζ_1 eller ζ_2 ogsaa have denne Værdi. Vi sætter $\xi_2 = \eta_2 = \zeta_2 = \infty$, og søger Betingelsen for, at

$$(\zeta_1, \zeta_2)_\nu + (\eta_1, \eta_2)_\mu + (\xi_1, \xi_2)_\lambda = 0.$$

De tre Transformationer fremstilles ved Ligningerne:

$$x = \lambda(x' - \xi_1) + \xi_1,$$
$$x = \mu(x' - \eta_1) + \eta_1,$$
$$x = \nu(x' - \zeta_1) + \zeta_1.$$

Skal disse hæve hinanden, maa Ligningen:

$$\lambda\mu\nu(x'-\xi_1)+\mu\nu(\xi_1-\eta_1)+\nu(\eta_1-\zeta_1)+\zeta_1 = x'$$

være identisk i x'. Altsaa har man:

$$\lambda\mu\nu = 1,$$

og

$$\mu\nu(\xi_1-\eta_1)+\nu(\eta_1-\zeta_1)+\zeta_1-\xi_1 = 0.$$

Man ser heraf, at én af Størrelserne λ, μ og ν kan vælges vilkaarlig, hvorefter de 2 andre i Almindelighed faar éntydig bestemte Værdier.

Er $\lambda = -1$, faar man til Bestemmelse af μ og ν

$$\mu\nu = -1,$$

og

$$\nu(\eta_1-\zeta_1) = 2\xi_1-(\eta_1+\zeta_1).$$

Idet ξ_1, η_1 og ζ_1 er 3 forskellige Værdier, kan man altsaa af disse Ligninger finde brugelige Værdier for μ og ν, naar blot ikke:

$$\xi_1 = \frac{\eta_1+\zeta_1}{2},$$

d. v. s. naar ξ_1 og ∞ er harmonisk forbundne med η_1 og ζ_1. Altsaa:

Naar ξ_1, η_1, ζ_1 og ξ_2 er 4 forskellige Værdier, og (ξ_1, ξ_2) ikke er harmonisk forbundet med η_1 og ζ_1, da kan man altid paa éntydig Maade bestemme μ og ν saaledes, at

$$(\zeta_1, \xi_2)_\nu+(\eta_1, \xi_2)_\mu+(\xi_1, \xi_2)_{-1} = 0.$$

Om Muligheden af en Multiplikation.

10. Vi vil nu undersøge, om der kan indrettes en Multiplikationsregel for vore Numeraler. Man skal altsaa ud fra 2 vilkaarlige givne Numeraler M og A, som vi kalder Multiplikator og Multiplikand, paa éntydig Maade kunne bestemme et 3dje Numeral P, som kan kaldes Produktet af M og A. Dette udtrykkes ved Ligningen:

$$M \cdot A = P.$$

Vi stiller endvidere den Betingelse, at Multiplikationen skal være forbunden med den i Forvejen definerede Addition gennem det første distributive Princip, som udtrykkes ved Ligningen:

$$M \cdot (A+B) = M \cdot A + M \cdot B,$$ [1]

idet denne Ligning skal gælde for alle Numeralværdier M, A og B.

[1] Vi finder det naturligst af rent formelle Hensyn at vælge dette Princip i Stedet for det andet distributive Princip, som udtrykkes ved Ligningen $(M+N) \cdot A = M \cdot A + N \cdot A$. De Resultater, som man vilde komme til ved at gaa ud fra dette andet Princip, kan umiddelbart dannes af dem, som vi kommer til i det følgende, ved en simpel Ombytning af Ordene „Multiplikator" og „Multiplikand".

Sættes $B = 0$, faar man:

$$M \cdot A = M \cdot A + M \cdot 0,$$

altsaa

$$M \cdot 0 = 0;$$

naar Multiplikanden er 0, er Produktet altsaa ogsaa 0.

11. Idet A er et vilkaarligt involutorisk Numeral, har man:

$$A + A = 0;$$

heraf følger, at:

$$M \cdot A + M \cdot A = M \cdot 0 = 0.$$

Altsaa:

Naar i et Produkt Multiplikanden er involutorisk, da maa Produktet selv være involutorisk eller 0.

Heraf følger, at der bliver uendelig mange Tilfælde, i hvilke Ligningen

$$M \cdot A = B$$

ikke vil kunne løses med Hensyn til M; naar nemlig A er involutorisk, og B ikke er 0 og ikke involutorisk, kan M ikke bestemmes. Dette kan udtrykkes saaledes:

Division af første Art er i Almindelighed umulig, naar Divisor er et involutorisk Numeral. (Her — som i det følgende — betegner Division af første Art den Division, hvor det gælder om at bestemme Multiplikator, naar Produktet og Multiplikanden er givne).

12. Vi har vist, at dersom $A = (\xi_1, \xi_2)_{-1}$ er et involutorisk Numeral, da vil $M \cdot A$ enten være 0 eller et involutorisk Numeral.

Vi vil nu nærmere undersøge det Tilfælde, da $M \cdot A = 0$.

Idet η_1 og η_2 er harmonisk forbundne med ξ_1 og ξ_2, kan Numeralet $(\eta_1, \eta_2)_{\nu\bar{\lambda}}$, hvor λ er vilkaarlig, opløses i en Sum af $(\xi_1, \xi_2)_{-1}$ og $(\xi_1', \xi_2')_{-1}$, hvor ξ_1' og ξ_2' er harmonisk forbundne med η_1 og η_2 (7). Af Ligningen:

$$(\eta_1, \eta_2)_{\nu\bar{\lambda}} = (\xi_1', \xi_2')_{-1} + (\xi_1, \xi_2)_{-1}$$

følger nu, at:

$$M \cdot (\eta_1, \eta_2)_{\nu\bar{\lambda}} = M \cdot (\xi_1', \xi_2')_{-1} + M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{-1},$$

og da vi har forudsat, at det sidste Led paa højre Side er 0:

$$M \cdot (\eta_1, \eta_2)_{\nu\bar{\lambda}} = M \cdot (\xi_1', \xi_2')_{-1}.$$

Heraf faar man:

$$M \cdot (\eta_1, \eta_2)_{\lambda} = M \cdot \left((\eta_1, \eta_2)_{\nu\bar{\lambda}} + (\eta_1, \eta_2)_{\nu\bar{\lambda}}\right) = M \cdot \left((\xi_1', \xi_2')_{-1} + (\xi_1', \xi_2')_{-1}\right),$$

altsaa

$$M \cdot (\eta_1, \eta_2)_{\lambda} = 0.$$

Resultatet er altsaa, at $M \cdot N = 0$, naar blot N er et Numeral, hvis Rødder η_1 og η_2 er harmonisk forbundne med ξ_1 og ξ_2.

Dersom N er et singulært Numeral med Dobbeltrod ξ_1 eller ξ_2, faar man ogsaa $M \cdot N = 0$; Betragtningen er i det væsentlige den samme som i det almindelige Tilfælde.

Betragtes nu et vilkaarligt Numeral Q, hvis Rødder ζ_1 og ζ_2 ikke er harmonisk forbundne med ξ_1 og ξ_2, da kan man sætte:

$$Q = (b_1, b_2)_{-1} + (a_1, a_2)_{-1},$$

idet baade (a_1, a_2) og (b_1, b_2) er harmonisk forbundne med ζ_1 og ζ_2; tillige kan det forudsættes, at ingen af Størrelserne a_1, a_2, b_1 og b_2 falder sammen med ξ_1 eller ξ_2.

Lad nu α_1 og α_2 være harmonisk forbundne, baade med (a_1, a_2) og med (ξ_1, ξ_2), medens β_1 og β_2 er harmonisk forbundne med begge Parrene (b_1, b_2) og (ξ_1, ξ_2). Man kan da sætte:

$$(\xi_1, \xi_2)_{-1} + (a_1, a_2)_{-1} = (\alpha_1, \alpha_2)_\lambda,$$

og

$$(b_1, b_2)_{-1} + (\xi_1, \xi_2)_{-1} = (\beta_1, \beta_2)_\mu.$$

Heraf faar man ved Addition:

$$(b_1, b_2)_{-1} + (a_1, a_2)_{-1} = (\beta_1, \beta_2)_\mu + (\alpha_1, \alpha_2)_\lambda,$$

altsaa

$$Q = (\beta_1, \beta_2)_\mu + (\alpha_1, \alpha_2)_\lambda,$$

hvoraf atter

$$M \cdot Q = M \cdot (\beta_1, \beta_2)_\mu + M \cdot (\alpha_1, \alpha_2)_\lambda;$$

men som vi ovenfor har vist, maa begge Produkterne $M \cdot (\beta_1, \beta_2)_\mu$ og $M \cdot (\alpha_1, \alpha_2)_\lambda$ være 0, idet (β_1, β_2) og (α_1, α_2) er harmonisk forbundne med (ξ_1, ξ_2); altsaa er:

$$M \cdot Q = 0.$$

Dersom der altsaa eksisterer et involutorisk Numeral A, for hvilket $M \cdot A = 0$, da vil ethvert Produkt, i hvilket M er Multiplikator, være 0.

En saadan Multiplikator kalder vi en Nulmultiplikator.

Der kan altsaa indtræffe 2 Muligheder:

1) Alle Multiplikatorer er Nulmultiplikatorer. Ethvert Produkt bliver da 0.

2) Der findes mindst én Multiplikator M, der ikke er Nulmultiplikator. For en saadan Multiplikator vil det gælde, at $M \cdot A$ sikkert er involutorisk, naar A er involutorisk.

I det følgende forudsættes det nu, at den Multiplikator M, vi betragter, ikke er Nulmultiplikator.

13. Dersom 2 involutoriske Numeraler $\xi_1, \xi_2)_{-1}$ og $(\eta_1, \eta_2)_{-1}$ har harmonisk forbundne Rodpar, (ξ_1, ξ_2) og (η_1, η_2), da vil disse Numeraler ved Multiplikation med samme Multiplikator M give 2 involutoriske Numeraler $(\xi_1', \xi_2')_{-1}$ og $(\eta_1', \eta_2')_{-1}$, hvis Rodpar ogsaa er harmonisk forbundne.

Idet ζ_1 og ζ_2 er harmonisk forbundne med begge Parrene (ξ_1, ξ_2) og (η_1, η_2), har man nemlig (7):

$$(\xi_1, \xi_2)_{-1} + (\eta_1, \eta_2)_{-1} + (\zeta_1, \zeta_2)_{-1} = 0,$$

hvoraf ved Multiplikation med M:

$$(\xi_1', \xi_2')_{-1} + (\eta_1', \eta_2')_{-1} + M \cdot (\zeta_1, \zeta_2)_{-1} = 0.$$

Men naar 3 involutoriske Numeraler har Summen 0, da maa Rodparrene 2 og 2 være harmonisk forbundne (7). Hermed er Sætningen bevist.

14. Vi betragter nu alle de Multiplikander, som har samme bestemte Rodpar (ξ_1, ξ_2), hvor $\xi_1 \neq \xi_2$, og benytter stadig den samme Multiplikator M.

Man kan da sætte:

$$M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{-1} = (\xi_1', \xi_2')_{-1};$$

dernæst indser man, at

$$M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}}$$

hverken kan være involutorisk eller 0; thi i begge Tilfælde vilde

$$M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}} + M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}} = M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{-1}$$

være 0.

Betragtes nu et nyt vilkaarligt Numeral $(\xi_1, \xi_2)_\lambda$ med Rødderne ξ_1 og ξ_2 og vilkaarlig Indeks λ, da kan det bevises, at $M \cdot (\xi_1, \xi_2)_\lambda$ enten bliver et Numeral med Rødderne ξ_1' og ξ_2', eller ogsaa bliver det 0.

Da man nemlig for det første har:

$$(\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}} + (\xi_1, \xi_2)_{-1} = (\xi_1, \xi_2)_{-1} + (\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}},$$

har man ogsaa:

$$M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}} + M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{-1} = M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{-1} + M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}}.$$

De to Numeraler $M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}}$ og $M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{-1}$ har altsaa kommutativ Addition, og da intet af dem er 0, og de ikke begge er involutoriske, maa de have de samme Rødder (8); altsaa har $M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}}$ Rødderne ξ_1' og ξ_2'.

Dernæst har man paa lignende Maade, da $(\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}}$ og $(\xi_1, \xi_2)_\lambda$ har kommutativ Addition, at Numeralerne $M \cdot (\xi_1, \xi_2)_{\sqrt{-1}}$ og $M \cdot (\xi_1, \xi_2)_\lambda$ ogsaa har kommutativ Addition, og da det første hverken er 0 eller involutorisk, maa det sidste enten være 0 eller have de samme Rødder ξ_1' og ξ_2' som det første. (8).

Altsaa:

Multipliceres alle de Numeraler, hvis Rødder er 2 bestemte forskellige Tal ξ_1 og ξ_2, med den samme Multiplikator M, vil de fremkomne Produkter enten alle være ordinære Numeraler med de samme Rødder ξ_1' og ξ_2', eller ogsaa vil nogle af dem være 0, medens de øvrige er ordinære og har de samme Rødder ξ_1' og ξ_2'.

15. Dersom $(\alpha, \beta)_{-1}$ har en konstant Rod α, medens β er variabel, da vil Produktet $M \cdot (\alpha, \beta)_{-1}$ ogsaa have en konstant Rod; med andre Ord: Produkterne $M \cdot (\alpha, \beta)_{-1}$ og $M \cdot (\alpha, \gamma)_{-1}$ maa have en fælles Rod.

Havde man nemlig

$$M \cdot (\alpha, \beta)_{-1} = (\xi_1, \xi_2)_{-1},$$

og

$$M \cdot (\alpha, \gamma)_{-1} = (\eta_1, \eta_2)_{-1},$$

hvor ξ_1, ξ_2, η_1 og η_2 var 4 forskellige Værdier, da kunde man bestemme u og v saaledes, at de var harmonisk forbundne baade med (ξ_1, ξ_2) og med (η_1, η_2), og man kunde da sætte:

$$(\eta_1, \eta_2)_{-1} + (\xi_1, \xi_2)_{-1} = (u, v)_\lambda,$$

altsaa

$$M \cdot \left((\alpha, \gamma)_{-1} + (\alpha, \beta)_{-1}\right) = (u, v)_\lambda.$$

Men $(\alpha, \gamma)_{-1} + (\alpha, \beta)_{-1} = N$ er et Numeral med sammenfaldende Rødder α. Vælger man en vilkaarlig Værdi $\delta \neq \alpha$, kunde man i Følge 6 altid bestemme en saadan Værdi ε, at

$$N = (\alpha, \varepsilon)_{-1} + (\alpha, \delta)_{-1};$$

heraf vilde nu følge, at

$$M \cdot (\alpha, \varepsilon)_{-1} + M \cdot (\alpha, \delta)_{-1} = (u, v)_\lambda,$$

altsaa maatte $M \cdot (\alpha, \delta)_{-1}$ (saa vel som $M \cdot (\alpha, \varepsilon)_{-1}$) have sine Rødder harmonisk forbundne med u og v. Altsaa:

Hvorledes man end valgte $\delta\,(\neq \alpha)$, maatte $M \cdot (\alpha, \delta)_{-1}$ altsaa have sine Rødder harmonisk forbundne med u og v.

Vi vil derefter vise, at man paa uendelig mange Maader kunde give δ en saadan Værdi, at $M \cdot (\alpha, \delta)_{-1}$ fik et Rodpar forskelligt fra (ξ_1, ξ_2) og fra (η_1, η_2); i modsat Fald vilde nemlig ethvert Numeral $M \cdot (\alpha, \delta)_{-1}$ (maaske med et endeligt Antal Undtagelser) enten være $= (\xi_1, \xi_2)_{-1}$ eller $= (\eta_1, \eta_2)_{-1}$, og da nu ethvert Numeral P med Dobbeltroden α kan opløses i en Sum af Formen:

$$P = (\alpha, \varepsilon_1)_{-1} + (\alpha, \delta_1)_{-1},$$

hvor man altid kan sørge for, at δ_1 og ε_1 ikke antager visse specielle Værdier i endeligt Antal, vilde Følgen blive den, at

$$M \cdot P = M \cdot (\alpha, \varepsilon_1)_{-1} + M \cdot (\alpha, \delta_1)_{-1}$$

kun kunde antage følgende Værdier:

1) $(\xi_1, \xi_2)_{-1} + (\xi_1, \xi_2)_{-1}$ $\left(\text{eller } (\eta_1, \eta_2)_{-1} + (\eta_1, \eta_2)_{-1}\right) = 0,$

2) $(\eta_1, \eta_2)_{-1} + (\xi_1, \xi_2)_{-1} = (u, v)_\lambda,$

3) $(\xi_1, \xi_2)_{-1} + (\eta_1, \eta_2)_{-1} = (u, v)_{\underset{\lambda}{1}}.$

For ethvert singulært Numeral P med Dobbeltroden α vilde det altsaa gælde, at $M \cdot P$ kun kunde antage én af Værdierne 0, $(u, v)_\lambda$ og $(u, v)_{\underset{\lambda}{1}}$.

Satte man her specielt $P = N + N$, hvor N betegner Numeralet ovenfor $(N = (\alpha, \gamma)_{-1} + (\alpha, \beta)_{-1})$, vilde man faa

$$M \cdot P = M \cdot N + M \cdot N = (u, v)_{\lambda^2} = \begin{cases} 0 \\ (u, v)_{\lambda} \\ (u, v)_{\frac{1}{\lambda}} \end{cases};$$

men heraf vilde følge, da $\lambda \neq 1$:

$$\lambda = \begin{cases} -1 \\ 1^{\frac{1}{3}} \end{cases}.$$

Valgte man nu et nyt Numeral Q med Dobbeltrod α, saaledes bestemt, at

$$Q + Q + \ldots . (6 \text{ Gange}) = N,$$

da maatte

$$M \cdot Q = \begin{cases} 0 \\ (u, v)_{\lambda} \\ (u, v)_{\frac{1}{\lambda}} \end{cases}$$

medføre, at

$$M \cdot N = \begin{cases} 0 \\ (u, v)_{\lambda^6} \\ (u, v)_{\frac{1}{\lambda^6}} \end{cases};$$

det vil sige, at $M \cdot N$ maatte være 0, men dette strider imod Forudsætningen.

Vi har altsaa bevist følgende:

Dersom $M \cdot (\alpha, \beta)_{-1}$ og $M \cdot (\alpha, \gamma)_{-1}$ havde Rodparrene (ξ_1, ξ_2) og (η_1, η_2), hvor ξ_1, ξ_2, η_1 og η_2 er 4 forskellige Værdier, da kunde man altid paa uendelig mange Maader bestemme δ saaledes, at $M \cdot (\alpha, \delta)_{-1}$ fik et Rodpar (ζ_1, ζ_2) forskelligt fra baade (ξ_1, ξ_2) og (η_1, η_2). De tre Par (ξ_1, ξ_2), (η_1, η_2) og (ζ_1, ζ_2) var da harmonisk forbundne med ét og samme 4de Par (u, v).

Derefter kunde man nu opløse et af de saaledes bestemte Numeraler $(\alpha, \delta)_{-1}$ i en Sum af 2 Numeraler, hvoraf det ene havde Rodparret (α, β), medens det andet havde Rodparret (α, γ); dette kan i Følge 9 lade sig gøre, naar blot ikke α og δ er harmonisk forbundne med β og γ, men da vi kunde vælge δ paa flere Maader, kan man altsaa sikkert vælge δ saaledes, at en saadan Opløsning kan foretages. Men af Ligningen

$$(\alpha, \delta)_{-1} = (\alpha, \gamma)_{\mu_2} + (\alpha, \beta)_{\mu_1}$$

vilde nu følge, at

$$M \cdot (\alpha, \delta)_{-1} = M \cdot (\alpha, \gamma)_{\mu_2} + M \cdot (\alpha, \beta)_{\mu_1}.$$

Numeralet paa venstre Side var $= (\zeta_1, \zeta_2)_{-1}$, og de to Numeraler paa højre Side har Rodparrene henholdsvis (η_1, η_2) og (ξ_1, ξ_2) eller ogsaa er ét af dem 0. I første Tilfælde vilde Ligningen være umulig, da Parrene (ζ_1, ζ_2), (η_1, η_2) og (ξ_1, ξ_2) er harmonisk forbundne med ét og samme 4de Par (u, v), og i andet Tilfælde skulde et Numeral med Rodparret (ζ_1, ζ_2) være lig et Numeral, hvis Rodpar var enten (η_1, η_2) eller (ξ_1, ξ_2), men dette er ogsaa umuligt. Hermed er Beviset for Sætningen omsider fuldført.

16. Vi vil nu bevise, at $M\cdot(\alpha,\beta)_{-1}$ og $M\cdot(\alpha,\gamma)_{-1}$, hvor $\beta\neq\gamma$, ikke kan være lig ét og samme Numeral $(\xi_1,\xi_2)_{-1}$. Heraf vilde nemlig følge, at et vilkaarligt nyt Numeral af Formen $(\alpha,\delta)_{-1}$ ved Multiplikation med M ogsaa maatte give $(\xi_1,\xi_2)_{-1}$; thi man kunde sætte:

$$(\alpha,\delta)_{-1}=(\alpha,\gamma)_{\mu}+(\alpha,\beta)_{\lambda},$$

altsaa

$$M\cdot(\alpha,\delta)_{-1}=M\cdot(\alpha,\gamma)_{\mu}+M\cdot(\alpha,\beta)_{\lambda};$$

de to Led paa højre Side maatte nu enten være Numeraler, der begge havde Rodparret (ξ_1,ξ_2), eller ogsaa er ét af dem 0 (14). Men i begge Tilfælde vilde man faa

$$M\cdot(\alpha,\delta)_{-1}=(\xi_1,\xi_2)_{-1}.$$

Det Bevis, vi her har givet, gælder dog i Følge 9 ikke i det specielle Tilfælde, hvor δ og α er harmonisk forbundne med β og γ. Men i dette Tilfælde kunde man altid bestemme ε $(\neq\delta)$ saaledes, at

$$(\alpha,\delta)_{-1}=(\alpha,\gamma)_{-1}+(\alpha,\beta)_{-1}+(\alpha,\varepsilon)_{-1},$$

og man fik da heraf

$$M\cdot(\alpha,\delta)_{-1}=(\xi_1,\xi_2)_{-1}+(\xi_1,\xi_2)_{-1}+(\xi_1,\xi_2)_{-1}=(\xi_1,\xi_2)_{-1}.$$

Dersom altsaa $M\cdot(\alpha,\beta)_{-1}$ og $M\cdot(\alpha,\gamma)_{-1}$, hvor $\beta\neq\gamma$, var lig ét og samme Numeral $(\xi_1,\xi_2)_{-1}$, vilde man for alle Værdier af δ $(\neq\alpha)$ have:

$$M\cdot(\alpha,\delta)_{-1}=(\xi_1,\xi_2)_{-1}.$$

Betragtes nu et nyt Numeral $(\eta_1,\eta_2)_{-1}$, hvor η_1 og η_2 er forskellige fra α, kunde man bestemme δ_1 saaledes, at α og δ_1 var harmonisk forbundne med η_1 og η_2.

Sættes nu

$$M\cdot(\eta_1,\eta_2)_{-1}=(\eta_1',\eta_2')_{-1},$$

og benytter man, at

$$M\cdot(\alpha,\delta_1)_{-1}=(\xi_1,\xi_2)_{-1},$$

da har man, at η_1' og η_2' er harmonisk forbundne med ξ_1 og ξ_2, fordi Parrene (η_1,η_2) og (α,δ_1) er harmonisk forbundne. (13).

Altsaa vilde et hvilket som helst involutorisk Numeral, i hvilket α ikke er Rod, ved Multiplikation med M give et involutorisk Numeral, hvis Rodpar var harmonisk forbundet med ξ_1 og ξ_2.

Valgte man nu 3 involutoriske Numeraler, hvis Rodpar 2 og 2 var harmonisk forbundne (og hvoraf intet har en Rod $=\alpha$), da vilde disse ved Multiplikation med M frembringe 3 involutoriske Numeraler, hvis Rodpar 2 og 2 var harmonisk forbundne, og som alle var harmonisk forbundne med ξ_1 og ξ_2; men dette er umuligt.

Vi har altsaa nu bevist, at $M\cdot(\alpha,\beta)_{-1}$ og $M\cdot(\alpha,\gamma)_{-1}$ ikke kan være lig ét og samme Numeral $(\xi_1,\xi_2)_{-1}$, naar $\beta\neq\gamma$.

17. Da altsaa $M\cdot\left((\alpha,\beta)_{-1}+(\alpha,\gamma)_{-1}\right)$ ikke kan blive 0, naar $\beta\neq\gamma$, og da $M\cdot(\alpha,\beta)_{-1}$ og $M\cdot(\alpha,\gamma)_{-1}$ nødvendigvis har en Rod fælles (15), har man følgende Sætning:

Naar et singulært Numeral multipliceres med M, faar man altid et singulært Numeral.

18. Et ordinært Numeral kan aldrig ved Multiplikation med M give et singulært Numeral.

Dette følger umiddelbart af 14.

19. To involutoriske Numeraler, som ikke har nogen Rod fælles, kan altsaa ikke ved Multiplikation med M give 2 Numeraler, der har én enkelt Rod fælles; vi vil nu bevise, at de heller ikke kan give 2 identiske, eller, hvad der er det samme, at et ordinært Numeral ved Multiplikation med M aldrig kan give 0.

Det skal altsaa bevises, at $M\cdot(\alpha_1,\alpha_2)_{-1}$ og $M\cdot(\beta_1,\beta_2)_{-1}$ ikke begge kan være $=(\xi_1,\xi_2)_{-1}$, naar α_1, α_2, β_1 og β_2 er 4 forskellige Tal. I det Tilfælde, da α_1 og α_2 er harmonisk forbundne med β_1 og β_2, følger Sætningen af 13. Er (α_1,α_2) ikke harmonisk forbundne med (β_1,β_2), kan α_2' bestemmes saaledes, at α_1 og α_2' er harmonisk forbundne med β_1 og β_2. Da nu i Følge 13 $M\cdot(\alpha_1,\alpha_2')_{-1}$ og $M\cdot(\beta_1,\beta_2)_{-1}$ har harmonisk forbundne Rodpar, og da $M\cdot(\alpha_1,\alpha_2')_{-1}$ og $M\cdot(\alpha_1,\alpha_2)_{-1}$ har en Rod fælles (15), kan $M\cdot(\alpha_1,\alpha_2)_{-1}$ og $M\cdot(\beta_1,\beta_2)_{-1}$ altsaa ikke have de samme Rødder.

20. I det foregaaende har vi altsaa fundet følgende Resultater angaaende Multiplikation med et Numeral M, som ikke er Nulmultiplikator:

1) $M\cdot N$ kan kun blive 0, naar $N=0$. (17 og 19).

2) Naar N har konstante forskellige Rødder, vil $M\cdot N$ ogsaa have konstante forskellige Rødder. (14 og 19).

3) Er N et singulært Numeral, vil $M\cdot N$ ogsaa være singulært (17).

4) Naar N har en konstant Rod, vil $M\cdot N$ ogsaa have en konstant Rod (15), og omvendt.

Idet vi stadig beholder den samme Multiplikator M, findes der altsaa en ved denne Multiplikator bestemt éntydig Transformation Σ_M, som fører fra de forskellige Multiplikanders Rødder $(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \ldots)$ til de tilsvarende Produkters Rødder $(\alpha', \beta', \gamma', \delta', \ldots)$.

Om denne Transformation véd vi (13), at dersom Dobbeltforholdet $(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = -1$, da vil ogsaa $(\alpha', \beta', \gamma', \delta')$ være $= -1$.

Da man nu ved at gaa ud fra 3 forskellige Tal α, β, γ kan danne en Gruppe af Tal, som indeholder α, β og γ, og som har den Egenskab, at naar 3 bestemte Tal findes i Gruppen, da vil ethvert med disse 3 Tal harmonisk forbundet 4de Tal ogsaa findes i Gruppen, og da der i en saadan Gruppe altid findes et Tal δ saaledes, at α, β, γ og δ faar et hvilket som helst opgivet reelt rationalt Dobbeltforhold, ses det, at den nævnte Transformation Σ_M har den Egenskab, at naar $(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \lambda$ er reelt nationalt, da vil $(\alpha', \beta', \gamma', \delta')$ ogsaa være $= \lambda$.

Endvidere ser man, at dersom

$$(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = (\varepsilon, \zeta, \eta, \vartheta),$$

da er ogsaa

$$(\alpha', \beta', \gamma', \delta') = (\varepsilon', \zeta', \eta', \vartheta'),$$

idet den lineære Transformation, der fører $(\alpha\beta\gamma\delta)$ over i $(\varepsilon\zeta\eta\vartheta)$, kan opløses i 2 involutoriske Transformationer.

I Følge de bekendte Regneregler for Dobbeltforhold kan man nu slutte, at dersom $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ tilfredsstiller en hvilken som helst algebraisk Ligning med hele Koefficienter, da vil $(\alpha', \beta', \gamma', \delta')$ være Rod i den samme algebraiske Ligning.

21. Vi betragter nu et vilkaarligt ordinært Numeral $(\alpha, \beta)_\lambda$ og antager, at

$$M \cdot (\alpha, \beta)_\lambda = (\alpha', \beta')_{\lambda'};$$

sætter man nu:

$$(\alpha, \beta)_\lambda = (\varepsilon, \zeta)_{-1} + (\gamma, \delta)_{-1},$$

hvor (γ, δ) og (ε, ζ) altsaa er harmonisk forbundne med α og β, har man:[1]

$$\lambda = (\gamma, \varepsilon, \alpha, \beta)^2. \tag{1}$$

Sætter man $M \cdot (\gamma, \delta)_{-1} = (\gamma', \delta')_{-1}$ og $M \cdot (\varepsilon, \zeta)_{-1} = (\varepsilon', \zeta')_{-1}$, bliver

$$(\alpha', \beta')_{\lambda'} = (\varepsilon', \zeta')_{-1} + (\gamma', \delta')_{-1},$$

altsaa

$$\lambda' = (\gamma', \varepsilon', \alpha', \beta')^2. \tag{2}$$

Er nu λ Rod i den algebraiske Ligning $f(x) = 0$, hvor Koefficienterne antages at være hele, da er $(\gamma, \varepsilon, \alpha, \beta)$, i Følge Lign. (1) ovenfor, Rod i Ligningen $f(x^2) = 0$, og i Følge 20 maa $(\gamma', \varepsilon', \alpha', \beta')$ være Rod i den samme Ligning. Men efter Lign. (2) har man da, at λ' er Rod i Ligningen $f(x) = 0$. Altsaa:

Naar Multiplikandens Indeks er Rod i en vilkaarlig algebraisk Ligning med hele Koefficienter, da vil Produktets Indeks være Rod i den samme Ligning.

I det Tilfælde, da den omtalte Ligning er af første Grad, har man:

Naar Multiplikandens Indeks har en rational Værdi, da vil Produktets Indeks have den samme Værdi.

Tidligere har vi bevist, at naar Multiplikanden er singulær, er Produktet ogsaa singulært. (17).

Af disse Sætninger følger nu, at Division af første Art i Almindelighed er umulig, naar Divisor er et ordinært Numeral, hvis Indeks er et hvilket som helst reelt eller imaginært algebraisk Tal, samt naar Divisor er et singulært Numeral.

22. Vi har hidtil ikke gjort nogen Forudsætning om Produktets Kontinuitet; men stiller vi nu den Fordring, at Produktet skal variere kontinuert

[1] Ved $(\gamma, \varepsilon, \alpha, \beta)$ forstaar vi Udtrykket $\frac{\gamma - \alpha}{\gamma - \beta} : \frac{\varepsilon - \alpha}{\varepsilon - \beta}$; Lign. (1) findes ganske elementært ved at sætte $\beta = \infty$.

med Multiplikanden, naar Multiplikator er konstant, da vil vi af de nylig fundne Resultater straks kunne slutte, at den Σ-Transformation, der for en bestemt Multiplikator fører fra Multiplikandens Rødder til Produktets Rødder, maa være en lineær Transformation eller en omlagt lineær (symmetral) Transformation[1]. I første Tilfælde er Produktets Indeks og Multiplikandens Indeks lige store, og i andet Tilfælde er de konjugert imaginære.

Division af første Art er altsaa i Almindelighed umulig.

De Multiplikationsregler, der nu kan opstilles, er følgende:

1) Alle Produkter $= 0$.

Her gælder begge de distributive Principper, det kommutative Princip og det associative Princip. Men Division kan der ikke blive Tale om.

2) Der gives ingen, én eller flere Nulmultiplikatorer; man kan vælge disse ganske vilkaarligt. For enhver af de øvrige Multiplikatorer M angiver man en éntydig bestemt lineær (eller symmetral) Transformation Σ_M saaledes, at $M \cdot (\xi_1, \xi_2)_\lambda$ bestemmes ved, at man anvender denne Transformation paa ξ_1 og ξ_2 og beholder Indeks λ (eller ombytter den med den konjugert imaginære Værdi).

Hvorledes vi vælger disse lineære (eller symmetrale) Transformationer, og hvorledes vi lader dem svare til Multiplikatorerne, er ligegyldigt; det første distributive Princip vil altid gælde. Det andet distributive Princip gælder i Almindelighed ikke; dette vilde jo nemlig medføre, at et Produkt, der ikke var Nul, maatte have samme Indeks som Multiplikator, i hvert Fald naar denne Indeks var reel, rational, hvad der i Almindelighed vilde være i Strid med de foregaaende Resultater. Ligeledes ses det, at det kommutative Princip i Almindelighed heller ikke gælder, og som vi har sét, er Division af første Art i Almindelighed umulig.

Derimod er Division af 2. Art, d. v. s. Opløsning af Ligningen $M \cdot A = B$ med Hensyn til A, altid mulig og éntydig, naar blot M ikke er en Nulmultiplikator.

Det staar nu kun tilbage at undersøge det associative Princip. Med Hensyn til dette vil vi foreløbig kun nævne det specielle Tilfælde, hvor Multiplikationsreglen er den, at ethvert Produkt er lig Multiplikanden. I dette Tilfælde er Princippet tilfredsstillet.

23. Idet vi stadig fastholder det første distributive Princip og Fordringen om Produktets kontinuerte Afhængighed af Multiplikanden, vil vi nu undersøge, om det associative Princip kan tilfredsstilles, naar der skal eksistere mindst én Multiplikator M, der hverken gør $M \cdot A = 0$ eller $M \cdot A = A$ for alle Numeralværdier af A.

[1] Se C. Juel: Bidrag til den imaginære Linies og den imaginære Plans Geometri (Kjøbenhavn 1885) S. 13.

Det kan da for det første vises, at 0 nødvendigvis maa være en Nulmultiplikator, altsaa at $0 \cdot A = 0$ for alle A. I modsat Fald maatte der nemlig til 0 svare en bestemt lineær (eller symmetral) Transformation Σ_0, og da det nu forlanges, at

$$M \cdot (0 \cdot A) = (M \cdot 0) \cdot A ,$$

altsaa at

$$M \cdot (0 \cdot A) = 0 \cdot A ,$$

ses det, at Σ_0 og den til M svarende Transformation Σ_M ved Sammensætning skulde give Σ_0; men dette er umuligt, da Σ_M ikke er Identiteten.

Man maa altsaa have

$$0 \cdot A = 0.$$

Men dernæst kan det bevises, at der maa eksistere uendelig mange andre Nulmultiplikatorer.

Vi deler Undersøgelsen i 4 Tilfælde:

1) Lad Σ_M være en lineær Transformation med 2 forskellige Dobbeltværdier α og β. Ethvert Numeral af Formen $(\alpha, \beta)_\lambda$ maa da være en Nulmultiplikator. Thi:

$$M \cdot (\alpha, \beta)_\lambda = (\alpha, \beta)_\lambda ,$$

og da den associative Lov skal gælde, har man altsaa, idet N er et vilkaarligt Numeral:

$$M \cdot \big((\alpha, \beta)_\lambda \cdot N\big) = (\alpha, \beta)_\lambda \cdot N.$$

Dersom nu $(\alpha, \beta)_\lambda$ ikke var en Nulmultiplikator, maatte den bestemme en vis Σ-Transformation, der skulde blive uforandret ved Sammensætning med Σ_M; men dette er umuligt.

2) Er Σ_M en lineær Transformation med sammenfaldende Dobbeltværdier α, da vil ethvert singulært Numeral A med Dobbeltroden α være en Nulmultiplikator.

Thi man kan sætte

$$A = (\alpha, \gamma)_{-1} + (\alpha, \beta)_{-1} ,$$

hvoraf ved Multiplikation med M:

$$M \cdot A = (\alpha, \gamma')_{-1} + (\alpha, \beta')_{-1} ,$$

idet β' og γ' er dannede af β og γ ved Anvendelse af Transformationen Σ_M; men man har:

$$(\alpha, \gamma')_{-1} + (\alpha, \beta')_{-1} = (\alpha, \gamma)_{-1} + (\alpha, \beta)_{-1} ,$$

hvilket lettest indsés ved, at man vælger $\alpha = \infty$, hvorved Σ_M bliver en Parallelforskydning.

Altsaa har man:

$$M \cdot A = A ,$$

hvorefter det ligesom ovenfor let vises, at A er Nulmultiplikator.

3) Er Σ_M en symmetral Transformation, som ikke er involutorisk, da vil Transformationen $\Sigma_{M,M}$ blive lineær, og der maa da efter de Resultater, vi har fundet i de 2 første Tilfælde, blive uendelig mange til denne Transformation svarende Nulmultiplikatorer.

4) Dersom Σ_M er en symmetral og involutorisk Transformation, der fører α over i α_1 ($\neq \alpha$), da vil ethvert Numeral af Formen $(\alpha, \alpha_1)_\lambda$, hvor λ har Modulus 1, være uforanderligt ved Multiplikation med M, altsaa

$$M \cdot (\alpha, \alpha_1)_\lambda = (\alpha, \alpha_1)_\lambda ,$$

hvorefter man som før kan vise, at $(\alpha, \alpha_1)_\lambda$ er en Nulmultiplikator.

For hver egentlig Multiplikator M findes der altsaa uendelig mange tilsvarende Nulmultiplikatorer.

Selv om det efter de indvundne Resultater kun har ringe Interesse at gaa videre i Undersøgelsen, vil vi dog endnu ved et simpelt Eksempel paavise, at der virkelig eksisterer Multiplikationsregler af den her omhandlede Art, idet vi lader Σ-Transformationernes Gruppe være Gruppen af alle Ligedannethedstransformationer. De Multiplikatorer, som har disse Σ-Transformationer, kan f. Eks. være alle involutoriske Numeraler, der ikke har nogen Rod $= \infty$.

Til Multiplikatoren $(\alpha_1, \alpha_2)_{-1}$ lader vi svare Σ-Transformationen

$$x = (\alpha_2 - \alpha_1)\, x' + \alpha_1 ,$$

saa at Multiplikationsreglen bliver denne:

$$(\alpha_1, \alpha_2)_{-1} \cdot (\beta_1, \beta_2)_\lambda = \big((\alpha_2 - \alpha_1)\, \beta_1 + \alpha_1 ,\ (\alpha_2 - \alpha_1)\, \beta_2 + \alpha_1\big)_\lambda ,$$

medens

$$M \cdot N = 0 ,$$

naar M ikke er involutorisk, eller naar én af Rødderne er ∞, samt naar M er singulær. Man ser let, at denne Regel virkelig tilfredsstiller det associative Princip.

24. Vi har hidtil kun stillet den Kontinuitetsfordring, at Produktet skal afhænge kontinuert af Multiplikanden; forlanger man tillige, at det skal afhænge kontinuert af Multiplikator, da kan der aabenbart ikke baade eksistere Nulmultiplikatorer og andre Multiplikatorer. Thi en kontinuert Overgang mellem en Nulmultiplikator M og en anden Multiplikator N, idet Multiplikanden er et konstant ordinært Numeral $(\alpha, \beta)_\lambda$, vilde ikke kunne give nogen kontinuert Overgang i Produktet, da $M \cdot (\alpha, \beta)_\lambda$ er 0, medens $N \cdot (\alpha, \beta)_\lambda$ har Formen $(\alpha', \beta')_\lambda$. Altsaa:

Skal det første distributive Princip gælde, og skal Produktet afhænge kontinuert saa vel af Multiplikator som af Multiplikand, da kan det associative Princip ikke tilfredsstilles for andre Multiplikationsregler end disse:

1) Alle Produkter = 0.

2) Ethvert Produkt = Multiplikanden.

Om Numeralernes geometriske Betydning.

25. Hvad den geometriske Betydning af de lineære Transformationer angaar, er der ikke meget at sige ud over det velkendte. Gruppen af lineære Transformationer kan siges at fremstille den Gruppe af projektive Transformationer, som lader

et Keglesnit invariant, altsaa Gruppen af Bevægelsestransformationer i den ikke-Euklidiske Plan. Vil man altsaa forsøge at regne med ikke-Euklidiske Bevægelsestransformationer som Numeraler, saaledes at Addition bestemmes ved Bevægelsernes Sammensætning, da er det i Følge det foregaaende umuligt at finde én til denne Addition svarende tilfredsstillende Multiplikation.

26. En anden geometrisk Fortolkning kan man faa paa følgende Maade: Til Transformationerne $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix}$ .... lader vi i det Euklidiske 3-dimensionale Rum svare saadanne Punkter A, A_1, A_2 ..., hvis Koordinater i et sædvanligt tetraedralt Koordinatsystem er henholdsvis $(a : b : c : d)$, $(a_1 : b_1 : c_1 : d_1)$, $(a_2 : b_2 : c_2 : d_2)$, ...; til Identitetstransformationen $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ svarer altsaa et Punkt O med Koordinaterne $(1 : 0 : 0 : 1)$.

Alle Numeralerne bliver altsaa én-éntydig fremstillede ved Rummets Punkter men de Punkter $(a : b : c : d)$, der tilfredsstiller Ligningen

$$ad - bc = 0,$$

svarer ikke til egentlige Transformationer.

Den Flade af 2. Orden, som fremstilles ved denne Ligning, kalder vi Fundamentalfladen; den indeholder 2 Systemer af rette Linier, fremstillede ved de to Systemer af Ligninger:

$$ka + b = 0, \quad kc + d = 0 \text{ (Systemet af 1. Art)}$$

og

$$ka + c = 0, \quad kb + d = 0 \text{ (Systemet af 2. Art)},$$

hvor k er en variabel Parameter.

Har man nu:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix},$$

kan man udlede en geometrisk Afhængighed mellem de til Numeralerne svarende Punkter A_1, A og A_2, samt det til Identitetsnumeralet svarende Punkt O.

Man har nemlig

$$\frac{aa_1 + cb_1}{a_2} = \frac{ba_1 + db_1}{b_2} = \frac{ac_1 + cd_1}{c_2} = \frac{bc_1 + dd_1}{d_2}.$$

Lader man altsaa A ligge fast, medens A_1, altsaa ogsaa A_2, varierer, da definerer disse Ligninger en bestemt Kollineation, i hvilken A_1 svarer til A_2; i denne Kollineation vil Fundamentalfladen svare til sig selv. Har man nemlig $a_1 d_1 - b_1 c_1 = 0$, da er ogsaa $a_2 d_2 - b_2 c_2 = (ad - bc)(a_1 d_1 - b_1 c_1) = 0$ og omvendt (da $ad - bc \neq 0$). De Punkter $(a_1 : b_1 : c_1 : d_1)$, som svarer til sig selv i den omtalte Kollineation, bestemmes ved Ligningerne:

$$a + c \cdot \frac{b_1}{a_1} = b \cdot \frac{a_1}{b_1} + d = a + c \cdot \frac{d_1}{c_1} = b \cdot \frac{c_1}{d_1} + d,$$

der kan skrives paa Formen:

$$ka_1 + b_1 = 0\,,\quad kc_1 + d_1 = 0\,,$$

idet k er Rod i Ligningen

$$ck^2 + k(d-a) - b = 0.$$

Altsaa vil Kollineationen lade alle Punkter paa 2 bestemte Frembringere af 1ste Art være invariante.

Linien A_1A_2 maa derfor stadig skære disse 2 Frembringere, og dersom Skæringspunkterne betegnes med U og V, har man, at Dobbeltforholdet (A_1A_2UV) er konstant.

Heraf følger nu for det første, at dersom O, A og A_1 ligger paa en ret Linie, da ligger A_2 paa den samme Linie, og $(A_1A_2UV) = (OAUV)$, idet U og V er den rette Linies Skæringspunkter med Fladen.

Dernæst ses det, at dersom O, A og A_1 ikke ligger paa samme rette Linie, da kan Afhængigheden mellem O, A, A_1 og A_2 udtrykkes saaledes:

OA og A_1A_2 skærer de samme 2 Frembringere af første Art paa Fundamentalfladen og deles af disse i lige store Dobbeltforhold.

Idet Fladen opfattes som Fundamentalflade i en Cayley'sk Maalgeometri, vil vi, i Overensstemmelse med CLIFFORD's bekendte Definition af parallele Linier, kalde 2 rette Linier parallele af $\left\{\begin{matrix}\text{1ste}\\ \text{2den}\end{matrix}\right\}$ Art, naar Linierne skærer de samme 2 Frembringere af $\left\{\begin{matrix}\text{1ste}\\ \text{2den}\end{matrix}\right\}$ Art. Man ser da, at Firkanten OAA_2A_1 har den Egenskab, at det ene Par modstaaende Sider OA og A_1A_2 er parallele af første Art; efter den sædvanlige Maalbestemmelse er tillige Maalene for OA og A_1A_2 lige store. Heraf følger nu, at det andet Par modstaaende Sider OA_1 og AA_2 bliver parallele af 2. Art og har samme Maal. (Dette kunde ogsaa let vises direkte, ganske som for det første Par). Firkanten kan kaldes et ikke-Euklidisk Parallelogram.

Til Numeralerne $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix}$, ... svarer altsaa ikke-Euklidiske Vektorer OA, OA_1, ... udgaaende fra samme Punkt O, og til Addition af 2 Numeraler svarer Sammensætning af Vektorerne til én Vektor bestemt som Diagonal i de givne Vektorers ikke-Euklidiske Parallelogram. (Der er i Almindelighed 2 Parallelogrammer, svarende til de 2 Muligheder for Addendernes Orden). Naar man adderer ikke-Euklidiske Vektorer paa denne Maade, er det altsaa umuligt i Tilknytning til denne Addition at opstille en tilfredsstillende Multiplikationsregel.

TILLÆG.

Om Tal med ikke-kommutativ Addition.

27. Som det fremgaar af det foregaaende, fører de lineære Transformationer ikke til et System af Numeraler, til hvis Addition der kan knyttes en brugelig Multiplikation, og Spørgsmaalet om Eksistensen af Tal med ikke-kommutativ Addition er altsaa endnu ubesvaret. Her skal vi nu til Slut gøre et Par almindelige Bemærkninger om dette Spørgsmaal.

Forlanger man, at Tallene, foruden den omhandlede Art af Addition, skal have en Multiplikation, der tilfredsstiller det første distributive Princip, som udtrykkes ved Ligningen

$$m(a+b) = m \cdot a + m \cdot b \quad \text{(I)},$$

og tillige, at der eksisterer en bestemt Enhed 1, hvis Modsætning (-1) tilfredsstiller Ligningen

$$a(-1) = (-1) \cdot a = -a \quad \text{(II)},$$

da kan det bevises, at Tallene ikke eksisterer.

Af I følger nemlig for $m = -1$:

$$(-1)(a+b) = (-1)a + (-1)b,$$

hvoraf ved Anvendelse af II

$$(-b) + (-a) = (-a) + (-b),$$

d. v. s. Additionen maatte være kommutativ.

For Tal med ikke-kommutativ Addition kan altsaa Ligningen $a \cdot (-1) = (-1) \cdot a$ ikke tilfredsstilles for enhver Værdi af a; hvis saadanne Tal skal have en i Almindelighed éntydig Division, maa der til ethvert a i Almindelighed svare en bestemt Multiplikator m_a, som gør

$$m_a \cdot a = -a.$$

Denne Multiplikator (Modsætningsmultiplikatoren til a) er altsaa ikke konstant, men i Almindelighed afhængig af a.

28. Dernæst kan det bevises, at naar man forlanger det første distributive Princip tilfredsstillet, og fordrer, at Division af første Art, i hvert Fald for én Divisor, skal være éntydig, da kan hverken det andet distributive Princip eller Multiplikationens kommutative Princip tilfredsstilles.

Af det første distributive Princip følger nemlig:

$$m \cdot 0 = m\big((-a) + a\big) = m(-a) + m \cdot a,$$

altsaa

$$m(-a) = -(ma).$$

Dernæst vilde det andet distributive Princip give:

$$(a+b)\cdot(-m) = a\cdot(-m)+b\cdot(-m),$$

altsaa

$$(a+b)\cdot(-m) = -(am)+\big(-(bm)\big) = -(bm+am),$$

men da tillige

$$-(bm+am) = -\big((b+a)m\big)$$

(i Følge det andet distributive Princip), vilde man faa:

$$(a+b)(-m) = (b+a)(-m),$$

der, naar Division med $(-m)$ skulde være éntydig, vilde medføre, at

$$a+b = b+a.$$

Da det andet distributive Princip altsaa ikke kan tilfredsstilles, gælder det samme om det kommutative Princip.

29. Den Omstændighed, at det andet distributive Princip i Almindelighed ikke gælder, vil medføre den Mærkelighed, at Tallenes Additionsregel kan forandres paa uendelig mange Maader, uden at Multiplikationsregelen forandres.

Vi gaar ud fra, at der foreligger et bestemt System af Tal med ikke-kommutativ Addition, og med en Multiplikation, der følger det første distributive Princip, samt det associative Princip, og forudsætter tillige, at der er i Almindelighed éntydig Reciprocitet; Operationstegnene for den forelagte Addition, Multiplikation og Division er de sædvanlige. Det er da muligt at indføre en ny Art af Tilføjelse i Stedet for den givne Addition paa følgende Maade. Tegnet for den ny Tilføjelse er $*$, og man sætter

$$a*b = (a\cdot k+b\cdot k)\cdot\frac{1}{k},$$

hvor k er et vilkaarligt konstant Tal i Systemet.

Man faar da:

$$a*(b*c) = a*(bk+ck)\cdot\frac{1}{k} = \Big(ak+(bk+ck)\frac{1}{k}\cdot k\Big)\frac{1}{k},$$

altsaa

$$a*(b*c) = (ak+bk+ck)\cdot\frac{1}{k} = (a*b)*c),$$

hvoraf det fremgaar, at den ny Addition følger det associative Princip.

Multiplikationen bibeholdes, og man faar da:

$$m\cdot(a*b) = m\cdot(a\cdot k+b\cdot k)\cdot\frac{1}{k} = (ma\cdot k+mb\cdot k)\cdot\frac{1}{k},$$

altsaa:

$$m\cdot(a*b) = (ma*mb)$$

ɔ: det distributive Princip gælder ogsaa efter Indførelsen af den ny Addition.

Multiplikationens associative Princip kan ikke paavirkes af Additionsreglen.

Det bemærkes, at den omtalte nye Addition, som er bestemt ved det konstante Tal k, for $k = -1$ vil blive

$$a*b = b+a.$$

30. Vil man opstille Eksempler paa Tal med ikke-kommutativ Addition, vilde det i Tilslutning til Indledningen være naturligt at søge Transformationsgrupper, der ikke indeholder cykliske Transformationer, og hvor Sammensætningen af 2 Transformationer i Almindelighed ikke er kommutativ. Det simpleste Eksempel paa en saadan Transformationsgruppe i Planen er den projektive Gruppe med et 3-dobbelt fast Punkt. Vælger vi dette uendelig fjærnt, kan Transformationerne fremstilles ved Ligningerne:

$$x = x' + a,$$
$$y = y' + b + cx',$$

hvor (x', y') og (x, y) er Parallelkoordinater til henholdsvis det givne Punkt og det transformerede Punkt, medens a, b og c er Konstanter.

Transformationen kan betegnes ved Tegnet (a, b, c), og Loven for Addition af 2 saadanne Numeraler (a, b, c) og (a_1, b_1, c_1) bliver da:

$$(a, b, c) + (a_1, b_1, c_1) = (a + a_1, b + b_1 + a_1 c, c + c_1).$$

Additionen er altsaa kun kommutativ, naar $a_1 c = a c_1$. Identiteten bestemmes ved $(0, 0, 0)$, og Modsætningen angives ved Ligningen:

$$\div (a, b, c) = (-a, ac - b, -c).$$

Søger man nu en Multiplikationsregel, der tilfredsstiller det første distributive Princip og det associative Princip, finder man let følgende Form for Produktet:

$$(m, n, p) \cdot (a, b, c) = (ma, mpb + nc, pc).$$

Denne Multiplikationsregel giver

$$(m, n, p) \cdot \big((a, b, c) + (a_1, b_1, c_1)\big) = (m, n, p) \cdot (a + a_1, b + b_1 + a_1 c, c + c_1)$$
$$= \big(m(a + a_1), mp(b + b_1) + mpa_1 c + n(c + c_1), p(c + c_1)\big),$$

hvilket netop er Summen af de to Produkter $(m, n, p) \cdot (a, b, c)$ og $(m, n, p)(a_1, b_1, c_1)$; altsaa gælder det første distributive Princip. Det associative Princip viser sig ogsaa at gælde.

Reciprociteten (Divisionen) er i Almindelighed mulig og éntydig; men der gives dog Undtagelser, idet et Produkt kan antage Formen $(0, 0, 0)$, uden at nogen af Faktorerne antager denne Form. Der eksisterer altsaa „Nuldivisorer".

31. Man kan udvide det fundne Eksempel, idet vi betragter den Gruppe af Jonquières-Transformationer, der bestemmes ved Ligningerne:

$$x = x' + a_1,$$
$$y = y' + a_2 + a_3 x' + a_4 x'^2 + \ldots + a_n x'^{n-2}.$$

Additionsreglen bliver her:

$$(a_1, a_2, \ldots a_n) + (b_1, b_2, \ldots b_n) = (c_1, c_2, \ldots c_n),$$

idet

$$c_1 = b_1 + a_1$$
$$c_2 = b_2 + a_2 + b_1 a_3 + b_1^2 a_4 + \ldots + b_1^{n-2} a_n$$
$$c_3 = b_3 + a_3 + 2b_1 a_4 + 3b_1^2 a_5 + \ldots + (n-2) b_1^{n-3} a_n$$
$$c_4 = b_4 + a_4 + 3b_1 a_5 + \ldots\ldots + \frac{(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2} b_1^{n-4} a_n$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$c_n = b_n + a_n$$

Til denne Addition kan knyttes følgende Multiplikationsregel:

$$(p_1, p_2, \ldots p_n) \cdot (a_1, a_2, \ldots a_n) = (q_1, q_2, \ldots q_n),$$

idet

$$q_1 = p_1 a_1$$
$$q_2 = p_1^{n-2} p_n a_2 + \alpha \cdot p_1^{n-3} p_{n-1} a_3 + \beta \cdot p_1^{n-4} p_{n-2} a_4 + \gamma \cdot p_1^{n-5} p_{n-3} a_5 + \ldots + p_2 a_n$$
$$q_3 = p_1^{n-3} p_n a_3 + 2\alpha p_1^{n-4} p_{n-1} a_4 + 3\beta p_1^{n-5} p_{n-2} a_5 + 4\gamma p_1^{n-6} p_{n-3} a_6 + \ldots + p_3 a_n$$
$$q_4 = p_1^{n-4} p_n a_4 + 3\alpha p_1^{n-5} p_{n-1} a_5 + 6\beta p_1^{n-6} p_{n-2} a_6 + 10\gamma p_1^{n-7} p_{n-3} a_7 + \ldots + p_4 a_n$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$q_{n-1} = p_1 p_n a_{n-1} + (n-2) \alpha p_{n-1} a_n$$
$$q_n = p_n a_n$$

Denne Regel findes derved, at man forlanger det distributive Princip tilfredsstillet; derefter viser det sig, at det associative Princip bliver tilfredsstillet, naar man sætter

$$\alpha = \frac{1}{n-2}, \quad \beta = \frac{1 \cdot 2}{(n-2)(n-3)}, \quad \gamma = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{(n-2)(n-3)(n-4)}, \quad \text{o. s. v.}$$

Her er altsaa et Eksempel paa „n-dimensionale“ Tal med ikke-kommutativ Addition; der er kun den Mangel ved Systemet, at der forekommer Nuldivisorer.

Sætter man $a_n = a_1$, $b_n = b_1$, o. s. v. og beholder de ovenstaaende Regneregler, kan man udelade $a_n, b_n, \ldots$, og Systemet reduceres da til et System af $(n-1)$-dimensionale Tal: $(a_1, a_2, \ldots a_{n-1})$, $(b_1, b_2, \ldots b_{n-1}), \ldots$ med ikke-kommutativ Addition (for $n > 3$). Dette System er noget simplere, idet Nuldivisorernes Gruppe bliver meget simpel.

Tallet $(a_1, a_2, \ldots a_{n-1})$ er nemlig kun Nuldivisor, naar $a_1 = 0$.

De eneste Tal, hvis reciproke Tal ikke eksisterer, er Nuldivisorerne.

Summen af 2 Nuldivisorer er atter en Nuldivisor.

Et Produkt kan kun blive Nul, naar enten 1) begge Faktorerne er Nuldivisorer, eller 2) mindst én af Faktorerne er Nul.

Vi skal ikke gøre nærmere Rede for de fundne Tals Egenskaber, men kun bemærke, at Regning med disse Tal næppe vil være uden Interesse; enhver Identitet mellem Tallene giver nemlig umiddelbart en Mængde algebraiske Identiteter.

UEBER LINEARE

DIFFERENZENGLEICHUNGEN

VON

N. E. NØRLUND

D. KGL. DANSKE VIDENSK. SELSK. SKRIFTER, 7. RÆKKE, NATURV. OG MATHEMATISK AFD. VI. 8

KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1911

§ 1. In den nachfolgenden Zeilen werde ich eine kurze Übersicht über einige Untersuchungen betreffend die linearen Differenzengleichungen geben, die ich in meiner, in dänischer Sprache erschienenen, Habilitationsschrift[1] angestellt und nachher in einer Reihe kleinerer noch unpublizierter Abhandlungen weiter geführt habe.

Ich nehme an, dass die Koeffizienten $P_i(x)$ in der Differenzengleichung

$$\sum_{i=0}^{i=k} P_i(x)\, u(x+i) = 0 \tag{1}$$

analytische Funktionen sind, und will dann die Integrale als Funktionen der komplexen Variablen x untersuchen.

Die Bestimmung des allgemeinen Integrals lässt sich auf die Bestimmung eines Fundamentalsystemes von Integralen $u_1(x)$, $u_2(x)$, ..., $u_k(x)$ reduzieren, die analytische Funktionen von x sind der Art, dass die Determinante:

$$D(x) = \begin{vmatrix} u_1(x) & u_2(x) & \dots & u_k(x) \\ u_1(x+1) & u_2(x+1) & \dots & u_k(x+1) \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ u_1(x+k-1) & u_2(x+k-1) & \dots & u_k(x+k-1) \end{vmatrix} \tag{2}$$

nicht identisch verschwindet. Das allgemeine Integral hat dann die Form:

$$u(x) = \pi_1(x)\, u_1(x) + \pi_2(x)\, u_2(x) + \dots + \pi_k(x)\, u_k(x), \tag{3}$$

wo $\pi_i(x)$ willkürliche Funktionen sind, die den Periodicitätsbedingungen

$$\pi_i(x) = \pi_i(x+1) \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

befriedigen. Das Vorkommen dieser Funktionen giebt dem Integrationsproblem einen unbestimmten Charakter. Man könnte versuchen, es auf die Weise genauer zu präzisieren, dass man verlangte, dass $u_1(x)$, ..., $u_k(x)$ so einfache analytische Eigenschaften wie möglich haben. Wir werden zeigen, dass, wenn man den Koeffizienten $P_i(x)$ gewisse beschränkende Bedingungen auferlegt, sich zwei Fundamentalsysteme von Integralen bilden lassen, die sich vor allen anderen auszeichnen. In verschiedener Weise kommt man ganz natürlich dazu, eben diese beiden Fundamentalsysteme aufzustellen. Gegenseitig sind sie völlig gleichberechtigt, und die

[1] Bidrag til de lineære Differensligningers Theori. København 1910.

Untersuchung der analytischen Eigenschaften des einen Systems — besonders sein Verhalten in der Umgebung des Punktes $x = \infty$ — wird in hohem Grade durch die Einführung des anderen Systems erleichtert, und umgekehrt. Wir wollen aber zuerst die Integrale im endlichen Teile der Ebene betrachten, und — ohne einschränkende Bedingungen für die Koeffizienten aufzustellen — eine Reihenentwicklung angeben, welche das Vorhandensein eines Fundamentalsystemes von Integralen zeigt, die analytische Funktionen von x sind, und die die Integrale in allen Punkten darstellt, in welchen sie holomorph sind.

Nehmen wir an, dass die Koeffizienten $P_i(x)$ $(i = 0, 1, 2, \ldots, k)$ die singulären Punkte $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \ldots$ haben, die auch in unendlicher Anzahl vorhanden sein können, und bezeichnen wir mit (β) die Menge der Punkte:

$$\beta_i + s \quad \begin{pmatrix} i = 1, 2, 3, \ldots \\ s = \ldots, -2, -1, 0, k, k+1, k+2, \ldots \end{pmatrix}.$$

Die Nullpunkte für $P_0(x)$ seien $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ und die Nullpunkte für $P_k(x-k)$ seien $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \ldots$. Wir bezeichnen mit (α) die Menge der Punkte:

$$\alpha_i - s \quad \begin{pmatrix} i = 1, 2, 3, \ldots \\ s = 0, 1, 2, \ldots \end{pmatrix}$$

und mit (γ) die Menge der Punkte:

$$\gamma_i + s \quad \begin{pmatrix} i = 1, 2, 3, \ldots \\ s = 0, 1, 2, \ldots \end{pmatrix}.$$

Betrachten wir ein zusammenhängendes Gebiet, begrenzt von einem ganz im Endlichen liegenden geschlossenen Kontur C und einer Reihe von beliebig kleinen Kreisen um diejenigen Punkte in (α), (β) und (γ), die innerhalb C liegen. Wenn einige der Punkte in (β) kritische Punkte sind, verbinde ich diese mit dem Punkte ∞ durch Verzweigungsschnitte. Das so ausgeschnittene Gebiet bezeichne ich mit I'; ich setze nun:

$$u(x) = \sum_{\nu=-\infty}^{\nu=+\infty} R_\nu(x)\, f(x+\nu) \tag{4}$$

und bestimme $R_\nu(x)$ durch die Rekursionsformel

$$P_0(x+\nu)\, R_\nu(x) + P_1(x+\nu-1)\, R_{\nu-1}(x) + \ldots + P_k(x+\nu-k)\, R_{\nu-k}(x) = 0 \tag{5}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$P_0(x)\, R_0(x) = 1; \quad R_{-1}(x) = R_{-2}(x) = \ldots = R_{1-k}(x) = 0.$$

$u(x)$ befriedigt dann formell die Differenzengleichung (1). Man kann zeigen, dass man in unendlich vielen Weisen die arbiträre Funktion $f(x)$ so festlegen kann, dass die Reihe (4) innerhalb I' gleichmässig konvergent ist (z. B. indem man $f(x)$ einer passend gewählten ganzen Transcendenten gleich setzt); von diesen Festlegungen geben eine Anzahl von k ein System von linear unabhängigen Integralen, die innerhalb des Gebietes I' eindeutige, reguläre, analytische Funktionen von x sind.

Es ist leicht zu sehen, wo diese Integrale singuläre Stellen haben. Teilen wir die Nullpunkte für $P_0(x)$ in Gruppen, so dass alle Punkte, deren Differenzen ganze Zahlen sind, zu derselben Gruppe gezählt werden. Wir nehmen an, dass

$$\alpha_p, \alpha_{p+1}, \alpha_{p+2}, \dots$$

eine solche Wurzelgruppe bilden, und dass die Multiplicität dieser Wurzeln beziehungsweise $n_0, n_1, n_2, \dots$ sei; denkt man sich sie so geordnet, dass

$$\Re(\alpha_p) > \Re(\alpha_{p+1}) > \Re(\alpha_{p+2}) > \dots,$$

so zeigt die Rekursionsformel (5), dass für $\nu > 0$ α_p ein Pol ist für $R_\nu(x)$ und zwar höchstens von der n_0-ten Ordnung, und allgemein, wenn $\nu > \alpha_p - \alpha_{p+s}$, so ist α_{p+s} höchstens ein $(n_0 + n_1 + \dots n_s)$-doppelter Pol für $R_\nu(x)$ und damit auch für die Integrale.

Man kann ebenso die Zahlen $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots$ in Gruppen teilen. Es seien

$$\gamma_p, \gamma_{p+1}, \gamma_{p+2}, \dots$$

eine solche, und es sei

$$\Re(\gamma_p) < \Re(\gamma_{p+1}) < \Re(\gamma_{p+2}) < \dots,$$

so sieht man, wenn m_s die Multiplicität von γ_{p+s} bezeichnet, dass die Integrale in unsrem Fundamentalsystem für $x = \gamma_p, \gamma_p + 1, \gamma_p + 2, \dots \gamma_{p+1} - 1$ höchstens m_0-doppelte Pole haben, und allgemein für

$$x = \gamma_{p+s}, \gamma_{p+s} + 1, \dots \gamma_{p+s+1} - 1$$

höchstens $(m_0 + m_1 + \dots + m_s)$-doppelte Pole haben.

Jeder Gruppe, die eine endliche Anzahl Nullpunkte enthält, entspricht also eine unendliche Reihe Pole, die alle endlicher Ordnung sind. Wenn aber eine Gruppe unendlich viele Nullpunkte enthält, so wächst die Ordnung der entsprechenden Pole über jede Grenze hinaus, wenn die Pole sich dem Punkte ∞ nähern.

$(\alpha)'$ und $(\gamma)'$ mögen die Ableitungen der Mengen (α) und (γ) bezeichnen. Die möglicherweise in diesen enthaltenen Punkte sind Häufungsstellen für Pole und folglich wesentlich singuläre Stellen für unsere Integrale. Die innerhalb I' liegenden singulären Stellen für das durch eine Reihe von der Form (4) definierte Fundamentalsystem von Integralen sind also:

1) Die Punkte in den Mengen (β), $(\alpha)'$ und $(\gamma)'$, die wesentlich singuläre Punkte oder Pole für die Integrale sind.
2) Die Punkte in den Mengen $(\alpha) - (\alpha)'$ und $(\gamma) - (\gamma)'$, die alle Pole sind. Zu den singulären Punkten ist noch der Punkt $x = \infty$ zu rechnen, der, wenn die Integrale sich nicht auf rationale Funktionen reduzieren, ein wesentlich singulärer Punkt für diese ist.

Sind z. B. die Koeffizienten in der Differenzengleichung ganze Transcendenten, so finden sich also keine andere wesentlich singuläre Stelle für die Integrale als der Punkt ∞ und die möglicherweise vorkommenden Häufungsstellen für die Pole

$$\alpha_i - s \quad \text{und} \quad \gamma_i + s \qquad \begin{pmatrix} i = 1, 2, 3, \dots \\ s = 0, 1, 2, \dots \end{pmatrix}.$$

Sind die Koeffizienten in der Differenzengleichung speziell rationale Funktionen, so kann man ein Fundamentalsystem von Integralen finden, welche ganze Transcendenten des Genre 1 oder des Genre 0 sind. Man braucht nämlich nur die hier bestimmten meromorphen Integrale mit einer passend gewählten periodischen Funktion von x zu multiplizieren.

§ 2. Um die Natur der Singularität im Punkte ∞ untersuchen zu können, muss man speziellere Voraussetzungen über die Koeffizienten der Differenzengleichung machen. Schreiben wir diese in der Form

$$P(u(x)) \equiv \sum_{i=0}^{i=k} x(x-1)\dots(x-i+1)\,p_i(x)\,\Delta_{-1}^{i}u(x) = 0\,, \tag{6}$$

wo

$$\Delta_{\omega}^{i}u(x) = \frac{u(x+i\omega) - \binom{i}{1}u(x+(i-1)\omega) + \dots + (-1)^{i}u(x)}{\omega^{i}}\,,$$

und nehmen wir zunächst an, dass die Koeffizienten $p_i(x)$ Funktionen sind, die für $\Re(x) > \mu$ dargestellt werden können durch konvergente Fakultätenreihen von der Form

$$p_i(x) = a_{i,0} + \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{a_{i\,s}}{(x+1)(x+2)\dots(x+s)} \qquad (i = 0, 1, 2, \dots, k-1)\,, \tag{7}$$

während wir annehmen, dass $p_k(x) = 1$ ist. Wir nennen (6) die 1ste Normalform der Differenzengleichung.

Man kann nun die Existenz eines Integrales der Form:

$$u(x) = \frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho+1)}\left\{g_0 + \frac{g_1}{x-\rho+1} + \frac{g_2}{(x-\rho+1)(x-\rho+2)} + \frac{g_3}{(x-\rho+1)(x-\rho+2)(x-\rho+3)} + \dots\right\} \tag{8}$$

zeigen. Setzt man nämlich statt $u(x)$ in (6) $\dfrac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho+1)}$ ein, so ergiebt sich

$$P\left(\frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho+1)}\right) = \frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho+1)}\sum_{i=0}^{i=k}\rho(\rho-1)\dots(\rho-i+1)\,p_i(x) = \frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho+1)}f(x,\rho).$$

Setzt man in $f(x,\rho)$ die Reihen (7) ein, so findet man nach einer Transformation eine Fakultätenreiheentwicklung der Form

$$f(x,\rho) = f_0(\rho) + \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{f_s(\rho)}{(x-\rho+1)(x-\rho+2)\dots(x-\rho+s)}\,. \tag{9}$$

Um die Koeffizienten $g_1, g_2, g_3, \dots$ zu bestimmen, setzen wir die Reihen (8) in (6) ein und finden:

$$P(u(x)) = \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} g_\nu P\left(\frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho+\nu+1)}\right) = \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty}\sum_{s=0}^{s=\infty} g_\nu f_s(\rho-\nu)\frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho+\nu+s+1)} =$$

$$= \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty}\frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho+\nu+1)}\{g_\nu f_0(\rho-\nu)+g_{\nu-1}f_1(\rho-\nu+1)+\ldots+g_0 f_\nu(\rho)\} = 0.$$

$u(x)$ befriedigt also die Differenzengleichung formell, wenn die folgenden Gleichungen erfüllt sind:

$$\left.\begin{aligned} &g_0 f_0(\rho) = 0\\ &g_1 f_0(\rho-1)+g_0 f_1(\rho) = 0\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &g_\nu f_0(\rho-\nu)+g_{\nu-1}f_1(\rho-\nu+1)+\ldots+g_0 f_\nu(\rho) = 0.\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Wir nehmen an, dass $g_0 \neq 0$ ist; ρ muss dann als Wurzel der „determinierenden Gleichung"

$$f_0(\rho) = \sum_{i=0}^{i=k} a_{i,0}\rho(\rho-1)\ldots(\rho-i+1) = 0 \tag{11}$$

bestimmt werden.

Sie ist von k-ten Grade und giebt uns k Werte von ρ, die wir in der Weise in Gruppen teilen, dass alle diejenigen, deren Differenzen ganze Zahlen sind, zu derselben Gruppe gezählt werden. Wenn ρ eine solche Wurzel ist, dass keine der anderen Wurzeln von der Form $\rho - n$ ist, — wo n eine ganze positive Zahl ist —, so bestimmen die Rekursionsformeln (10) eindeutig die Koeffizienten $g_1, g_2, g_3, \ldots$ als Multiplen des wilkürlich zu wählenden g_0. Um die Konvergenz der Reihe (8) nachzuweisen, kann man eine Majorantenreihe der gleichen Form bestimmen, wo aber die Koeffizienten g_ν durch Zahlen ersetzt sind, die positiv sind und so beschaffen, dass die Summe von den n ersten grösser ist als der Modulus der Summe der n ersten Koeffizienten g_ν für alle Werte von n. Diese Reihe befriedigt eine Majorant-Differenzengleichung der Form:

$$\sum_{i=0}^{i=k} a_i(x+1)x\ldots(x+i-2)\,\Delta_{-1}^i v(x) =$$

$$= \frac{M}{x-\lambda}\sum_{i=0}^{i=k-1}(x+1)x\ldots(x+i-2)\,\Delta_{-1}^i v(x)+\gamma+\frac{K}{x-\lambda},$$

wo die Zahlen α, M, γ, K und λ von x unabhängige Konstanten sind; diese Differenzengleichung hat eine so einfache Form, dass man leicht zeigen kann, dass die Majorantenreihe konvergent ist für $\Re(x) > \lambda - k$; man kann zugleich zeigen, dass die Reihe (8) gleichmässig konvergent ist in ρ. Es ist dann erlaubt diese Reihe gliedweise eine willkürliche Anzahl Male mit Rücksicht auf ρ zu differenzieren. Man zeigt hierdurch die Existenz eines Fundamentalsystems von Integralen der Differenzengleichung (6), die alle die Form haben:

$$u_s(x) \equiv \Phi_s(x) =$$

$$= \varphi_0(x)\frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho_s+1)} + \varphi_1(x)\frac{\delta}{\delta\rho_s}\frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho_s+1)} + \ldots + \varphi_n(x)\frac{\delta^n}{\delta\rho_s^n}\frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho_s+1)}, \quad (12)$$

wo $\varphi_0(x), \ldots, \varphi_n(x)$ Fakultätenreiheentwicklungen sind, die konvergent sind für $\Re(x) >$ als eine gewisse Zahl $c \geq \mu$. Zu jeder Wurzel in dieser determinierenden Gleichung gehört eine Anzahl Integrale, die mit der Multiplizität der Wurzel gleich sind. Wir nennen diese Integrale, die bis auf einen arbiträren konstanten Faktor bestimmt sind, das 1ste kanonische Fundamentalsystem. Die Entwicklungen (12) zeigen, dass die Integrale analytische Funktionen von x sind, die für $\Re(x) > c$ regulär sind. Wenn x in einer solchen Weise gegen Unendlich wächst, dass es beständig innerhalb des Konvergenzgebietes bleibt, so konvergieren die Fakultätenreihen gegen ihre konstanten Glieder, und $u_s(x)$ verhält sich asymptotisch wie:

$$u_s(x) \sim x^{\rho_s}\{k_0 + k_1 \log x + k_2 \log^2 x + \ldots + k_n \log^n x\}, \quad \Re(x) > c, \quad (13)$$

wo $k_0, k_1, \ldots, k_n$ Konstanten bezeichnen, die nicht alle Null sind.

Die Entwicklungen (12) definieren nur die kanonischen Integrale für $\Re(x) > c$; es ist aber leicht, diese analytisch fortzusetzen. Schreibt man nämlich die Differenzengleichung (6) in der Form

$$(x+1)(x+2)\ldots(x+k)u(x) = Q_1(x)u(x+1) + \ldots + Q_k(x)u(x+k), \quad (14)$$

so ist für $\Re(x) > c-1$ die rechte Seite durch die Entwicklungen (12) definiert. Schreibt man dann $x-1$ statt x in (14), so erhält man $u(x)$ für $\Re(x) > c-2$ definiert, u. s. w. Auf diese Weise kann man $u(x)$ nach und nach analytisch fortsetzen, indem man dessen Gebiet jedes Mal mit einem Streifen der Breite 1 vermehrt, bis man eine wesentliche singuläre Linie für einen der Koeffizienten erreicht. Nimmt man dagegen an, dass keiner der Koeffizienten $p_i(x)$ solche singulären Linien besitzt, und bezeichnet man ihre singulären Stellen, die in unendlicher Anzahl vorkommen können, mit $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \ldots$, so sieht man, dass die Integrale in unsrem Fundamentalsystem analytische Funktionen sind, die in jedem endlichen Gebiete regulär sind, ausser in den Punkten -1, -2, -3, ..., die Pole sind, und in den Punkten

$$\beta_s - i \qquad \begin{pmatrix} s = 1, 2, 3, \ldots \\ i = k, k+1, k+2, \ldots \end{pmatrix},$$

die Pole oder wesentlich singuläre Punkte sind. Die Differenzengleichung (14) zeigt leicht die Natur der Singularität in diesen Punkten. Man könnte sagen, dass die kanonischen Integrale innerhalb eines jeden endlichen Gebiets zu demselben Rationalitätsgebiet wie die Koeffizienten gehören. Dagegen ist die Singularität der Integrale im Unendlichen von einer wesentlich anderen Natur als die der Koeffizienten. Um sie genauer untersuchen zu können, wollen wir nun für die Koeffizienten $p_i(x)$ in (6) die speziellere Voraussetzung[1] machen, dass sie regulär sind in der Umgebung des Punktes ∞, d. h. dass sie durch Potenzreihen von $\left(\frac{1}{x}\right)$

[1] Im allgemeinen ist Unendlich nämlich eine wesentlich singuläre Stelle für $p_i(x)$.

dargestellt werden können, die für genügend grosse Werte von $|x|$ konvergent sind. Die Differenzengleichung kann nämlich in dem Falle zugleich auf die Form gebracht werden:

$$\sum_{i=0}^{i=k} (x+i)(x+i-1)\dots(x+1)\,q_i(x)\,\Delta^i_{+1}u(x) = 0, \tag{15}$$

die wir als 2. Normalform bezeichnen wollen. Die Koeffizienten $q_i(x)$ sind hier Fakultätenreihen von der Form:

$$q_i(x) = b_{i,0} + \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{b_{i,s+1}}{x(x-1)\dots(x-s)}, \tag{16}$$

die alle für $\Re(x)$ kleiner als eine gewisse Zahl μ' konvergent sind. Es mögen die ρ_s dieselben Grössen wie oben bezeichnen; man kann dann die Existenz eines Fundamentalsystems von Integralen $U_1(x)$, $U_2(x)$, ..., $U_k(x)$ zeigen, das von der Form ist:

$$U_s(x) \equiv \Psi_s(x) = \psi_0(x)\frac{\Gamma(-x)}{\Gamma(\rho_s-x)} + \psi_1(x)\frac{\partial}{\partial\rho_s}\frac{\Gamma(-x)}{\Gamma(\rho_s-x)} + \dots + \psi^n(x)\frac{\partial^n}{\partial\rho_s^n}\frac{\Gamma(-x)}{\Gamma(\rho_s-x)}, \tag{17}$$

wo $\psi_i(x)$ Fakultätenreihen sind, die für $\Re(x)$ kleiner als eine gewisse Zahl $c' \leqq \mu'$ konvergent sind. Wir nennen diese Integrale das 2. kanonische Fundamentalsystem. Die Entwickelungen (17) in Verbindung mit der Differenzengleichung (14) zeigen, dass diese Integrale analytische Funktionen von x sind, die regulär sind ausser in den Punkten:

$$\beta_s + i \qquad \begin{pmatrix} s = 1, 2, 3, \dots \\ i = 0, 1, 2, \dots \end{pmatrix},$$

welche Pole oder wesentlich singuläre Punkte sind, und in einer gewissen Anzahl Punkten

$$\gamma_s + i \qquad \begin{pmatrix} s = 1, 2, 3, \dots \\ i = 0, 1, 2, \dots \end{pmatrix},$$

die Pole der Integrale sind; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots$ sind hier die Nullpunkte für

$$\sum_{i=0}^{i=k} x(x-1)\dots(x-i+1)\,p_i(x).$$

Zwischen den beiden kanonischen Fundamentalsystemen existieren lineare Gleichungen, deren Koeffizienten periodische Funktionen von x sind. Wählt man die in den Integralen vorkommenden arbiträren Konstanten in passender Weise, so kann man zeigen, dass die periodischen Funktionen so beschaffen sind, dass $u_s(x)$ durch die konvergente Reihenentwickelung $U_s(x)$ asymptotisch[1] dargestellt wird für $\pi - \varepsilon > \operatorname{Arg} x > \frac{\pi}{2}$ und für $-\frac{\pi}{2} > \operatorname{Arg} x > -\pi + \varepsilon$, wo ε eine beliebig

[1] Wir zeichnen einen Kreis C mit Null als Zentrum und einem so grossen Radius, dass alle singuläre Punkte für die Koeffizienten in der Differenzengleichung innerhalb dieses Kreises liegen; indem wir von einem willkürlichen Punkte innerhalb der Konvergenzhalbebene ausgehen, lassen wir x gegen ∞ in einer solchen Weise wachsen, dass es beständig ausserhalb des Kreises C bleibt und ausserhalb eines Winkelraumes — mit der Öffnung 2ε — welcher die Achse der negativen Zahlen umschliesst.

kleine positive Zahl ist. Speziell wird $u_s(x)$ durch den Ausdruck (13) für $\pi - \varepsilon > \operatorname{Arg} x > -\pi + \varepsilon$ asymptotisch dargestellt.

§ 3. Die im § 2 gegebenen Sätze lassen sich umkehren. Jede lineare homogene Differenzengleichung der k-ten Ordnung, die ein Fundamentalsystem von Integralen der Form (12) hat, lässt sich auf die Form (6) bringen, wo die Koeffizienten $p_i(x)$ durch konvergente Fakultätenreihenentwickelungen der Form (7) dargestellt werden können. Um dies zu zeigen, setzen wir die Reihen (12) in die Differenzengleichung, in der Determinantform geschrieben, ein:

$$\begin{vmatrix} u(x), & x\Delta_{-1}u(x), \ldots, & x(x-1)\ldots(x-k+1)\Delta_{-1}^{k}u(x) \\ u_1(x), & x\Delta_{-1}u_1(x), \ldots, & x(x-1)\ldots(x-k+1)\Delta_{-1}^{k}u_1(x) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ u_k(x), & x\Delta_{-1}u_k(x), \ldots, & x(x-1)\ldots(x-k+1)\Delta_{-1}^{k}u_k(x) \end{vmatrix} = 0.$$

Diese Determinante kann in der Weise reduziert werden, dass alle Elemente in den k letzten Zeilen Fakultätenreihenentwickelungen der Form (7) werden. Man kann dann zeigen, dass das Produkt zweier Fakultätenreihen, die für $\Re(x) > \mu$ konvergent sind, in eine Fakultätenreihe entwickelt werden kann, welche für $\Re(x) > \mu$, $\Re(x) > 0$ konvergent ist. Alle Unterdeterminanten der Elemente der ersten Zeile können also durch konvergente Fakultätenreihen dargestellt werden, und es ist nicht schwierig zu zeigen, dass das konstante Glied in dem Koeffizienten von $x(x-1)\ldots(x-k+1)\Delta_{-1}^{k}u(x)$ von Null verschieden ist; damit ist aber auch die Behauptung bewiesen.

Die Differenzengleichung (6) ist also der allgemeinste Typus der linearen, homogenen Differenzengleichungen, die ein Fundamentalsystem von Integralen von der Form (12) haben. Diese Differenzengleichungen sind zugleich aus dem Grunde bemerkenswert, weil sie als Grenzfall[1] die allgemeinste Klasse der linearen Differentialgleichungen enthalten, für welche der Punkt $x = \infty$ eine singuläre Stelle der Bestimmtheit ist.

§ 4. Wenn in der Differenzengleichung (6)

$$p_k(x) = \frac{1}{x(x-1)\ldots(x-g+1)},$$

so ist die Anzahl der Wurzeln in der determinierenden Gleichung $< k$. Durch dasselbe Verfahren wie in § 2 kann man doch durch Hilfe der Rekursionsformeln (10), und jeder Wurzel in der determinierenden Gleichung entsprechend, rein formell eine Entwickelung der Form (8) bilden. Diese giebt aber im allgemeinen kein Integral, indem die Fakultätenreihe divergent ist. Um die Bedeutung dieser divergenten Reihen zu untersuchen, wollen wir eine allgemeinere Klasse von Differenzen-

[1] Wir nehmen also an, dass man dem konstanten Intervall der Differenzengleichung einen willkürlichen Wert giebt, statt es wie hier gleich 1 zu setzen, und dass man es dann gegen Null konvergieren lässt. Die Differenzengleichung geht dann in eine Differentialgleichung über, und unsere Integrale werden auf die von Fuchs untersuchten kanonische Integrale reduziert.

gleichungen betrachten:

$$\sum_{i=0}^{i=k} P_i(x)\, u(x-i) = 0\,, \tag{19}$$

wo die Koeffizienten Fakultätenreihen der Form

$$P_i(x) = c_0^{(i)} + \frac{c_1^{(i)}}{x+1} + \frac{c_2^{(i)}}{(x+1)(x+2)} + \frac{c_3^{(i)}}{(x+1)(x+2)(x+3)} + \cdots \tag{20}$$

sind, die alle in einer gewissen Halbebene konvergent sind. Bilden wir „die charakteristische Gleichung“:

$$c_0^{(0)} z^k + c_0^{(1)} z^{k-1} + \ldots + c_0^{(k)} = 0\,,$$

und a_j sei eine einfache Wurzel in dieser Gleichung. Wir setzen dann:

$$u(x) = a_j^x \cdot w(x)$$

und bilden eine Differenzengleichung in $w(x)$, die wir in der Form (6) schreiben. Die determinierende Gleichung für diese ist 1sten Grades. Man findet folglich eine Entwickelung der Form:

$$a_j^x \cdot \frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x-\rho_j+1)} \varphi(x)\,, \tag{21}$$

wo $\varphi(x)$ eine im allgemeinen divergente Fakultätenreihe ist. Bei sukzessiven Näherungen und unter Benutzung von Entwickelungen gleicher Art wie die in § 1 erwähnten, kann man nun eine Reihe bilden, die für genügend grosse positive Werte von $\Re(x)$ konvergent ist, und die die Differenzengleichung befriedigt; diese Reihe, die selbst sehr komplizierter Form ist, wird für

$$\frac{\pi}{2} - \varepsilon > \operatorname{Arg} x > -\frac{\pi}{2} + \varepsilon$$

durch die Reihe (21) asymptotisch dargestellt.

Wenn a_j eine n-dobbelte Wurzel in der charakteristischen Gleichung ist, so können zwei wesentlich verschiedene Fälle eintreten:

1) a_j ist zugleich eine $(n-p)$-doppelte Wurzel in der Gleichung

$$\sum_{s=0}^{s=k} c_p^{(s)} z^{k-s} = 0$$

für $p = 1, 2, \ldots, n-1$.

2) Diese Bedingungen sind nicht erfüllt.

Im letzteren Falle ist die determinierende Gleichung der Differenzengleichung in $w(x)$ gleich einer Konstanten, es existiert keine asymptotische Entwickelung der Form (21).

Im ersteren Falle dagegen ist die determinierende Gleichung vom n-ten Grade $(n < k)$, und man findet folglich n Entwickelungen der Form:

$$u_s(x) \sim a_j^x \Phi_s(x)\,, \quad (s = 1, 2, \ldots, n)\,, \tag{22}$$

die n linear unabhängige Integrale asymptotisch darstellen.

$\Phi_s(x)$ ist hier eine Entwickelung der Form (12), nur sind die darin vorkommenden Fakultätenreihen divergent.

Wenn einige der Wurzeln in der charakteristischen Gleichung Null oder unendlich gross sind, so muss man, um ein Fundamentalsystem von Integralen zu erhalten, noch eine Reihe Substitutionen von der Form

$$u(x) = \Gamma^{\mu_r}(x)\, u^{(\mu_r)}(x)$$

ausführen und die Zahlen μ_r so bestimmen, dass die Differenzengleichung in $u^{(\mu_r)}(x)$ eine charakteristische Gleichung mit mindestens einer Wurzel hat, die endlich und von Null verschieden ist.

Man kann, wie ich in einer früheren Arbeit[1] näher nachgewiesen habe, in eindeutiger Weise eine Reihe Zahlen $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_m$ bestimmen, die so beschaffen sind, dass die gesamte Anzahl Wurzeln in den entsprechenden charakteristischen Gleichungen, die endlich und von Null verschieden sind, gerade der Ordnung der Differenzengleichung gleich sind. Wenn jedes Mal beim Vorkommen einer multiplen Wurzel in einer der charakteristischen Gleichungen die entsprechenden unter 1) genannten Bedingungen erfüllt sind, so existiert ein Fundamentalsystem von Integralen, die innerhalb des Winkelraumes $\frac{\pi}{2} - \varepsilon > \operatorname{Arg} x > -\frac{\pi}{2} + \varepsilon$ durch Entwickelungen asymptotisch dargestellt werden können, die alle von der Form:

$$\Gamma^{\mu_r}(x)\, a_j^x\, \Phi_s(x) \tag{23}$$

sind; Ausnahmefälle treten hier auf, wenn einige der Zahlen μ_r nicht ganze Zahlen sind, indem die Koeffizienten in den entsprechenden Differenzengleichungen in $u^{(\mu_r)}(x)$ dann nicht mehr so beschaffen sind, dass sie in Fakultätenreihen der Form (20) entwickelt werden können. Es sei z. B. $\mu_r = q : p$, wo p und q ganze Zahlen sind. Wir setzen dann

$$x = pz \quad \text{und} \quad u(x) = v(z)$$

und leiten aus der gegebenen Differenzengleichung eine Differenzengleichung in $v(z)$ ab. Man zeigt hierdurch die Existenz einer Anzahl Integrale, die durch Entwickelungen von der Form:

$$\Gamma^{\mu_r}\left(\frac{x}{p}\right) a_j^{\frac{x}{p}}\, \Phi_s\left(\frac{x}{p}\right) \tag{24}$$

asymptotisch dargestellt werden können. Die Reihen (23) enthalten als Grenzfall die asymptotischen Entwickelungen für die normalen Integrale einer linearen Differentialgleichung, während die Reihen (24) den subnormalen Integralen der Differentialgleichungen entsprechen.

§ 5. Die Beweise für die in den §§ 2—4 dargelegten Resultate verlangen, wie es aus den gegebenen Andeutungen hervorgeht, eine Reihe etwas umständlicher Erläuterungen. Aber es giebt einen Fall, wo man in viel leichterer Weise zu demselben Resultat gelangen kann, nämlich wenn die Koeffizienten der Differenzen-

[1] Acta mathematica Bd. 34 S. 16, 1911.

gleichung rationale Funktionen sind. Man kann in solchem Falle vermittelst einer Integraltransformation die Lösung der Differenzengleichung entweder auf die Lösung einer Differentialgleichung oder auf die Lösung einer Differenzengleichung von einfacherem Typus als der vorgelegten reduzieren.

Nehmen wir an, dass die Koeffizienten in der Differenzengleichung (1) auf die Form:

$$P_i(x) = C_{i,0} + C_{i,1}(x+i) + C_{i,2}(x+i)(x+i+1) + \ldots + C_{i,p}(x+i)(x+i+1)\ldots(x+i+p-1)$$

gebracht sind, wo die $C_{i,s}$ von x unabhängige Konstanten sind, und wo vorausgesetzt wird, dass $C_{k,p} \neq 0$ und $C_{0,p} \neq 0$. Setzt man

$$u(x) = \int t^{x-1} v(t)\, dt \tag{25}$$

und bestimmt $v(t)$ als Integral der Differentialgleichung

$$\sum_{i=0}^{i=p} Q_i(t)(-t)^i \frac{d^i v(t)}{dt^i} = 0, \tag{26}$$

wo

$$Q_i(t) = \sum_{s=0}^{s=k} C_{s,i}\, t^s,$$

so befriedigt $u(x)$ die Differenzengleichung, vorausgesetzt dass der Integrationsweg in passender Weise gewählt ist. Die singulären Stellen für die Differenzengleichung (26) sind ausser 0 und ∞ die Wurzeln in der charakteristischen Gleichung $Q_p(t) = 0$. Mögen diese $a_1, a_2, \ldots, a_k$ sein, und stellen wir uns sie so geordnet vor, dass, wenn man $a_s = \rho\, e^{i\zeta_s}$ setzt, dann

$$0 \leqq \zeta_1 \leqq \zeta_2 \leqq \ldots \leqq \zeta_k < 2\pi$$

ist.

Wenn a_j eine n-doppelte Wurzel in der charakteristischen Gleichung ist, so nehmen wir vorläufig an, dass es zugleich eine $(n-m)$-doppelte Wurzel in $Q_{p-m}(t) = 0$ $(m = 1, 2, \ldots, n-1)$ ist. Die singulären Stellen sind dann alle Stellen der Bestimmtheit. In der Umgebung von $t = a_j$ existieren n kanonische Integrale von der Form

$$v_{s,j} = \frac{\partial^r}{\partial \beta_{s,j}^r}\left[(a_j - t)^{\beta_{s,j}} \varphi_{s,j}(t - a_j)\right] \qquad (s = 1, 2, \ldots, n), \tag{27}$$

wo $\varphi(t-a)$ eine in der Umgebung von $t = a$ reguläre Funktion ist. Dies ist derart zu verstehen, dass die determinierende Gleichung für den Punkt a_j p Wurzeln $\beta_{1,j}, \ldots, \beta_{p,j}$ hat, aber nur den n ersten davon entsprechen nicht-reguläre Integrale. Wenn $\beta_{s,j}, \beta_{s+1,j}, \ldots, \beta_{s+m,j}$ eine Wurzelgruppe bildet, so soll man in $v_{s,j}, v_{s+1,j}, \ldots, v_{s+m,j}$ r die Werte $0, 1, \ldots, m$ geben. Die gesamte Anzahl nicht-regulärer Integrale der Form (27) ist also gleich k (der Ordnung der Differenzengleichung). In der Umgebung von $t = 0$ existieren p kanonische Integrale der Form

$$v_{s,0} = \frac{\partial^r}{\partial a_s^r}\left[t^{-a_s} \varphi_s(t)\right], \tag{28}$$

wo $a_1, a_2, \ldots, a_p$ die Nullpunkte für $P_0(x)$ sind. In der Umgebung von $t = \infty$ existieren p kanonische Integrale der Form

$$v_{s,\infty} = \frac{\partial^r}{\partial \gamma_s^r}\left[t^{-\gamma_s}\varphi_s\left(\frac{1}{t}\right)\right], \tag{29}$$

wo $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_p$ die Nullpunkte für $P_k(x-k)$ sind.

Mit a_j als Zentrum zeichnen wir einen Kreis mit einem so kleinen Radius, dass alle andere singuläre Stellen ausserhalb dieses Kreises liegen. Es möge der Radiusvektor des Punktes a_j (resp. die Verlängerung des Radiusvektors) den Kreis im Punkte b_j (resp. c_j) schneiden, und l_j eine Schleife bezeichnen, die von der Geraden von Null bis b_j, dem Kreis in positiver Umlaufsrichtung durchlaufen, und der Geraden von b_j bis Null zusammengesetzt ist; es möge ferner L_j eine Schleife bezeichnen, die von der Geraden von ∞ bis c_j in der Verlängerung des Radiusvektors, dem Kreis in negativer Umlaufsrichtung durchlaufen, und der Geraden von c_j bis ∞ zusammengesetzt ist.

Wir setzen:

$$u_j(x) = \int_{l_j} t^{x-1} v_{s,j}\, dt \tag{30}$$

$$U_j(x) = \int_{L_j} t^{x-1} v_{s,j}\, dt \tag{31}$$

und bezeichnen wie oben $u_1(x), \ldots, u_k(x)$ als 1. kanonisches Fundamentalsystem und $U_1(x), \ldots, U_k(x)$ als 2. kanonisches Fundamentalsystem. Die Integrale im 1. kanonischen Fundamentalsystem sind durch die Gleichung (30) definiert für $\Re(x)$ grösser als diejenige der Zahlen a_s, deren reeller Teil am grössten ist. Sie sind meromorphe Funktionen von x mit Polen in den Punkten

$$a_s - n \qquad \begin{pmatrix} s = 1, 2, \ldots, p \\ n = 0, 1, 2, \ldots \end{pmatrix}.$$

Es kommt dann besonders darauf an, diese in der Umgebung des Punktes ∞ zu untersuchen. Setzt man in (30) die Reihen (27) ein und integriert gliedweise, findet man eine Entwickelung der Form:

$$u_j(x) \sim a_j^x \Phi_s(x), \tag{32}$$

wo $\Phi_s(x)$ ein Ausdruck der Form (12) ist, nur sind die Fakultätenreihen im allgemeinen divergent, es sei denn, dass $t = 0$ die dem a_j am nächsten liegende singuläre Stelle ist. Diese Entwickelung stellt $u_j(x)$ asymptotisch innerhalb des Winkelraumes dar:

$$\frac{\pi}{2} - \varepsilon > \operatorname{Arg} x > -\frac{\pi}{2} + \varepsilon.$$

Die Integrale im 2. kanonischen Fundamentalsystem sind durch (31) definiert für $\Re(x)$ kleiner als diejenige der Wurzeln γ_s, deren reeller Teil am kleinsten ist. Sie sind meromorphe Funktionen mit Polen in den Punkten

$$\gamma_s + n \qquad \begin{pmatrix} s = 1, 2, \ldots, p \\ n = 0, 1, 2, \ldots \end{pmatrix}.$$

Bei gliedweiser Integration findet man eine Entwickelung der Form:

$$U_j(x) \sim a_j^x \Psi_s(x), \tag{33}$$

wo $\Psi_s(x)$ die durch (17) angegebene Bedeutung hat, doch sind die Fakultätenreihen im allgemeinen divergent; diese Entwickelung stellt $U_j(x)$ asymptotisch innerhalb des Winkelraumes dar:

$$\frac{3\pi}{2} - \varepsilon > \operatorname{Arg} x > \frac{\pi}{2} + \varepsilon.$$

Die Winkelräume, innerhalb welcher die asymptotischen Werte der Integrale sich so unmittelbar bestimmen lassen, ergänzen einander. Um die Integrale in der ganzen Umgebung von $x = \infty$ zu untersuchen, liegt es deshalb nahe, Relationen zwischen den beiden kanonischen Fundamentalsystemen zu suchen. Diese Relationen haben eine sehr einfache Form. Um sie zu bestimmen, kann man in $u_j(x)$ den Integrationsweg l_j ändern, doch ohne irgend einen singulären Punkt zu überschreiten, bis er zuletzt aus einer Reihe von Schleifen $L_1, \ldots, L_k$ besteht und einem Kreis mit Null als Zentrum, dessen Radius wir über jede Grenze hinaus wachsen lassen. Es möge a_j eine n-doppelte Wurzel in der charakteristischen Gleichung sein und

$$a_{j-r+1} = a_{j-r+2} = \ldots = a_{j-r+n}.$$

Man findet dann folgende Gleichung:

$$u_j(x) = U_j(x) + \sum_{\nu=j-r+1}^{\nu=k} \pi_{j,\nu}(x)\, U_\nu(x) + e^{2\pi i x} \sum_{\nu=1}^{\nu=j-r} \pi_{j,\nu}(x)\, U_\nu(x) \quad (j = 1, 2, \ldots, k), \tag{34}$$

wo

$$\pi_{j,\nu}(x) = \sum_{s=1}^{s=p} \left(\frac{A_{j,s}^{(\nu)}}{e^{2\pi i(x-a_s)} - 1} + \frac{B_{j,s}^{(\nu)}}{(e^{2\pi i(x-a_s)} - 1)^2} + \cdots + \frac{M_{j,s}^{(\nu)}}{(e^{2\pi i(x-a_s)} - 1)^{m_s}} \right). \tag{35}$$

m_s bezeichnet hier die Multiplizität der Wurzel a_s, und die von x unabhängigen Konstanten $A, B, \ldots, M$ können bestimmt werden, wenn wir die Gruppe für die Differentialgleichung (26) als bekannt voraussetzen. Diese Relationen bilden einen Kernpunkt in der Theorie. Mit den asymptotischen Gleichheiten (32) und (33) verglichen zeigen sie, wie sich jedes der kanonischen Integrale verhält, wenn x gegen ∞ längs einer willkürlichen Linie wächst. Die Umgegend des Punktes ∞ wird in eine Reihe Winkelräume geteilt, von welchen der eine eine Öffnung hat, die $\geqq \frac{\pi}{2}$ ist; innerhalb jedes dieser Winkelräume wird $u_j(x)$ asymptotisch durch eine Entwicklung der Formen (32) oder (33) dargestellt, aber dasselbe Integral wird innerhalb verschiedener Winkelräume durch verschiedene asymptotische Entwicklungen dargestellt.

Die Bestimmung der Konstanten $A, B, \ldots, M$ durch Deformation des Integrationsweges in dem Laplace'schen Integral (30) ist eine ziemlich umständliche Operation. Man kann aber — jedenfalls für eine speziellere Klasse von Gleichungen — in einer direkteren Weise zu den Gleichungen (34) gelangen.

Betrachten wir eine Gleichung der Form

$$\sum_{i=0}^{i=k} Q_i(x)\, \Delta_{-1}^{i} u(x) = 0\,, \tag{36}$$

wo die Koeffizienten $Q_i(x)$ Polynomien sind, deren Grad mit der Merkzahl abnimmt, d. h. dass, wenn $Q_k(x)$ p-ten Grades ist $(p \geq k)$, so ist $Q_{k-r}(x)$ höchstens $(p-r)$-ten Grades. Die singulären Stellen $a_1, a_2, \ldots, a_k$ fallen hier alle im Punkt 1 zusammen, der notwendigerweise eine singuläre Stelle der Bestimmtheit für die Differentialgleichung (26) ist. Die in den Entwickelungen für die kanonischen Integrale vorkommenden Fakultätenreihen werden deshalb alle konvergent; hieraus folgt aber, dass die asymptotischen Gleichheiten (32) und (33) auch für $\varepsilon = 0$ gelten. Diese Eigenschaft kann zur Bestimmung der Zusammenhangsformeln benutzt werden. Da $u_1(x), \ldots, u_k(x)$ ein Fundamentalsystem bilden, so müssen k Relationen der Form:

$$U_j(x) = \sum_{\nu=1}^{\nu=k} \pi_{j,\nu}(x)\, u_\nu(x) \qquad (j = 1, 2, \ldots, k) \tag{37}$$

existieren, wo

$$\pi_{j,\nu}(x) = \pi_{j,\nu}(x+1).$$

Schreibt man in diesen Gleichungen für x sukzessive $x+1, x+2, \ldots, x+k-1$, so erhält man ein System von k^2 Gleichungen, das zur Bestimmung der periodischen Funktionen dienen kann.

Es möge $D_{j,\nu}(x)$ die Determinante bezeichnen, die aus der Determinante (2) abgeleitet wird, wenn wir in der ν-ten Spalte u_ν durch U_j ersetzen.

Man hat dann

$$\pi_{j,\nu} = \frac{D_{j,\nu}(x)}{D(x)}\,. \tag{38}$$

Man kann nun zeigen, dass die Determinante $D(x)$ gleich

$$D(x) = K \cdot \frac{\Gamma(x-a_1)\,\Gamma(x-a_2)\ldots\Gamma(x-a_p)}{\Gamma(x-\gamma_1+k)\ldots\Gamma(x-\gamma_p+k)} \tag{39}$$

ist, wo K eine von x unabhängige von Null verschiedene Konstante bezeichnet. Hieraus folgt aber, dass $\pi_{j,\nu}(x)$ eine meromorphe Funktion von x, mit Polen in den Punkten

$$\ldots, \gamma_s-2, \gamma_s-1, \gamma_s, \gamma_s+1, \gamma_s+2, \ldots \qquad (s = 1, 2, \ldots, p)$$

ist. Der Zähler hat ja nämlich Pole in den Punkten $\gamma_s-k+n+1$ und a_s-n, und der Nenner hat infolge (39) Pole derselben Ordnung wie der Zähler in den Punkten a_s-n und Nullpunkte in den Punkten γ_s-k-n; n bezeichnet hier eine ganze, nicht negative Zahl.

Lässt man x gegen ∞ wachsen, indem es beständig innerhalb eines Periodenstreifens bleibt, so folgt aus dem Determinantenausdruck (38) in Verbindung mit den für solche Werte von x bekannten asymptotischen Ausdrücken für die kanonischen Integrale, dass

$$\lim_{x=\infty} \pi_{j,j}(x) = \text{Konst.}$$
$$\lim_{x=\infty} \pi_{j,\nu}(x) = 0 \quad \nu \gtrless j.$$

Ein bekannter Satz aus der Theorie der periodischen Funktionen sagt nun aber, dass:

Eine jede eindeutige, überall meromorphe, periodische Funktion von x mit dem Periodizitätsmodul $+1$, die, wenn x gegen ∞ innerhalb eines Periodenstreifens wächst, entweder gegen 0, ∞ oder eine Konstante konvergiert, notwendigerweise eine rationale Funktion von $e^{2\pi i x}$ sein muss.

Hieraus und aus dem oben gesagten folgt dann, dass

$$\pi_{j,\nu}(x) = \varepsilon_{j,\nu} + \sum_{s=1}^{s=p} \left(\frac{A_{j,s}^{(\nu)}}{e^{2\pi i(x-\gamma_s)}-1} + \frac{B_{j,s}^{(\nu)}}{(e^{2\pi i(x-\gamma_s)}-1)^2} + \cdots + \frac{M_{j,s}^{(\nu)}}{(e^{2\pi i(x-\gamma_s)}-1)^{m_s}} \right), \quad (40)$$

wo m_s die Multiplizität des Poles γ_s bezeichnet und

$$\varepsilon_{j,\nu} = \begin{cases} 1 & \nu = j \\ 0 & \nu \lessgtr j \end{cases}.$$

Es erübrigt noch, die Konstanten $A, B, \ldots, M$ zu bestimmen. Diese stehen in einer einfachen Beziehung zu den Multiplikatoren der Differenzengleichung.

Denken wir uns diese in der Form geschrieben:

$$P(u(x)) = u(x) + P_1(x)\,u(x-1) + \ldots + P_k(x)\,u(x-k) = 0.$$

Pincherle[1] hat gezeigt, dass man zu dieser Gleichung k linear unabhängige Multiplikatoren $\mu_1(x), \mu_2(x), \ldots, \mu_k(x)$ finden kann, d. h. Funktionen, die so beschaffen sind, dass

$$\mu_i(x) \cdot P(u(x)) = \Delta_{-1} I'(u(x)),$$

wo $I'(u(x))$ ein linearer homogener Differenzenausdruck der $(k-1)$-ten Ordnung ist.

Nehmen wir der Einfachheit wegen an, dass alle Pole für $U_j(x)$ einfach sind, und bezeichnen wir mit $2\pi i R_{j,s}$ das Residuum für $U_j(x)$ in γ_s; man hat dann

$$0 = B_{j,s}^{(\nu)} = \ldots = M_{j,s}^{(\nu)}$$

und zeigt leicht, dass

$$A_{j,s}^{(\nu)} = R_{j,s} \cdot \mu_\nu(\gamma_s).$$

Die in den Zusammenhangsformeln zwischen den beiden kanonischen Fundamentalsystemen vorkommenden Konstanten sind also die Pole $\gamma_1, \ldots, \gamma_p$, die Residuen in diesen und die Werte der Multiplikatoren der Differenzengleichung in den Punkten γ_s.

§ 6. Wir haben bisher vorausgesetzt, dass die singulären Stellen für die Differentialgleichung (26) alle Stellen der Bestimmtheit sind. Wenn aber a_j eine singuläre Stelle der Unbestimmtheit ist, so existieren für die a_j entsprechenden

[1] S. Pincherle e U. Amaldi: Le Operazioni distributive e le loro applicazioni all' Analisi. Bologna 1901. S. 242–246. Siehe auch Wallenberg: Sitzungsberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft; 26. Februar 1908.

Integrale keine asymptotischen Enwickelungen der oben untersuchten Art. Man kann doch von dem Wachsen dieser Integrale eine ungefähre Vorstellung erhalten. Setzen wir $x = \sigma + i\tau$; man kann dann eine positive Zahl N so bestimmen, dass für $\sigma > N$ die Ungleichheit

$$e^{-\eta\sigma} < |u_j(x)\, a_j{}^{-x}| < e^{\eta\sigma}$$

erfüllt ist, wie klein wir auch die positive Zahl η wählen.

Es seien die singulären Punkte Stellen der Bestimmtheit oder nicht, so kann man ein Fundamentalsystem von Integralen bestimmen, die meromorphe Funktionen von $x = re^{iv}$ sind, und jedem dieser Integrale entspricht eine Funktion $\lambda(v)$ derart beschaffen, dass die Ungleichheiten

$$e^{(\lambda(v)-\varepsilon)r} < |u_j(x)| < e^{(\lambda(v)+\varepsilon)r}$$

für genügend grosse Werte von r erfüllt sind, wie klein wir auch die positive Zahl ε wählen.

$\lambda(v)$ ist eine reelle, kontinuierliche, periodische Funktion von v mit der Periode 2π; sie kann von einer Reihe von Sinusbögen zusammengesetzt werden und ist positiv in einem Intervall von der Länge l wo $2\pi > l \geqq \pi$.

§ 7. Die Laplace'sche Transformation (25) ist nicht die einzige Integraltransformation, die mit Vorteil zur Lösung von linearen Differenzengleichungen angewendet werden kann. Betrachten wir die Differenzengleichung:

$$\left.\begin{aligned} &Q(x)\underset{-1}{\Delta^k}u(x)+\binom{\xi+k}{1}\underset{+1}{\Delta}Q(x)\underset{-1}{\Delta^{k-1}}u(x)+\binom{\xi+k}{2}\underset{+1}{\Delta^2}Q(x)\underset{-1}{\Delta^{k-2}}u(x)+\ldots+\binom{\xi+k}{k}\underset{+1}{\Delta^k}Q(x)\,u(x)\\ &-R(x)\underset{-1}{\Delta^{k-1}}u(x)-\binom{\xi+k-1}{1}\underset{+1}{\Delta}R(x)\underset{-1}{\Delta^{k-2}}u(x)-\ldots-\binom{\xi+k-1}{k-1}\underset{+1}{\Delta^{k-1}}R(x)\,u(x)=0\end{aligned}\right\}, \quad (41)$$

wo ξ ein von x unabhängiger Parameter ist, während $Q(x)$ ein Polynomium vom k-ten Grade ist und $R(x)$ ein Polynomium, dessen Grad $< k$ ist, und wo wir

$$\binom{\xi}{i} = \frac{\xi(\xi-1)\ldots(\xi-i)}{1\cdot 2\ldots i}$$

gesetzt haben. Diese Gleichung ist mit einer von POCHHAMMER[1] untersuchten Differentialgleichung analog, die nachher von JORDAN[2] eine sehr elegante Behandlung erhalten hat.

Setzen wir

$$u(x) = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{\Gamma(t-x-\xi)}{\Gamma(t-x+1)}\, v(t)\, dt, \quad (42)$$

und versuchen wir $v(t)$ und den Integrationsweg so zu bestimmen, dass $u(x)$ die Differenzengleichung (41) befriedigt. Man sieht leicht, dass

[1] Crelle's Journal Bd. 71 S. 317, 1870.

[2] Cours d'Analyse Bd. III S. 240, Paris 1896.

$$\Delta_{-1}^{i} u(x) = \frac{(\xi+1)(\xi+2)\dots(\xi+i)}{2\pi i}\int \frac{\Gamma(t-x-\xi)}{\Gamma(t-x+i+1)}\, v(t)\,dt \qquad (i=1,2,\dots,k);$$

setzt man diese Ausdrücke in (41) ein, so findet man:

$$(\xi+k)\int \frac{\Gamma(t-x-\xi)}{\Gamma(t-x+k+1)}\, v(t)\left\{Q(x)+\frac{t-x+k}{1!}\Delta_{+1}Q(x)+\dots+\frac{(t-x+k)\dots(t-x+1)}{k!}\Delta_{+1}^{k}Q(x)\right\}dt =$$

$$=\int \frac{\Gamma(t-x-\xi)}{\Gamma(t-x+k)}\, v(t)\left\{R(x)+\frac{t-x+k-1}{1}\Delta_{+1}R(x)+\dots+\frac{(t-x+k-1)\dots(t-x+1)}{(k-1)!}\Delta_{+1}^{k-1}R(x)\right\}dt.$$

Da aber nun

$$Q(t) = Q(x)+\frac{t-x}{1}\Delta_{+1}Q(x)+\frac{(t-x)(t-x-1)}{1\cdot 2}\Delta_{+1}^{2}Q(x)\dots,$$

so wird diese Gleichung auf

$$\int \frac{\Gamma(t-x-\xi)}{\Gamma(t-x+k+1)}\, v(t)\left\{(\xi+k)\,Q(t+k)-(t-x+k)\,R(t+k+1)\right\}dt = 0 \qquad (43)$$

reduziert.

Wir bestimmen nun $v(t)$ so, dass die Differenzengleichung

$$Q(t+k)\,v(t)-Q(t+k-1)\,v(t-1) = R(t+k-1)\,v(t) \qquad (44)$$

befriedigt wird. (43) wird dabei auf

$$\int \frac{\Gamma(t-x-\xi+1)}{\Gamma(t-x+k+1)}\,Q(t+k)\,v(t)\,dt = \int \frac{\Gamma(t-x-\xi)}{\Gamma(t-x+k)}\,Q(t+k-1)\,v(t-1)\,dt \qquad (45)$$

reduziert.

Der Integrationsweg muss also derart gewählt werden, dass er in diesem Integral den Axen der imaginären Zahlen parallel um eine Längeneinheit verschoben werden kann, ohne dass der Wert des Integrals dabei verändert wird.

Es mögen die Zahlen α_s die Nullpunkte für $Q(t+k)$ bezeichnen und die Zahlen γ_s die Nullpunkte für $Q(t+k+\xi)-R(t+k+\xi-1)$. Diese Zahlen haben dann dieselbe Bedeutung wie in § 5, und die Differenzengleichung (44) kann in der folgenden Form geschrieben werden:

$$v(t+1) = \frac{(t-\alpha_1)(t-\alpha_2)\dots(t-\alpha_k)}{(t-\gamma_1-\xi+1)\dots(t-\gamma_k-\xi+1)}\,v(t). \qquad (46)$$

Setzen wir:

$$\frac{1}{\Phi(t)} = \Gamma(1+\alpha_1-t)\,\Gamma(1+\alpha_2-t)\dots\Gamma(1+\alpha_k-t)\,\Gamma(1-\gamma_1-\xi+t)\dots\Gamma(1-\gamma_k-\xi+t).$$

Die ganze transcendente Funktion $\Phi(t)$ ist dann ein partikuläres Integral der Differenzengleichung (46).

Wir teilen wie oben die γ in Gruppen. Mag $\gamma_s, \dots, \gamma_{s+p}$ eine solche sein, und denken wir uns sie so geordnet, dass

$$\Re(\gamma_s) \geqq \Re(\gamma_{s+1}) \geqq \dots \geqq \Re(\gamma_{s+p}).$$

Einer solchen Gruppe entsprechend bestimmen wir eine Reihe Funktionen $v_s(t)$ durch folgende Gleichungen:

$$v_{s+i}(t) = \Phi(t) \cdot \frac{\pi}{\sin \pi(\xi + \gamma_s - t)} \cdots \frac{\pi}{\sin \pi(\xi + \gamma_{s+i} - t)} \qquad (i = 0, 1, 2, \ldots p). \tag{47}$$

$I(x)$ möge den imaginären Teil von x bezeichnen, und bestimmen wir zwei Zahlen a_s und b_s so, dass

$$I(b_s) > I(\gamma_s + \xi) > I(a_s).$$

Man kann dann ein Fundamentalsystem von Integralen der Differenzengleichungen (41) durch die Gleichungen

$$u_s(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a_s - \infty}^{a_s + \infty} \frac{\Gamma(t - x - \xi)}{\Gamma(t - x + 1)} v_s(t)\, dt - \frac{1}{2\pi i} \int_{b_s - \infty}^{b_s + \infty} \frac{\Gamma(t - x - \xi)}{\Gamma(t - x + 1)} v_s(t)\, dt \qquad (s = 1, 2, \ldots, k) \tag{48}$$

bestimmen.

Diese Integrale sind konvergent, wenn

$$\Re(\gamma_1 + \gamma_2 + \ldots + \gamma_k - a_1 - a_2 - \ldots - a_k + (k-1)\xi) < k$$

und vorausgesetzt, dass $x + \xi$ nicht auf dem Integrationsweg liegt.

Es möge γ_{s+i} die $(i+1)$-te Wurzel innerhalb einer Wurzelgruppe sein (jede Wurzel eine Anzahl Male mitgerechnet, die der Multiplizität der Wurzel gleich ist). Man kann dann zeigen, dass das dem γ_{s+i} entsprechende Integral $u_{s+i}(x)$ eine meromorphe Funktion von x ist, die Pole von der $(i+1)$-ten Ordnung in den Punkten γ_{s+i}, $\gamma_{s+i} + 1$, $\gamma_{s+i} + 2$, ... hat. Jedes dieser Integrale besitzt also, im Gegensatz zu den oben untersuchten kanonischen Integralen, nur eine einzelne Reihe Pole[1]).

[1] In der Litteratur der letzten Jahre giebt es mehrere Arbeiten, lineare Differenzengleichungen betreffend, die mit Vorstehendem Berührungspunkte haben. Wir müssen uns hier darauf beschränken, diese Arbeiten nur zu erwähnen:

H. Poincaré, American Journal of Mathematics, Bd. VII, S. 203—264, 1885.

É. Picard, Traité d'Analyse, Bd. III, S. 419—424. Paris 1908.

O. Perron, Crelle's Journal, Bd. 136, S. 17—37, 1909; Bd. 137, S. 6—64, 1909. Mathematische Annalen, Bd. 66, S. 446—487, 1909. Acta mathematica, Bd. 34, S. 109—137, 1911.

J. Horn, Mathematische Annalen, Bd. 53, S. 117—192, 1900. Crelle's Journal, Bd. 138, S. 159—191, 1910.

Galbrun, Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Paris, 5 avril 1909; 6 décembre 1909; 24 janvier 1910.

Ford, Annali di Matematica, Serie 3, Bd. 13, S. 313—328, 1907. Transactions of the American Mathematical Society, Bd. 10, S. 319—336, 1909.

G. Wallenberg und A. Guldberg, Theorie der linearen Differenzengleichungen. Leipzig und Berlin 1911.

UNTERSUCHUNGEN

UEBER DIE

EIGENBEWEGUNGEN FUER 140 STERNE DES IV. SECCHISCHEN TYPUS

MITTELS AELTERER UND EIGENER BEOBACHTUNGEN

VON

N. E. NØRLUND

D. KGL. DANSKE VIDENSK. SELSK. SKRIFTER, 7. RÆKKE, NATURVIDENSK. OG MATHEM. AFD. VI. 9

KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1912

Mit dem Meridiankreis der Kopenhagener Universitäts-Sternwarte habe ich für 166 Sterne des IV. Secchischen Typus eine Reihe Positionsbestimmungen ausgeführt, die in den Astronomischen Nachrichten Nr. 4514[1] veröffenlicht worden sind. Für 140 von diesen Sternen liegen ältere Positionsbestimmungen vor; im folgenden sollen die Eigenbewegungen dieser Sterne untersucht werden. Diese Eigenbewegungen, die sich alle als sehr klein herausgestellt haben und in vielen Fällen überhaupt keinen Anspruch auf Realität haben können, sind von Professor J. C. Kapteyn[2] zur Ableitung der mittleren Parallaxe der Sterne des IV. Typus angewandt worden. Das Arbeitsprogramm ist nach den von den Herren Dunér[3], Espin[4] und Fr. Krüger[5] veröffentlichten Listen zusammengestellt worden. Es gibt in diesen Verzeichnissen eine beträchtliche Anzahl Variable, für viele von diesen gelang es aber infolge zu geringer Lichtstärke nicht, eine genügende Anzahl Meridianbeobachtungen zu sichern.

Ich habe mich bestrebt, die Untersuchung der Eigenbewegungen so weit wie möglich auf alle veröffentlichten Positionsbestimmungen zu fussen; für die älteren Meridianbeobachtungen habe ich durch das Entgegenkommen des Herrn Ober.-Geh.-Reg.-Rat A. Auwers eine Abschrift des Zettelkataloges der „Geschichte des Fixsternhimmels“ erhalten. Da sich hiernach doch noch ein fühlbarer Mangel an früheren Positionen zeigte, habe ich verschiedentlich Material benutzt, das noch nicht in definitiver Form vorliegt. So habe ich nicht allein einige Positionen aus Jahreskatalogen mitgenommen, die erst später zu einem Generalkatalog zuzammengestellt werden sollen, sondern alle veröffentlichten Zonen des photographischen Himmelkataloges durchsucht. (Mehrere von mir beobachteten Sterne kommen auf den Katalogplatten gar nicht vor, wahrscheinlich auf Grund ihrer stark rötlichen Farbe). Auch Anschluss-Sterne habe ich mitgenommen; denn wenn man auch nicht

[1] Publ. og m. Meddel. fra Københavns Observatorium. No. 3.

[2] J. C. Kapteyn: On the average parallax of the stars of the 4th type as compared to that of stars of other types. Astrophysical Journal vol. 32, p. 91—95, 1910.

[3] N. C. Dunér: On the spectra of stars of class III b. Astrophysical Journal vol. 9, p. 119—132, 1899.

[4] Espin: Revised Catalogue of the Stars of the 4th type. Monthly Notices of the royal astronomical Society vol. 58, p. 443.

[5] Fr. Krüger: Die roten Sterne. Mitteilungen der Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik 1904.

sagen kann, dass für diese eine neue Beobachtung vorliegt, so beruht die Bestimmung der Plattenkonstanten doch oft auf 20 oder mehr Positionen, so dass man doch zugeben muss, dass eine Ausgleichung zu Stande kommt; es entsteht aber ein gewisses Band zwischen den so erhaltenen Positionen und einer oder mehreren der früheren, welches bewirkt, dass die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate eigentlich nicht ganz zulässig ist.

Nach der Zusammenstellung der Katalogpositionen wurden diese auf das Aequinoktium 1875,0 reduziert. Zur Präzessionsberechnung wurden NEWCOMBS Konstante und DOWNINGS Tafeln benutzt; die Berechnung wurde durch Vergleichung mit den A. G.-Präzessionen kontrolliert. Die seculären Variationen wurden ebenfalls mittels der Downingschen Tafeln berechnet und mit Hilfe von PSILANDERS[1] Tafeln kontrolliert; das 3. Glied berechnete man mittels KLOOCK's[2] Tafeln. Danach sind die Positionen mittels AUWERS'[3] systematischer Korrektionen auf das System des Fundamentalkataloges des Berliner Jahrbuchs reduziert, und die Eigenbewegungen und die definitiven Positionen, die im untenstehenden Verzeichnis enthalten sind, wurden durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Als Grundlage für die Gewichtsbestimmungen sind AUWERS' Tabellen in den Astr. Nachr. Nr. 3615—16, 3844, 3887—88 benutzt worden. Für die Kataloge, die in diesen Verzeichnissen nicht vorkommen, habe ich die Gewichte mit Hilfe der in den betr. Katalogen angegebenen mittleren Fehler abgeleitet, und unter Benutzung der von AUWERS angenommenen Gewichtseinheit $0.^s0381$ sec δ in RA. und $0.''396$ in Decl.

Im Uebrigen habe ich bei der Behandlung der einzelnen Kataloge und deren systematischen Korrektionen die Untersuchungen von ARGELANDER, KÜSTNER, SCHRÖTER und BATTERMANN benutzt.

In bezug auf die einzelnen Kataloge soll nur folgendes bemerkt werden:

PIAZZI. Da alle die hier untersuchten Sterne nur geringe Eigenbewegung haben, habe ich als Epoche 1803.0 angenommen.

LALANDE. Die Positionen sind direkt aus der Histoire Céleste mittels VON ASTENS Hilfstafeln berechnet worden.

Astronomische Beobachtungen auf der Sternwarte zu Bonn. Bd. VI. An alle Deklinationen habe ich die auf p. XIV in der Einleitung angegebene Korrektion für die „Lage" des Instruments angebracht. Um auf die Diskontinuität in den Beobachtungen Rücksicht zu nehmen, die Anfang des Jahres 1859 eingetreten ist, habe ich bei allen Beobachtungen, deren Epoche vor 1859 liegt, eine Korrektion von $-0.''4$ in Decl. angebracht, während die Korrektion von $0.''06$ schon von ARGELANDER angebracht ist. Schliesslich habe ich die von KÜSTNER (Veröff. der Königlichen Sternwarte zu Bonn Nr. 2, p. 5) angegebene Reduktion angebracht.

[1] Lunds Universitets Årsskrift, Bd. 35, Afdeln. 2, Nr. 7, Lund 1899.

[2] Publikation der Königlichen Sternwarte in Kiel, Nr. 5.

[3] A. AUWERS: Tafeln zur Reduction von Sternkatalogen auf das System des Fundamentalkataloges des Berliner Jahrbuches. Ergänzungsheft zu den Astronomischen Nachrichten Nr. 7.

ARGELANDER-ÖLTZEN. Die von ARGELANDER für eine Anzahl Zonen in der Vierteljahrsschrift Bd. 8, p. 226 ff. mitgeteilten Spezialkorrektionen habe ich berücksichtigt und mit den systematischen Korrektionen vereinigt.

SANTINI. Für die beiden ersten Santinischen Kataloge habe ich die von ARGELANDER gefundenen Reduktionen zu Cat. Ab.

$$CA - Si_1 = -0^s.009 + 1.''75 \qquad CA - Si_2 = -0.^s036 + 2.''15$$

angewandt und dieselben in die Kolumne: *Red.*, mit den systematischen Reduktionen für Catalogus Aboensis vereinigt, aufgeführt.

BESSEL-WEISSE. Die Positionen sind für die Zonen nicht aufs neue berechnet, sondern den Weisseschen Katalogen entnommen worden, da mir die Lutherschen Tafeln nicht zugänglich waren. Die Positionen in $Weisse_2$ habe ich dann mittels der von RISTENPART im Bd. IV der Veröffentlichungen der Karlsruher Sternwarte gegebenen Werte auf LUTHER reduziert. Ferner habe ich die von AUWERS in der Einleitung zu A. G.-Katalog Stück 11 gegebenen systematischen Korrektionen angebracht.

D'AGELET-GOULD. Für die Reduktion von GOULD's Katalog wurde in RA. die von KÜSTNER (l. c.) angegebene Korrektion $+ 0.^s12$ angewandt. In Deklination ist die Reduktion nicht so einfach; ich habe mich auf Herrn JOST's Untersuchungen gestützt (Parallaxenbestimmungen aus Durchgangsbeobachtungen, Dissertation Karlsruhe 1903, p. 20).

Catalogue photographique du Ciel. Als Reduktionselemente habe ich überall die in den betr. Katalogen angegebenen provisorischen Plattenkonstanten benutzt. Da man noch genügende Aufklärungen über die systematischen Fehler vermisst, die von dem Durchmesser und von der Entfernung des Sternes vom Zentrum der Platte abhängen, habe ich die Beobachtungen ohne irgend welche systematische Korrektion benutzt. Die Gewichte beruhen auf die in den Katalogen angegebenen mittleren Fehler; ich habe doch ausserdem auf die Entfernung des Sternes vom Mittelpunkt der Platte und in vielen Fällen auch auf die Sicherheit der Plattenkonstanten Rücksicht genommen, indem ich viele Anschlusssterne zurückgerechnet habe.

Die Bedeutung der verschiedenen Kolumnen der nachstehenden Tabelle geht unmittelbar aus dem Gesagten hervor. In der 2. Kolumne habe ich die von AUWERS vorgeschlagenen Abkürzungen[1] benutzt.

Die 7. und 13. Kolumne enthält die systematischen Korrektionen und die 9. und 15. Kolumne die Gewichte. Die beiden letzten Kolumnen enthalten die Differenzen zwischen den beobachteten und den ausgeglichenen Werten. Unter jedem Stern sind die durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate gefundenen Eigenbewegungen in RA. (μ_α) und Decl. (μ_δ) angegeben.

[1] Vergleiche auch RISTENPART's Fehlerverzeichnis.

Nr. 1. BD + 49°41

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		
1	Bo	184	75	1881,2	0 10 55,55	3	−0,08	55,47	0,4	1881,2	+49 35 33,3	3	+0,1	33,4	0,3	
2	Kop	1	00	1907,8	12 14,32	4	—	55,53		1907,8	43 54,0	4	—	33,5		

$\mu_\alpha = +0^s,0022$ $\mu_\delta = +0'',004$

Nr. 2. BD + 43°53

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Bo VI	53	55	1859,9	0 12 15,38	2	+0,02	18,27	0,2	1859,9	+43 54 15,3	2	−1,1	54,6	0,2	+0,01 −1,5
2	Pu Mo	16	55	1862,7	12 15,41	3	−0,00	18,28	0,6	1862,7	54 15,8	3	+0,2	56,4	0,7	+0,03 +0,4
3	Bo	219	75	1876,9	13 18,26	2	−0,08	18,18	0,3	1876,9	44 0 56,3	2	+0,3	56,6	0,2	−0,01 +0,9
4	Du_4	3	75	1878,2	13 18,11	3	—	18,11	0,3	1878,2	0 55,4	3	—	55,4	0,3	−0,08 −0,2
5	Kop	2	00	1908,5	14 36,84	2	—	18,07	0,6	1908,5	9 16,7	2	—	56,4	0,4	+0,01 +1,5

$\mu_\alpha = -0^s,0043$ $\mu_\delta = -0'',024$

Nr. 3. BD + 2°37

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	349	00	1794,9	0 9 53,95	1	+0,12	44,59	0,01	1794,9	+ 1 55 22,3	1	−2,5	22,0	0,02	−0,10 +0,4
2	W	212	25	1822,0	11 11,12	1	−0,03	44,80	0,06	1822,0	2 3 41,1	1	−0,1	22,1	0,08	+0,11 +0,2
3	Mo Z	11	60	1859,9	12 58,58	4	−0,03	44,67	1,0	1859,9	15 21,5	4	+0,1	21,8	1,0	−0,04 −0,4
4	Kli	79	60	1861,9	12 58,65	1	—	44,77	0,05	1861,9	15 24,6	1	—	24,8	0,05	+0,06 +2,5
5	Ya	137	60	1862,1	12 58,57	5	+0,01	44,70	0,9	1866,9	15 24,2	3	−0,1	24,3	0,3	−0,01 +2,0
6	Par_3	314	75	1875,0	13 44,70	6	+0,06	44,76	0,8	1874,9	20 22,8	7	−0,2	22,6	1,0	+0,05 +0,2
7	Alb	55	75	1879,5	13 44,71	3	−0,03	44,68	0,9	1879,5	20 22,0	3	+0,3	22,3	0,6	−0,03 −0,1
8	Mod	14	00	1899,1	— —	7	—	44,73	0,8	1899,1	— —	7	—	22,8	0,6	+0,01 +0,2
9	Cp_{00}	35	00	1902,9	15 1,59	5	—	44,70	1,1	1902,9	28 43,1	5	—	22,9	1,0	−0,02 +0,2
10	Abb	VII	00	1907,9	15 1,62	3	—	44,73	2,0	1907,9	28 42,8	3	—	22,6	1,5	+0,01 −0,1
11	Kop	3	00	1908,9	15 1,59	5	—	44,70	1,4	1908,9	28 42,4	6	—	22,2	1,0	−0,02 −0,5

$\mu_\alpha = +0^s,0003$ $\mu_\delta = +0'',010$

Nr. 4. BD + 34°56

					h m s		s				° ′ ″		″			s ″
1	W_2	501	25	1828,8	0 18 17,81	1	+0,04	55,38	0,06	1828,8	+34 37 7,1	1	−0,1	45,8	0,08	+0,26 +0,4
2	Lei	133	75	1872,3	20 55,09	2	−0,04	55,05	0,9	1872,3	53 44,7	2	+0,1	44,8	0,6	−0,05 +0,3
3	Lu Anh.	39	75	1878,9	20 55,10	2	−0,06	55,04	0,5	1878,9	53 43,7	2	−0,1	43,7	0,5	−0,06 −0,6
4	Lu	155	75	1886,3	20 55,25	2	−0,06	55,19	0,5	1886,3	53 44,1	2	−0,1	44,0	0,5	+0,09 −0,2
5	Kü	165	00	1897,8	22 14,08	2	0,00	55,08	2,4	1897,8	+35 2 3,2	2	+0,1	44,2	1,7	−0,01 +0,3
6	Kop	4	00	1908,7	22 14,12	5	—	55,12	1,4	1907,7	2 2,9	3	—	43,9	1,0	+0,03 +0,2

$\mu_\alpha = -0^s,0004$ $\mu_\delta = -0'',022$

Nr. 5. BD + 25°205

Nr.	Katalog	Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal*) 2249/51	00	1793,6	1 5 12,37	2	+0,17	16,34	0,02	1793,6	+24 42 31,1	2	−1,7	29,0	0,03	+0,13 −0,2
2	W_2 141/2	25	1828,3	6 33,70	2	+0,05	16,41	0,1	1828,3	50 25,4	2	+0,4	24,7	0,1	+0,22 −4,5
3	Pu Mo 115	55	1861,7	8 10,99	1	+0,03	16,14	0,2	1861,7	25 0 5,6	1	+0,3	29,0	0,2	−0,03 −0,2
4	Par_2 1599	60	—	— —	—	—	—	—	1858,7	1 44,0	1	−0,1	31,0	0,2	— +1,8
5	Du_4 7	75	1877,4	9 16,06	4	—	16,06	0,4	1877,4	6 29,1	4	—	29,1	0,4	−0,10 −0,1
6	Par_3 1599	75	1877,6	9 16,16	3	+0,01	16,17	0,5	1877,6	6 29,5	3	+0,4	29,9	0,3	+0,01 +0,7
7	Cbr. E. 729	75	1878,9	9 16,22	4	−0,04	16,18	0,6	1878,9	6 29,9	4	+0,4	30,3	0,5	+0,02 +1,1
8	Berl B 379	75	1880,7	9 16,17	3	−0,02	16,15	2,8	1880,7	6 28,9	3	+0,3	29,2	2,0	−0,01 0,0
9	Kü 512	00	1896,9	10 37,65	2	0,00	16,13	2,4	1896,9	14 27,2	2	−0,1	29,0	1,7	−0,02 −0,2
10	Ox. ph. + 26° 3023	00	1907,8	10 37,84	1	—	16,32	0,8	1907,8	14 27,2	1	—	29,2	0,4	+0,17 0,0
11	Gr. 1906	10	1906,3	11 10,30	1	—	16,14	1,2	1906,3	17 37,6	1	—	28,6	0,5	−0,01 −0,6
12	Kop 7	00	1907,5	10 37,66	5	—	16,14	1,4	1907,5	14 26,9	4	—	28,9	0,8	−0,01 −0,3

$\mu_\alpha = -0^s,0006$ $\mu_\delta = -0'',000$

*) Die Decl. von Lal. ist nach Argelander um + 1′ verbessert worden.

Nr. 6. BD + 60°399

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		
1	Hels 1732	75	1880,9	1 49 43,99	4	−0,05	43,94	0,6	1882,3	+60 20 32,3	3	−0,2	32,1	0,3	
2	Kop 10	00	1908,8	51 27,92	2	--	43,82	0,9	1908,9	27 56,8	5	—	32,8	0,7	

$\mu_\alpha = -0^s,0043$ $\mu_\delta = +0'',024$

Nr. 7. BD + 11°305

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal 4149	00	1793,9	2 4 15,58	1	+0,14	16,71	0,01	1793,9	+11 17 55,7	1	−2,0	15,1	0,02	+0,55 +2,3
2	W 96	25	1822,9	5 35,52	1	−0,01	16,26	0,06	1822,9	25 0,5	1	0,0	13,2	0,08	+0,05 −0,2
3	$Rü_2$ 1129	50	1845,	6 55,48	1	+0,01	15,90	0,05	1845,	32 6,5	1	0,0	12,2	0,04	−0,34 −1,7
4	$Mü_1$ 889	80	1843,9	8 32,40	1	+0,17	16,48	0,05	1843,9	40 35,8	1	+1,5	12,4	0,05	+0,24 −1,5
5	Par_2 2791	60	1859,4	7 28,01	2	+0,04	16,30	0,2	1858,0	34 57,3	1	−0,2	12,3	0,2	+0,02 −1,8
6	Kam_2 769	75	1874,9	8 16,13	2	—	16,13	0,2	1874,9	39 14,1	2	—	14,1	0,2	−0,16 −0,4
7	Par_3 2791	75	1880,0	8 16,41	1	+0,05	16,46	0,1	1880,0	39 17,6	1	−0,2	17,4	0,2	+0,16 +2,8
8	Lpz I 661	75	1883,6	8 16,32	3	−0,05	16,27	0,8	1883,6	39 14,3	3	+0,4	14,7	0,5	−0,03 0,0
9	$Mü_2$ 529	80	1885,0	8 32,34	1	+0,02	16,27	0,05	1885,0	40 39,2	1	−0,7	13,6	0,05	−0,04 −1,1
10	Tou ph. Cliché 17 Nr. 17	00	1899,8	9 36,81	1	—	16,31	1,5	1899,8	46 19,3	1	—	15,3	0,7	−0,02 +0,3
11	Kop 11	00	1908,2	9 36,89	5	—	16,39	1,4	1908,3	46 19,3	8	—	15,3	1,0	+0,05 +0,1

$\mu_\alpha = +0^s,0016$ $\mu_\delta = +0'',021$

Nr. 8. BD + 51°575

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Chr. M 1132	75	1877,9	2 18 12,72	2	−0,15	12,57	0,6	1877,9	+51 29 26,4	2	−0,1	26,3	0,2	0,00 0,0
2	Cat. phot. 2150; 390	00	1903,7	19 53,54	1	—	12,74	1,5	1903,7	36 18,3	1	—	26,6	0,9	+0,01 +0,1
3	Kop 12	00	1908,8	19 53,48	1	—	12,69	0,4	1908,8	36 18,0	1	—	26,3	0,2	−0,07 −0,3

$\mu_\alpha = -0^s,0059$ $\mu_\delta = +0'',008$

Nr. 9. BD — 10°513

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.	
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Lal	4811	00	1796,7	2 25 20,43	1	+ 0,08	0,09	0,01	1796,7	— 10 19 36,2	1	— 2,2	34,1	0,02	+ 0,25	+ 1,7
2	W	467	25	1824,0	26 33,28	1	— 0,00	59,69	0,06	1824,0	12 53,4	1	+ 0,2	32,0	0,08	— 0,19	+ 0,2
3	Par_2	3196	60	—	— —	—	—	—	—	1855,0	3 29,7	1	— 0,1	30,8	0,2	—	— 0,3
4	Gou	2707	75	1877,9	28 59,94	4	+ 0,01	59,95	0,8	1877,9	— 9 59 29,0	4	— 0,6	29,6	0,3	+ 0,01	— 0,9
5	Ott	573	00	1894,3	30 13,24	2	— 0,01	59,99	1,2	1894,3	52 52,2	2	+ 0,1	30,2	0,4	+ 0,03	0,0
6	Kop	13	00	1907,8	30 13,21	7	—	59,96	1,8	1907,8	52 51,8	3	—	29,9	0,4	— 0,02	+ 0,1

$\mu_\alpha = + 0^s,0013$ $\mu_\delta = - 0'',023$

Nr. 10. BD + 38°525

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Bo VI	525	55	1858,0	2 29 20,86	1	+ 0,01	35,28	0,05	1858,0	+ 38 32 14,2	1	— 0,4	32,0	0,05	— 0,29	+ 0,3
2	Lu	1294	75	1881,9	30 35,68	2	— 0,13	35,55	0,5	1881,9	37 32,1	2	— 0,1	32,0	0,5	+ 0,03	0,0
3	Kop	14	00	1907,8	32 8,67	2	—	35,46	0,5	1907,7	44 8,2	3	—	32,4	0,5	0,00	0,0

$\mu_\alpha = - 0^s,0021$ $\mu_\delta = + 0'',014$

Nr. 11. BD + 56°724

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″			
1	Hels	2547	75	1872,8	2 41 25,11	7	— 0,05	25,06	0,6	1872,8	+ 56 27 43,8	7	— 0,1	43,7	0,4		
2	Kop	16	00	1908,8	43 14,72	7	—	25,06		1908,8	34 4,6	7	—	44,0			

$\mu_\alpha = 0^s,0000$ $\mu_\delta = + 0'',008$

Nr. 12. BD + 57°647

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″			
1	Hels	2554	75	1874,1	2 41 45,10	2	— 0,05	45,05	0,4	1874,1	+ 57 20 7,3	2	— 0,1	7,2	0,3	—	—
2	Kop	17	00	1907,9	43 35,83	2	—	44,99		1908,5	26 27,1	6	—	6,9		—	—

$\mu_\alpha = - 0^s,0018$ $\mu_\delta = - 0,''009$

Nr. 13. BD + 57°702

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Lal	5740	90	1790,7	2 55 23,65	1	+ 0,35	49,23	0,01	1790,7	+ 57 5 16,7	1	+ 0,2	29,7	0,02	+ 0,06	— 1,8
2	AOe	3493	42	1841,8	59 18,96	1	+ 0,08	49,23	0,1	1841,8	17 45,6	1	+ 0,1	32,4	0,05	+ 0,01	+ 0,9
3	Hels	2812	75	1873,1	3 1 49,27	2	— 0,05	49,22	0,4	1873,1	25 31,7	2	+ 0,0	31,7	0,3	— 0,03	+ 0,1
4	II 10y	985	90	1895,4	2 57,78	5	+ 0,03	49,28	2,6	1895,2	29 2,2	$4\frac{1}{3}$	— 0,1	31,6	1,2	+ 0,01	0,0
5	Kop	18	00	1909,1	3 43,58	9	—	49,28	2,1	1909,1	31 21,7	9	—	31,6	1,7	0,00	0,0

$\mu_\alpha = + 0^s,0009$ $\mu_\delta = + 0'',001$

Nr. 14. BD + 47°783

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Bo VI	783	55	1859,9	3 3 37,58	1	+ 0,02	59,91	0,1	1859,9	+ 47 16 36,9	1	— 0,9	14,2	0,1	— 0,12	— 1,8
2	Bo	2690	75	1875,9	5 0,14	2	— 0,08	0,06	0,3	1875,9	21 16,8	2	+ 0,1	16,9	0,2	+ 0,04	+ 0,9
3	Kop	19	00	1908,6	6 43,13	5	—	59,98	0,6	1908,6	27 1,1	5	—	15,9	0,5	0,00	0,0

$\mu_\alpha = - 0^s,0011$ $\mu_\delta = - 0'',003$

Nr. 15. BD + 43°726

Nr.	Katalog	Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Bo VI 726	55	1859,9	3 17 51,80	1	+ 0,01	12,71	0,1	1859,9	+ 43 39 55,1	1	— 0,9	13,9	0,1	— 0,48 — 0,3
2	Bo VI Nachtr. 726	55	1867,1	17 52,45	1	+ 0,01	13,36	0,1	1867,1	39 53,7	1	— 0,9	12,5	0,1	+ 0,15 — 1,8
3	Bo 2895	75	1876,0	19 13,48	2	— 0,08	13,40	0,2	1876,0	44 15,2	2	+ 0,2	15,4	0,2	+ 0,16 + 1,0
4	Kop 20	00	1907,9	20 54,70	3	—	13,36	0,3	1907,8	49 36,7	5	—	14,7	0,3	0,00 0,0

$\mu_\alpha = + 0^s,0037$ $\mu_\delta = + 0'',011$

Nr. 16. BD + 62°596

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Bo VI 596	55	1861,1	3 29 22,98	3	+ 0,04	4,72	0,5	1861,1	+ 62 10 21,4	3	— 0,1	25,1	0,3	+ 0,17 — 0,2
2	Du_4 27a	75	1876,7	31 4,55	4	—	4,55	0,5	1876,9	14 25,7	3	—	25,7	0,3	— 0,01 + 0,5
3	Hels 3139	75	1878,7	31 4,45	3	— 0,03	4,42	0,5	1878,7	14 24,9	3	0,0	24,9	0,3	— 0,14 — 0,3
4	Kop 21	00	1908,2	33 12,20	3	—	4,59	0,6	1908,2	19 26,4	5	—	25,0	0,5	0,00 0,0

$\mu_\alpha = + 0^s,0008$ $\mu_\delta = - 0'',006$

Nr. 17. BD + 51°762

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A Oe 4004	42	1843,0	3 29 51,38	1	+ 0,06	16,24	0,1	1843,0	+ 50 59 6,0	1	— 0,0	46,3	0,05	+ 0,05 — 1,3
2	Cbr M 1555	75	1872,4	32 16,31	3	— 0,13	16,18	0,7	1872,4	+ 51 5 47,9	3	0,0	47,9	0,3	— 0,01 + 0,5
3	Kop 22	00	1908,7	34 6,25	3	—	16,20	0,9	1908,7	10 46,6	3	—	47,1	0,6	+ 0,01 — 0,1

$\mu_\alpha = + 0^s,0001$ $\mu_\delta + - 0'',007$

Nr. 18. BD + 61°667

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A Oe 4396	42	1842,9	3 52 11,44	1	+ 0,09	1,80	0,1	1842,9	+ 61 21 1,9	1	0,0	48,6	0,05	+ 0,12 — 2,7
2	Hels 3351	75	1876,5	55 1,69	3	— 0,04	1,65	0,5	1876,5	26 52,2	3	0,0	52,2	0,3	— 0,05 + 0,9
3	Kop 23	00	1907,9	57 11,27	8	—	1,74	0,8	1908,0	31 8,9	6	—	51,0	0,5	+ 0,02 — 0,3

$\mu_\alpha = + 0^s,0007$ $\mu_\delta = - 0'',000$

Nr. 19. BD + 50°961

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		
1	A Oe 4623	42	1842,1	4 4 41,07	1	— 0,19	8,61	0,1	1842,1	+ 50 13 20,5	1	+ 0,2	36,6	0,05	— —
2	Cbr M 1780	75	1871,0	7 9,04	2	— 0,15	8,89	0,6	1871,0	18 37,8	2	— 0,0	37,8	0,2	— —

$\mu_\alpha = + 0^s,0097 \pm$ $\mu_\delta = + 0'',041 \pm$

Nr. 20. BD + 36°911

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2 521	25	1832,1	4 22 20,19	1	+ 0,05	38,77	0,06	1832,1	+ 36 18 25,8	1	— 0,4	13,2	0,08	+ 0,09 — 1,1
2	Lu Anh. 166	75	1878,9	25 38,69	1	— 0,08	38,61	0,3	1878,9	25 14,8	1	— 0,1	14,7	0,3	— 0,09 + 0,2
3	Lu 2288	75	1885,0	25 38,80	3	— 0,08	38,72	0,7	1885,0	25 14,7	3	— 0,1	14,6	0,6	+ 0,02 0,0
4	Kop 26	00	1908,1	27 18,17	7	—	38,72	1,5	1908,0	28 33,6	5	—	14,7	0,8	0,00 0,0

$\mu_\alpha = + 0^s,0006$ $\mu_\delta = + 0'',005$

Nr. 21. BD + 65°422[a]

Nr.	Katalog	Äq	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s			s			° ′ ″			″		s ″
1	A. N.*) 149,3	00	1895	4 30 20,82	1	—	55,06	0,5	1895	+65 56 43,6	1	—	30,0	0,5	−0,23 −0,4
2	Gr. ph. +65°1416	00	1896,0	30 21,28	2	—	55,52	3,0	1896,0	56 44,4	2	—	30,7	2,0	+0,32 +0,3
3	Kop 27	00	1908,1	30 21,14	6	—	55,38	2,0	1908,1	56 43,1	4	—	29,5	1,2	0,00 +0,1

*) Bamberg. Heliom. Anschluss an BD + 66°343 und BD + 65°421. Epoche zweifelhaft.

$\mu_\alpha = +0^s,0072$ $\mu_\delta = -0'',072$

Nr. 22. BD + 27°677

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2 623	25	1828,1	4 28 4,55	1	+0,05	10,79	0,06	1828,1	+27 48 50,4	1	+0,4	16,2	0,08	+0,19 +0,2
2	Cbr E. 2130	75	1880,8	31 10,68	3	−0,14	10,54	0,5	1880,8	55 14,8	3	+0,7	15,6	0,5	−0,10 +0,1
3	Ox. ph. +28°8893	00	1899,2	32 43,94	1	—	10,70	0,8	1899,2	58 22,1	1	—	14,1	0,4	+0,04 −1,2
4	Kop 29	00	1908,9	32 43,90	3	—	10,66	0,8	1908,9	58 23,8	2	—	16,0	0,4	−0,01 +0,8

$\mu_\alpha = +0^s,0008$ $\mu_\delta = -0'',010$

Nr. 23. BD + 67°350

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal 8823	90	1790,9	4 29 35,76	1	+0,41	16,99	0,01	1790,9	+67 46 16,1	1	+0,3	41,4	0.02	+0,06 +1,7
2	Grb. 870	10	1811,1	31 37,76	6	−0,01	16,55	0,2	1811,1	48 47,1	6	+0,0	39,9	0,3	−0,36 +0,2
3	A Oe 5129	42	1842,1	34 54,15	1	+0,05	17,28	0,1	1842,1	52 42,9	1	−0,3	38,2	0,05	+0,40 −1,4
4	R C 1302	45	1845,0	35 12,36	4	−0,02	16,90	0,9	1844,3	53 6,7	4	+0,6	41,1	0,3	+0,02 +1,5
5	Jac 146	50	1849,9	— —	4	+0,18	17,07	0,2	1849,9	— —	4	+0,2	39,3	0,1	+0,19 −0,3
6	Par_1 5436	45	—	— —	—	—	—	—	1853,1	53 5,5	36	+0,1	39,4	1,8	— −0,2
7	Rob 1016	40	—	— —	—	—	—	—	1853,6	52 29,3	3	+0,1	39,5	0,2	— −0,1
8	Par_2 5436	60	—	— —	—	—	—	—	1854,1	54 53,7	4	+0,1	39,8	0,5	— +0,2
9	Q 1823	65	—	— —	—	—	—	—	1866,7	55 28,8	3	+0,5	39,7	0,6	— +0,1
10	9y 444	72	1873,0	37 58,25	2	+0,04	16,78	1,5	1873,0	56 18,0	2	−0,3	38,8	0,4	−0,07 −0,8
11	Chri 778	75	1873,6	38 16,97	2	+0,03	17,00	0,8	1873,6	56 39,7	2	−0,1	39,8	0,1	+0,15 +0,2
12	Du_4 41	75	1876,8	38 16,91	4	—	16,91	0,4	1876,8	56 39,2	4	—	39,2	0,5	+0,06 −0,4
13	Re_2 191	80	—	— —	—	—	—	—	1880,1	— —	19	+0,0	40,1	1,0	— +0,5
14	10y 765	80	1883,1	38 47,65	5	+0,07	16,90	2,2	1884,4	57 14,7	11	+0,4	40,2	2,0	+0,06 +0,6
15	Lg 495	90	1888,6	39 49,35	8	−0,01	16,80	1,0	—	— —	—	—	—	—	−0,04 —
16	II 10y 1467	90	1897,0	39 49,27	2	+0,03	16,76	1,0	1897,0	58 24,8	2	−0,1	40,6	0,6	−0,07 +1,0
17	Gr. ph. 67°1520	00	1894,6	40 51,16	3	—	16,82	3,0	1894,6	59 31,6	3	—	39,3	2,0	−0,01 −0,3
81	Kop 30	00	1908,6	40 51,15	9	—	16,81	2,1	1908,6	59 31,6	9	—	39,4	1,7	−0,01 −0,2
19	II 9y 7044	00	1902,4	40 51,21	$5\frac{1}{2}$	—	16,87	1,0	1902,8	59 32,8	6	—	40,5	0,6	+0,05 +0,9

$\mu_\alpha = -0^s,0010$ $\mu_\delta = -0'',001$

Nr. 23 a. BD + 21°702

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2 867	25	1828,0	4 37 21,41	1	+0,06	20,19	0,06	1828,0	+21 48 57,9	1	+0,1	45,6	0,08	+0,45 −2,2
2	Berl. B 1526	75	1881,3	40 19,92	3	−0,04	19,88	2,8	1881,3	54 49,1	3	+0,3	49,4	2,0	+0,02 +1,0
3	Par. ph. 371,51	00	1893,0	41 49,34	1	—	19,87	1,5	1893,0	57 39,0	1	—	49,2	0,7	−0,02 +0,7
4	Abb I	00	1900,0	41 49,36	1	—	19,89	1,5	1900,0	57 37,5	1	—	48,3	1,0	−0,02 −0,3
5	Abb II	00	1903,3	41 49,38	9	—	19,91	3,2	1903,3	57 37,8	9	—	48,6	3,0	0,00 0,0
6	Par 1902	00	1902,9	41 49,24	1	—	19,77	1,5	1902,9	57 37,5	1	—	48,3	1,0	−0,14 −0,3
7	Par 1903	00	1903,0	41 49,67	1	—	20,20	0,7	1903,0	57 37,9	1	—	48,7	0,5	+0,19 +0,1
8	Par 1903	00	1903,1	41 49,44	1	—	19,97	0,7	1903,1	57 38,6	1	—	49,4	0,5	+0,06 +0,8
9	Par 1904	00	1904,0	41 49,36	1	—	19,89	0,7	1904,0	57 36,0	1	—	46,8	0,5	−0,02 −1,8
10	Par 1904	00	1904,0	41 49,42	1	—	19,95	0,7	1904,0	57 38,4	1	—	49,2	0,5	+0,04 +0,6
11	Kop 31	00	1909,0	41 49,43	10	—	19,96	2,3	1909,0	57 38,0	10	—	48,8	1,9	+0,03 +0,1

$\mu_\alpha = +0^s,0023$ $\mu_\delta = +0'',011$

Nr. 24. BD + 34°911

Nr.	Katalog	Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2 879	25	1828,1	4 37 44,38	1	+ 0,05	1,50	0,06	1828,1	+ 34 40 57,4	1	+ 0,1	42,9	0,08	+ 0,22 — 2,0
2	Lei 1778	75	1874,1	41 1,41	2	— 0,05	1,36	0,9	1874,1	46 44,2	2	+ 0,1	44,3	0,6	— 0,04 + 0,8
3	Kü 2080	00	1898,6	42 40,14	2	0,00	1,46	2,4	1898,6	49 30,2	2	+ 0,1	42,6	1,7	0,00 — 0,2
4	Kop 32	00	1907,9	42 40,20	2	—	1,51	0,7	1907,9	49 30,2	4	—	42,6	0,8	+ 0,02 + 0,1

$\mu_\alpha = + 0^s,0026$ $\mu_\delta = - 0''029$

Nr. 25. BD + 28°707

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal 9060	00	1795,0	4 38 59,81	1	+ 0,18	41,04	0,01	1795,0	+ 28 10 14,6	1	— 1,2	39,5	0,02	— 0,28 + 1,6
2	L Bo 48	00	1804,1	38 59,98	1	+ 0,06	41,08	0,01	1804,1	10 12,0	1	— 0,7	37,4	0,02	— 0,24 — 0,6
3	W_2 946	25	1828,1	40 33,70	1	+ 0,05	41,20	0,06	1828,1	13 0,1	1	+ 0,4	34,6	0,00	— 0,12 — 3,6
4	Par_2 5532	60	1858,9	42 45,38	1	+ 0,02	41,67	0,1	—	— —	—	—	—	—	+ 0,35 —
5	Du_4 43	75	1876,9	43 41,34	3	—	41,34	0,3	1876,9	18 39,5	3	—	39,5	0,3	+ 0,02 + 1,0
6	Par_3 5532	75	1877,0	43 41,34	2	+ 0,05	41,39	0,3	1877,0	18 39,5	2	— 0,1	39,4	0,3	+ 0,07 + 0,9
7	Cbr E. 2192	75	1878,4	43 41,28	3	— 0,07	41,21	0,5	1878,4	18 37,9	3	+ 0,5	38,4	0,5	— 0,11 — 0,1
8	Ox. ph.*)	00	1903,0	45 15,17	2	—	41,32	1,0	1903,0	21 20,3	2	—	38,1	0,7	0,00 — 0,6
9	Kop 33	00	1908,2	45 15,16	2	—	41,31	0,7	1908,2	21 20,7	2	—	38,5	0,4	— 0,01 — 0,2

$\mu_\alpha = - 0^s,0000$ $\mu_\delta = + 0'',007$

*) + 28°9278, + 29°11830.

Nr. 26. BD + 38°955

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2 952	25	1832,1	4 40 41,31	1	+ 0,06	4,63	0,06	1832,1	+ 38 12 0,1	1	— 0,8	32,4	0,08	+ 0,01 — 0,2
2	Lu 2390	75	1880,6	44 4,86	2	— 0,08	4,78	0,5	1880,6	17 31,3	2	— 0,1	31,2	0,5	— 0,01 — 0,1
3	Kop 34	00	1909,0	45 46,69	1	—	4,89	0,4	1909,0	20 11,8	1	—	30,5	0,2	0,00 + 0,1

$\mu_\alpha = + 0^s,0036$ $\mu_\delta = - 0'',028$

Nr. 27. BD + 22°770

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2 1012	25	1828,0	4 43 21,50	1	+ 0,05	21,35	0,06	1828,0	+ 22 28 18,0	1	+ 2,7	43,5	0,08	+ 0,30 — 2,0
2	Ya 2127	60	1865,1	45 27,10	3	— 0,00	21,07	0,6	1863,0	32 10,5	2	— 0,2	45,9	0,2	— 0,04 + 0,9
3	Kam_2 1424	75	1880,0	46 21,04	1	—	21,04	0,5	1880,0	33 43,8	1	—	43,8	0,5	— 0,09 — 0,9
4	Kam_2 1425	75	1880,1	46 21,31	3	—	21,31	0,5	1880,1	33 46,8	3	—	46,8	0,3	+ 0,18 + 1,1
5	Berl B 1552	75	1881,0	46 21,15	2	— 0,04	21,11	2,2	1881,0	33 44,8	2	+ 0,4	45,2	1,4	— 0,02 + 0,5
6	Par. ph. 371, 88	00	1893,0	47 51,08	1	—	21,08	1,0	1893,0	36 20,0	1	—	43,3	0,5	— 0,07 — 1,2
7	Par 1903	00	1903,0	47 51,14	1	—	21,13	1,5	1903,0	36 20,9	1	—	44,2	1,0	— 0,03 — 0,2
8	Abb. III	00	1903,0	47 51,19	4	—	21,18	2,3	1903,0	36 20,8	4	—	44,1	1,8	+ 0,02 — 0,3
9	Kop 35	00	1909,1	47 51,18	10	—	21,18	2,3	1909,1	36 21,3	7	—	44,5	1,3	+ 0,01 + 0,2
10	Par. ph. 404, 326	00	1893,1	47 51,15	1	—	21,15	1,0	1893,1	36 21,5	1	—	44,8	0,5	0,00 + 0,3

$\mu_\alpha = + 0^s,0014$ $\mu_\delta = - 0'',016$

Nr. 28. BD + 50°1112

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Kam_2 1466	75	1868,1	4 53 42,64	1	—	42,64	0,5	1868,1	+ 50 26 56,4	1	—	56,4	0,2	— 0,24 + 0,9
2	Cbr. M. 2054	75	1872,1	53 43,25	2	— 0,13	43,12	0,5	1872,1	26 54,6	2	— 0,0	54,6	0,2	+ 0,23 — 0,8
3	Kop 37	00	1908,2	55 38,66	2	—	43,00	0,7	1908,2	29 15,8	1	—	54,9	0,2	— 0,01 0,0

$\mu_\alpha = + 0^s,0032$ $\mu_\delta = - 0'',016$

Nr. 29. BD — 15°915

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	R C_2	564	60	1857,6	4 53 14,10	7	— 0,02	55,01	0,7	1857,3	— 15 1 13,2	5	+ 0,6	46,8	0,3	+ 0,00 — 0,7
2	Pu Mo	456	55	1860,9	53 0,30	1	+ 0,00	54,86	0,2	1860,9	1 41,8	1	+ 0,5	46,5	0,2	— 0,14 — 0,4
3	Bo VI	143	50	1862,4	52 46,82	9	— 0,05	54,97	0,7	1862,2	2 9,3	8	— 0,9	46,5	0,5	— 0,03 — 0,4
4	Ma P	1029	75	1864,3	53 54,93	9	+ 0,04	54,97	0,8	1864,3	— 14 59 45,7	9	+ 0,4	45,3	0,8	— 0,03 + 0,7
5	Du_4	49	75	1877,1	53 55,01	4	—	55,01	0,5	1877,1	59 46,1	4	—	46,1	0,5	+ 0,02 — 0,2
6	Gou	5682	75	1880,6	53 55,03	14	— 0,00	55,03	2,5	1880,6	59 45,9	14	+ 0,1	45,8	1,0	+ 0,05 0,0
7	10y	817	80	1886,6	54 8,60	3	+ 0,04	54,99	1,4	1886,6	59 16,2	3	+ 0,6	44,1	0,7	+ 0,01 + 1,7
8	R C_{90}	1180	90	1888,4	54 35,72	5	+ 0,07	54,86	1,2	1888,4	58 20,8	5	— 0,2	46,0	0,9	— 0,11 — 0,3
9	Wa	1398	00	1895,0	55 3,16	2	—	54,93	0,5	1895,0	57 23,7	2	—	45,0	0,5	— 0,03 + 0,6
10	Kop	36	00	1909,2	55 3,17	7	—	54,94	1,8	1909,2	57 24,3	7	—	45,6	1,3	— 0,01 — 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0013$ $\mu_\delta = +0'',013$

Nr. 30. BD + 0°939

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	9581/2	00	1796,0	4 55 4,44	2	+ 0,11	56,49	0,02	1796,0	+ 0 53 25,2	2	— 2,4	11,1	0,03	+ 0,08 — 2,4
2	W	1296	25	1822,0	56 22,0	3	+ 0,04	56,69	0,06	1822,0	55 44,3	3	0,0	13,6	0,08	+ 0,26 0,0
3	San_1	0°52	40	1838,5	57 —	5	— 0,01	56,33	1,0	1838,5	57 —	5	+ 1,4	14,3	0,6	— 0,11 + 0,7
4	Mo Z	210	60	1860,6	58 —	10	— 0,01	56,38	2,0	1860,6	58 —	10	— 0,3	13,8	2,0	— 0,07 + 0,1
5	Par_2	5873	60	1860,7	58 10,00	3	+ 0,01	56,43	0,3	1863,1	58 54,2	2	— 0,1	13,8	0,3	— 0,02 + 0,1
6	Kli	890	60	1861,1	— —	2	—	56,64	0,08	1861,1	— —	2	—	12,2	0,08	+ 0,19 — 1,5
7	Ml SC	186	70	1864,8	58 41,02	18	+ 0,05	56,54	2,0	1864,8	59 47,1	18	0,0	13,6	2,0	+ 0,09 — 0,1
8	Par_3	5873	75	1870,3	58 56,48	5	— 0,01	56,47	0,7	1870,3	+ 1 0 14,5	6	+ 0,1	14,6	0,8	+ 0,01 + 0,9
9	Gl	1239	70	1870,5	58 41,02	2	+ 0,05	56,54	0,2	1873,3	0 59 47,4	3	+ 0,0	13,9	0,2	+ 0,08 + 0,2
10	Du_4	51	75	1877,5	58 56,60	4	—	56,60	0,4	1877,5	1 0 12,9	4	—	12,9	0,4	+ 0,14 — 0,8
11	Arm_2	630	75	1878,1	58 56,60	2	— 0,02	56,58	0,1	1878,1	0 14,2	2	+ 0,5	14,7	0,2	+ 0,12 + 1,0
12	Rog	230	75	1878,1	58 56,52	6	— 0,01	56,51	2,8	1878,1	0 13,9	6	+ 0,3	14,2	0,6	+ 0,05 + 0,5
13	Alb	1565	75	1880,1	58 56,45	4	— 0,00	56,45	1,0	1880,1	0 14,1	4	+ 0,4	14,5	0,8	— 0,01 + 0,8
14	Wa_2	1048	75	1881,3	58 56,47	4	— 0,01	56,46	1,1	1881,3	0 14,7	4	— 0,1	14,6	0,5	0,00 + 0,9
15	Kam_2	1493	75	1882,1	58 56,47	2	—	56,47	0,5	1882,1	0 14,0	2	—	14,0	0,5	+ 0,01 + 0,3
16	Nic	1193	75	1886,2	58 56,49	2	+ 0,02	56,51	0,7	1886,2	0 13,9	2	+ 0,5	14,4	0,2	+ 0,04 + 0,7
17	II 10y	1559	90	1888,0	59 42,82	3	+ 0,05	56,44	1,7	1888,3	1 31.8	4	+ 0,3	13,4	1,1	— 0,03 — 0,3
18	Mod	236	00	1897,9	— —	5	—	56,46	1,0	1897,9	— —	5	—	13,6	1,0	— 0,01 — 0,1
19	RC_{00}	395	00	1899,1	5 0 13,76	3	— 0,07	56,31	1,5	1899,1	2 24,0	3	— 0,2	13,2	1,8	— 0,16 — 0,5
20	Alg. ph.	379, 10	00	1893,0	0 13,90	1	—	56,52	1,5	1893,0	2 23,6	1	—	13,2	0,7	+ 0,05 — 0,5
21	Abb VII		00	1907,0	0 13,86	2	—	56,48	1,8	1907,0	2 24,8	2	—	14,2	1,2	0,00 + 0,4
22	Kop	38	00	1908,3	0 13,84	10	—	56,46	2,3	1908,3	2 24,2	10	—	13,6	1,9	— 0,02 — 0,2

$\mu_\alpha = +0^s,0006$ $\mu_\delta = +0'',002$

Nr. 31. BD + 38°1035

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		
1	Lu	2533	75	1885,1	5 0 30,47	3	— 0,08	30,39	0,7	1885,1	+ 38 50 11,3	3	— 0,1	11,2	0,6	— —
2	Kop	39	00	1908,5	2 13,25	3	—	30,41	0,8	1908,5	52 17,7	3	—	10,9	0,5	— —

$\mu_\alpha = +0^s,0009$ $\mu_\delta = -0'',013$

Nr. 32. BD — 5°1174

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.	
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	W	29	25	1824,1	5 1 12,92	1	+0,04	40,17	0,06	1824,1	− 5 44 45,1	1	+3,2	32,7	0,05	+0,07	+0,2
2	Du_4	B 99	75	1879,5	3 40,14	4	—	40,14	0,4	1879,7	40 32,9	3	—	32,9	0,3	+0,00	0,0
3	War	927	80	1885,5	3 54,90	5	—	40,18	0,1	1884,1	40 9,8	4	—	34,1	0,1	+0,03	−1,2
4	Strb	1433	00	1889,7	4 53,72	4	−0,01	40,12	1,6	1889,7	38 32,1	4	+0,3	32,4	1,1	−0,03	+0,5
5	Kop	40	00	1908,2	4 53,78	2	—	40,19	0,7	1908,2	38 32,4	2	—	33,0	0,4	+0,03	−0,1

$\mu_\alpha = +0^s,0007$ $\mu_\delta = -0'',001$

Nr. 33. BD + 39°1046

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Lu	2648	75	1880,6	5 10 48,29	4	−0,09	48,20	0,8	1880,6	+ 35 39 24,2	4	−0,1	24,1	0,7	−0,08	+0,1
2	Po. ph.	676, 230	00	1895,1	12 28,64	1	0,00	48,39	0,6	1895,1	41 8,3	1	0,0	23,3	0,4	+0,10	−0,5
3	Kop	41	00	1908,3	12 28,55	6	—	48,29	1,6	1908,2	41 8,6	4	—	23,6	1,2	0,00	0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0004$ $\mu_\delta = -0'',016$

Nr. 34. BD + 32°957

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	W_2	339	25	1832,1	5 10 25,76	1	+0,05	40,82	0,06	1832,1	+ 32 19 31,8	1	−0,4	59,7	0,08	+0,48	−2,1
2	Lei	2009	75	1875,0	13 40,35	2	−0,07	40,28	0,9	1875,0	23 1,6	2	+0,1	1,7	0,6	−0,10	0,0
3	Du_4	56a	75	1878,4	13 40,40	4	—	40,40	0,5	1878,4	23 2,7	4	—	2,7	0,5	+0,02	+1,0
4	Kü	2324	00	1898,0	15 18,00	2	0,00	40,40	2,4	1898,0	24 39,9	2	+0,1	1,0	1,7	0,00	0,0
5	Po. ph.	36, 185	00	1894,0	15 17,99	1	—	40,40	0,6	1894,0	24,43,6	1	—	4,7	0,2	0,00	+3,0
6	Kop	42	00	1908,3	15 18,03	3	—	40,44	0,9	1908,3	24 40,8	2	—	1,9	0,4	+0,03	+0,3

$\mu_\alpha = +0^s,0010$ $\mu_\delta = -0'',003$

Nr. 35. BD + 7°929

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Lal	10428	00	1794,0	5 22 26,53	1	+0,13	29,22	0,01	1794,0	+ 6 59 52,5	1	−2,2	42,5	0,02	+0,06	0,0
2	Lpz II	2247	75	1889,7	26 29,11	2	−0,05	29,06	0,8	1889,7	7 3 43,7	2	+0,1	43,8	0,6	−0,02	+0,2
3	Tou. ph.*)		00	1897,5	27 49,99	2	—	29,08	2,0	1897,5	4 55,1	2	—	43,5	1,0	+0,01	−0,1
4	Kop	43	00	1908,3	27 49,97	2	—	29,06	0,7	1908,3	4 55,4	4	—	43,9	0,8	0,00	+0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0009$ $\mu_\delta = +0'',011$

*) Cliché 41 Nr. 67 und Cliché 42 Nr. 9.

Nr. 36. BD + 22°947

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Bo VI	947	55	1859,0	5 25 58,64	1	−0,02	10,78	0,1	1859,0	+ 22 4 18,4	1	−0,1	16,6	0,1	+0,04	−3,1
2	Bo VI	947	55	1863,4	25 58,64	3	−0,02	10,78	0,2	1863,4	4 20,6	3	−0,3	18,7	0,2	+0,03	−0,9
3	Berl. B	1794	75	1881,0	27 10,83	3	−0,04	10,79	2,8	1881,0	5 18,9	3	+0,4	19,3	2,0	0,00	+0,1
4	Par. ph.	405, 588	00	1893,1	28 41,02	1	—	10,78	1,5	1893,1	6 29,5	1	—	18,1	0,7	−0,04	−0,8
5	Abb.		00	1902,8	28 41,11	4	—	10,87	2,2	1902,8	6 28,2	4	—	18,3	1,8	+0,03	−0,4
6	Kop	44	00	1908,4	28 41,09	10	—	10,85	2,3	1908,4	6 29,0	8	—	19,1	1,5	−0,01	+0,6

$\mu_\alpha = +0^s,0023$ $\mu_\delta = -0'',025$

Nr. 37. BD + 68°398

Nr.	Katalog	Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s			s			° ′ ″			″		
1	Gr. ph. 68°2389	00	1896,0	5 30 13,28	2	—	31,43	3,0	1896,0	+ 68 44 22,6	2	—	14,7	2,0	— —
2	Kop. 45	00	1909,3	30 13,05	1	—	31,20	—	1909,3	44 21,8	1	—	13,9	—	— —

$\mu_\alpha = -0^s,0177$ $\mu_\delta = -0'',062$

Nr. 38. BD + 24°898

				h m s			s			° ′ ″			″		s ″
1	Du_4 61	75	1877,3	5 30 51,30	3	—	51,30	0,3	1877,3	+ 24 55 33,0	3	—	33,0	0,3	+ 0,05 0,0
2	Cbr. E. 2564	75	1889,1	30 51,44	1	— 0,19	51,25	0,2	1889,1	55 32,3	1	+ 0,8	32,3	0,2	+ 0,01 — 0,1
3	Cbr. W. 2564	75	1898,8	30 51,09	3	—	51,09	0,5	1898,8	55 31,7	3	—	31,7	0,5	— 0,14 — 0,2
4	Par. ph.*)	00	1892,0	32 23,46	2	—	51,24	2,0	1892,0	56 34,4	2	—	32,5	1,0	0,00 + 2,2
5	Kop 46	00	1908,3	32 23,49	3	—	51,27	0,9	1908,3	56 33,1	3	—	31,2	0,6	+ 0,05 — 0,3

$\mu_\alpha = -0^s,0010$ $\mu_\delta = -0'',048$

*) Cliché 132 Nr. 30 und Cliché 131 Nr. 109.

Nr. 39. BD + 17°979

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal 10699	00	1797,1	5 29 4,56	1	+ 0,16	6,30	0,01	1797,1	+ 17 24 18,2	1	— 1,8	20,2	0,02	+ 0,09 + 2,5
2	W_2 1056/7	25	1826,1	31 11,93	2	— 0,05	6,30	0,05	1826,1	25 16,8	2	— 1,0	17,3	0,1	+ 0,13 — 0,4
3	Par_2 6592	60	—	— —	—	—	—	—	1859,2	26 43,7	1	0,0	18,2	0,2	— + 0,4
4	Berl A 1640	75	1870,7	34 6,13	2	— 0,01	6,12	1,1	1870,6	27 17,6	2	— 0,1	17,5	0,4	— 0,01 — 0,3
5	Cp_{00} 808	00	1902,3	35 33,34	5	—	6,08	1,0	1902,3	28 12,5	5	—	17,6	1,0	— 0,03 — 0,3
6	Bord. XII	97	1897,1	35 22,86	2	—	6,08	1,8	1897,1	28 7,1	2	—	18,6	1,2	— 0,03 + 0,8
7	Bord. ph.*)	00	1901,1	35 33,40	2	—	6,15	2,0	1901,1	28 12,9	2	—	17,9	1,0	+ 0,04 0,0
8	Abb. V, VI	00	1905,7	35 33,33	3	—	6,08	2,0	1905,7	28 12,7	3	—	17,7	1,5	— 0,03 — 0,2
9	Kop. 47	00	1908,4	35 33,37	5	—	6,12	1,4	1908,4	28 12,7	5	—	17,8	1,0	+ 0,01 — 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0008$ $\mu_\delta = +0'',002$

*) Cliché 556 Nr. 145 und Cliché 557 Nr. 4.

Nr. 40. BD + 24°943

				h m s			s			° ′ ″			″		s ″
1	Du_4 64	75	1877,1	5 37 34,08	3	—	34,08	0,4	1877,1	+ 24 21 49,2	3	—	49,2	0,3	+ 0,02 — 1,0
2	Berl B 1921	75	1882,0	37 34,11	2	— 0,03	34,07	2,2	1882,0	21 50,0	2	+ 0,3	50,5	1,4	+ 0,01 + 0,3
3	Par. ph. 132, 247	00	1892,0	39 5,92	1	—	34,05	1,5	1892,0	22 37,3	1	—	50,0	0,7	— 0,03 — 0,2
4	Kop 48	00	1909,2	39 5,97	4	—	34,10	1,2	1909,2	22 37,6	4	—	50,3	0,8	+ 0,01 0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0009$ $\mu_\delta = +0'',004$

Nr. 41. BD + 20°1083

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Bo VI 1083	55	1863,1	5 37 1,04	1	— 0,02	12,47	0,05	1863,1	+ 20 37 44,6	1	— 0,4	23,3	0,05	+ 0,03 — 1,4
2	Bo VI 1083	55	1863,4	37 1,07	6	— 0,02	12,49	0,4	1863,4	37 45,3	6	— 0,3	24,1	0,4	+ 0,05 — 0,6
3	Du_4 64a	75	1877,5	38 12,56	4	—	12,56	0,4	1877,5	38 25,3	4	—	25,3	0,4	+ 0,10 + 0,4
4	Berl B 1930	75	1882,0	38 12,47	3	— 0,03	12,44	2,8	1882,0	38 24,9	3	+ 0,3	25,2	2,0	— 0,03 + 0,2
5	RC_{00} 1408	90	1892,1	39 6,14	3	— 0,01	12,53	0,8	1892,1	38 53,5	3	— 0,6	24,9	0,6	+ 0,04 — 0,3
6	Abb. VI, VII	00	1906,8	39 41,88	3	—	12,53	2,0	1906,8	39 11,0	3	—	25,2	1,5	+ 0,02 — 0,1
7	Kop 49	00	1908,2	39 41,83	5	—	12,49	1,4	1908,2	39 11,2	5	—	25,3	1,0	— 0,02 0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0018$ $\mu_\delta = +0'',013$

Nr. 42. BD + 44°1288

Nr.	Katalog	Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s
1	Bo VI 1288	55	1860,1	5 37 58,07	1	+ 0,01	25,94	0,05	1860,1	+ 44 47 0,1	1	— 0,7	36,6	0,05	0,00 —
2	Kü 2520	00	1899,1	41 16,09	2	+ 0,00	26,22	2,4	1899,1	48 27,2	2	— 0,0	44,2	1,7	+ 0,14 —
3	Kop 50	00	1908,3	41 15,86	2	—	25,99	—	1908,3	48 26,9	2	—	44,0	—	— 0,12 —

$\mu_\alpha = + 0^s,0036$

Nr. 43. BD + 30°1014

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lei 2291	75	1872,6	5 40 5,45	2	— 0,04	5,41	0,9	1872,6	+ 30 34 58,8	2	+ 0,1	58,9	0,6	0,00 0,1
2	Du_4 64 c	75	1877,8	40 5,42	4	—	5,42	0,4	1877,8	34 58,1	4	—	58,1	0,4	0,00 — 0,7
3	Ox. ph. *)	00	1903,6	41 41,98	3	—	5,49	1,1	1903,6	35 40,7	3	—	58,9	0,8	+ 0,03 + 0,1
4	Kop 51	00	1908,2	41 41,95	10	—	5,46	2,3	1908,2	35 40,4	10	—	58,7	1,9	— 0,01 — 0,1

$\mu_\alpha = + 0^s,0016$ $\mu_\delta = - 0'',000$

*) + 30°12105; + 31°12759; + 31°13747.

Nr. 44. BD + 28°929

				h m s			s			° ′ ″			″		
1	Ox. ph. 29°14351	00	1896,1	5 46 57,65	1	—	22,91	0,8	1896,1	+ 28 16 35,9	1	—	5,7	0,4	— —
2	Ox. ph. 28°12599	00	1907,0	46 57,56	1	—	22,82	0,8	1907,0	16 35,8	1	—	5,6	0,4	— —
3	Kop 52	00	1909,0	46 57,55	2	—	22,81	0,8	1909,0	16 35,7	2	—	5,5	0,4	— —

$\mu_\alpha = - 0^s,0079$ $\mu_\delta = + 0'',012$

Nr. 45. BD + 26°1117

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal 11684	00	1798,0	5 58 28,26	1	+ 0,17	7,75	0,01	1798,0	+ 26 2 16,5	1	— 1,6	9,7	0,02	+ 0,39 — 1,9
2	W_2 1	25	1828,2	6 0 1,28	1	+ 0,05	7,55	0,06	1828,2	2 18,0	1	+ 0,0	11,2	0,08	+ 0,15 — 0,1
3	Rü Ntrg 1737	36	—	0 42,07	6	0,00	7,33	0,2	—	2 16,9	5	+ 0,1	10,5	0,2	— 0,06 — 0,7
4	Par_1 7328	45	1849,9	1 15,56	1	+ 0,00	7,30	0,2	1849,9	2 16,7	1	+ 0,1	11,0	0,1	— 0,13 0,0
5	6y 451	50	1852,1	1 34,34	6	— 0,05	7,41	1,0	1852,1	2 16,0	6	+ 0,1	11,0	0,6	— 0,02 0,0
6	Par_2 7328	60	1863,2	2 11,43	2	+ 0,01	7,31	0,2	1863,2	2 14,8	2	+ 0,1	11,4	0,3	— 0,14 + 0,5
7	Ya 2604	60	1863,9	2 11,53	4	— 0,02	7,38	0,7	1860,9	2 14,5	5	— 0,1	10,9	0,4	— 0,07 0,0
8	7y 463	60	1854,8	2 11,75	1	— 0,03	7,59	0,3	1854,8	2 14,3	1	+ 0,2	11,0	0,2	+ 0,15 0,0
9	N 7y 789	64	1863,1	2 26,54	4	— 0,01	7,50	1,2	1863,1	2 13,7	3	+ 0,2	11,2	0,8	+ 0,05 + 0,3
10	Par_3 7328	75	1873,1	3 7,38	1	+ 0,01	7,39	0,1	1873,1	2 11,2	1	+ 0,2	11,4	0,2	— 0,07 + 0,6
11	Du_4 72	75	1877,1	3 7,46	4	—	7,46	0,4	1877,1	2 10,6	4	—	10,6	0,4	0,00 — 0,2
12	Cbr E. 3015	75	1883,2	3 7,52	5	— 0,05	7,47	0,7	1883,2	2 10,4	5	+ 0,4	10,8	0,6	+ 0,00 + 0,1
13	Cp_{00} 878	00	1903,1	4 40,60	5	—	7,48	1,1	1903,1	2 2,3	5	—	10,8	1,0	— 0,02 + 0,3
14	Ox. ph. + 26°15972	00	1898,1	4 40,72	1	—	7,60	0,5	1898,1	2 1,1	1	—	9,6	0,4	+ 0,11 — 1,0
15	Ox. ph. + 26°15399	00	1899,1	4 40,74	1	—	7,62	0,5	1899,1	2 1,3	1	—	9,8	0,4	+ 0,13 — 0,8
16	Kop 53	00	1907,9	4 40,59	8	—	7,47	2,0	1907,9	2 2,0	8	—	10,5	1,5	— 0,03 0,0

$\mu_\alpha = + 0^s,0013$ $\mu_\delta = - 0'',010$

Nr. 46. BD + 27°1024

Nr.	Katalog	Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2 94/5	25	1832,1	6 2 34,22	2	+ 0,05	42,18	0,1	1832,1	+ 27 12 10,3	2	— 0,5	51,7	0,1	— 0,02 — 1,4
2	Rü 1755	36	1841	3 15,15	5	— 0,01	41,72	0,0	1841	12 8,8	2	+ 0,0	53,5	0,08	— 0,47 + 0,5
3	Du_4 73	75	1877,8	5 42,14	4	—	42,14	0,4	1877,8	11 53,3	4	—	53,3	0,4	0,00 + 0,4
4	Cbr E. 3051	75	1883,2	5 42,12	2	— 0,13	42,12	0,3	1883,2	11 52,6	2	+ 0,7	53,3	0,4	— 0,01 + 0,4
5	Cp_{00} 890	00	1903,1	7 16,02	3	—	42,05	0,7	1903,1	11 38,7	3	—	52,9	0,6	— 0,05 0,0
6	Ox. ph. 28°15048	00	1907,0	7 16,19	1	—	42,22	0,8	1907,0	11 37,6	1	—	51,8	0,4	+ 0,12 — 1,0
7	Kop 54	00	1908,2	7 16,06	7	—	42,10	1,8	1908,2	11 38,8	7	—	53,0	1,3	0,00 + 0,2

$\mu_\alpha = -0^s,0014$ $\mu_\delta = -0'',003$

Nr. 48. BD + 3°1214

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		
1	Alb 2137	75	1880,5	6 15 49,72	3	— 0,04	49,68	0,9	1880,5	+ 3 28 58,3	3	+ 0,2	58,5	0,6	— —
2	Kop 57	00	1909,1	17 8,57	6	—	49,74	—	1909,1	28 21,3	2	—	57,3	—	— —

$\mu_\alpha = +0^s,0021$ $\mu_\delta = -0'',041$

Nr. 49. BD + 25°1250

				h m s			s			° ′ ″			″		s ″
1	Par. ph. 162, 113	00	1892,1	6 17 45,95	1	—	13,57	2,0	1892,1	+ 25 3 51,9	1	—	32,4	1,0	— 0,01 — 0,2
2	Ox. ph. 26°16343	00	1899,1	17 46,01	1	—	13,63	1,0	1899,1	3 52,6	1	—	33,1	0,6	+ 0,04 + 0,5
3	Kop 58	00	1908,3	17 46,00	1	—	13,62	—	1908,3	3 52,1	1	—	32,6	—	+ 0,01 0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0021$ $\mu_\delta = 0'',000$

Nr. 50. BD + 14°1283

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal 12245/6	00	1797,6	6 14 3,40	2	+ 0,15	20,36	0,02	1797,6	+ 14 49 8,5	2	— 1,9	20,4	0,03	+ 0,22 + 1,0
2	W 492	25	1823,2	15 28,95	1	+ 0,05	20,20	0,06	1823,2	48 33,5	1	+ 0,2	19,8	0,08	+ 0,02 + 0,7
3	Pu Mo 570	55	1863,1	17 11,82	1	+ 0,03	20,33	0,5	1863,1	47 49,1	1	+ 0,3	18,3	0,8	+ 0,09 — 0,4
4	Lpz I 2239	75	1871,7	18 20,36	2	— 0,01	20,34	0,6	1871,7	47 18,0	2	+ 0,4	18,4	0,4	+ 0,08 — 0,2
5	Arm_2 786	75	1872,6	18 20,14	2	— 0,06	20,08	0,5	1872,6	47 19,6	2	+ 0,2	19,8	0,3	— 0,17 + 1,2
6	Gl 1559	70	1873,2	18 2,91	5	— 0,01	20,02	0,4	1873,6	47 25,9	4	+ 0,2	18,2	0,2	— 0,23 — 0,4
7	Du_4 74	75	1877,1	18 20,32	3	—	20,32	0,4	1877,1	47 18,9	3	—	18,9	0,4	+ 0,06 + 0,3
8	Kü Bl_2 1479	90	1889,7	19 11,62	2	—	20,26	1,1	1889,7	46 53,7	2	—	18,3	0,5	— 0,02 — 0,2
9	Bm Vgl. 72	90	1890,1	19 11,68	1	— 0,01	20,31	2,0	1890,1	46 54,0	1	0,0	18,6	0,4	+ 0,03 + 0,1
10	Kop 59	00	1909,1	19 45,90	9	—	20,31	2,1	1909,1	46 36,7	9	—	18,3	1,7	0,00 0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0015$ $\mu_\delta = -0'',010$

Nr. 51.

				h m s			s			° ′ ″			″		
1	A. N. 163, 265*) 02		1902,3	6 20 27,86	1	—	52,44	—	1902,3	+ 19 7 44,4	1	—	30,8	—	— —
2	Kop 60	00	1908,0	20 21,02	1	—	52,67	—	1908,0	7 48,3	1	—	31,1	—	— —

$\mu_\alpha = +0^s,0383$ $\mu_\delta = +0'',050$

*) Refraktoranschluss an Berl. A. Nr. 2162.

Nr. 52. BD + 38°1539

Nr.	Katalog	Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal 12560/1	00	1794,1	6 22 47,13	2	+ 0,20	57,12	0,02	1794,1	+ 38 35 26,1	2	— 0,4	39,6	0,03	+ 0,18 + 0,4
2	Grb 1190	10	1813,1	23 28,72	6	— 0,16	57,03	0,2	1813,1	35 5,8	6	+ 0,5	40,4	0,3	+ 0,04 + 1,4
3	RC 1768	45	1847,6	25 53,22	2	— 0,05	57,06	0,3	1851,1	33 50,5	4	— 0,7	39,3	0,3	— 0,04 + 0,9
4	Jac 218	50	1850,1	26 13,74	4	+ 0,22	57,20	0,3	1850,1	33 36,6	4	+ 0,4	37,9	0,3	+ 0,09 — 0,5
5	Par_2 7898	60	1859,0	26 55,03	1	+ 0,02	56,99	0,1	1859,0	33 14,6	2	— 0,3	39,0	0,3	— 0,14 + 0,7
6	N 7y 841	64	1867,9	27 11,70	1	+ 0,02	57,10	0,3	1867,9	33 3,3	1	+ 0,1	36,9	0,3	— 0,06 — 1,3
7	9y 636	72	1868,1	27 44,73	3	+ 0,01	57,13	1,2	1868,1	32 45,5	4	— 0,4	37,8	0,8	— 0,03 — 0,4
8	Ya 2730	60	1869,6	26 55,23	2	— 0,01	57,16	0,4	1847,7	33 14,7	5	+ 0,1	38,9	0,4	— 0,01
9	Du_4 78	75	1877,5	27 57,16	4	—	57,17	0,4	1877,5	32 37,8	4	—	37,8	0,4	— 0,01 — 0,3
10	Re_1 405	75	—	— —	—	—	—	—	1876,0	32 37,2	16	+ 0,5	37,7	0,8	— — 0,4
11	Par_3 7898	75	1881,0	27 57,13	2	+ 0,02	57,15	0,3	1881,0	32 38,6	2	+ 0,1	38,7	0,3	— 0,05 + 0,7
12	Lu 3390	75	1885,1	27 57,20	3	— 0,00	57,19	0,7	1885,1	32 38,3	3	+ 0,0	38,3	0,6	— 0,02 + 0,3
13	LG 718	90	1888,5	28 59,08	6	+ 0,01	57,16	0,7	—	— —	—	—	—	—	— 0,06 —
14	II 10y 2019	90	1890,1	28 59,08	5	+ 0,06	57,21	2,6	1890,1	32 0,1	5	— 0,1	37,3	1,3	— 0,02 — 0,6
15	JTS 76	92	1892,0	29 7,48	22	—	57,38	1,0	1892,0	31 57,9	13	—	40,2	0,9	+ 0,14 + 2,3
16	Tu_6 Bl 70	97	—	— —	—	—	—	—	1897,0	31 41,8	4	+ 0,3	37,2	2,4	— — 0,6
17	Kop 61	00	1908,2	29 40,48	6	—	57,28	1,6	1908,2	31 34,5	6	—	37,3	1,2	0,00 — 0,3

$\mu_\alpha = + 0^s,0031$ $\mu_\delta = - 0'',014$

Nr. 53. BD + 31°1388

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2 984	25	1832,2	6 30 49,28	1	+ 0,05	3,59	0,06	1832,2	+ 31 36 36,7	1	— 0,5	14,8	0,04	+ 0,09 + 0,7
2	Lei 2774	75	1874,6	34 3,53	2	— 0,04	3,49	0,9	1874,6	34 13,7	2	+ 0,1	13,8	0,6	— 0,01 0,0
3	Par_3 8021	75	1881,0	34 3,50	1	+ 0,02	3,52	0,1	1881,0	34 13,6	1	+ 0,1	13,6	0,2	+ 0,02 — 0,2
4	Po. ph. 45,199	00	1896,1	35 40,56	1	—	3,47	0,6	1896,1	32 56,8	1	—	13,3	0,4	— 0,03 — 0,4
5	Ox. ph.*)	00	1903,2	35 40,59	2	—	3,51	1,0	1903,2	32 57,1	2	—	13,6	0,7	+ 0,01 — 0,1
6	Kop 62	00	1908,1	35 40,60	7	—	3,51	1,5	1908,1	32 57,9	7	—	13,8	1,0	+ 0,01 + 0,2

$\mu_\alpha = + 0^s,0001$ $\mu_\delta = - 0'',007$

*) Plate 2153 Nr. 16961; Plate 2154 Nr. 17543.

Nr. 54. BD + 3°1381

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		
1	Bo VI 1381	55	1857,1	6 37 3,81	1	— 0,06	6,74	0,05	1857,1	+ 3 27 35,3	1	— 0,4	28,9	0,05	— —
2	Kop*) 63	00	1908,9	39 25,79	1	—	7,01	—	1908,9	25 5,4	1	—	29,8	—	— —

$\mu_\alpha = + 0^s,0052$ $\mu_\delta = + 0'',017$

*) Beobachtung durch Wolken; unsicher.

Nr. 55. BD — 4°1708

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Strb 2353	00	1892,1	6 48 14,34	2	— 0,01	0,07	1,0	1892,1	— 4 27 14,0	2	+ 0,3	30,3	0,6	— 0,01 + 0,3
2	War 1590	80	1892,2	47 14,97	1	—	0,12	0,2	1892,2	25 54,8	1	—	34,3	0,05	+ 0,04 — 3,7
3	Kop 64	00	1908,7	48 14,34	4	—	0,08	—	1908,8	27 15,3	2	—	31,9	—	0,00 0,0

$\mu_\alpha = 0^s,0000$ $\mu_\delta = - 0'',072$

Nr. 56. BD + 6°1462

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	13472	00	1797,1	6 47 38,66	1	+ 0,13	40,07	0,01	1797,1	+ 6 25 23,9	1	— 2,3	58,3	0,02	+ 0,38 + 1,8
2	Par_2	8454	60	1859,2	50 51,43	1	+ 0,00	39,68	0,1	1858,6	21 3,0	2	0,0	56,3	0,3	0,00 + 0,2
3	Sj	2447/8	65	1862,1	51 7,45	2	0,00	39,61	0,2	1862,1	20 40,4	2	+ 0,1	56,0	0,2	− 0,07 − 0,1
4	Lpz II	3390	75	1886,6	51 39,73	2	− 0,04	39,69	0,8	1886,6	19 55,3	2	+ 0,0	55,3	0,6	+ 0,02 − 0,6
5	Kop	65	00	1908,9	53 0,07	7	—	39,67	1,8	1908,8	18 2,6	4	—	56,0	0,8	0,00 + 0,2

$\mu_\alpha = -0^s,0002$ $\mu_\delta = -0'',007$

Nr. 57. BD — 3°1685

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	13588	00	1797,1	6 51 2,00	1	+ 0,10	47,27	0,01	1797,1	− 2 58 55,1	1	− 2,3	41,4	0,02	+ 0,31 + 1,4
2	W	1658	25	1824,1	52 16,90	1	+ 0,05	47,06	0,06	1824,1	3 0 52,9	1	+ 0,2	44,7	0,06	+ 0,14 − 2,0
3	Par_2	8543	60	—	— —	—	—	—	—	1858,1	3 31,9	1	+ 0,0	42,6	0,2	— + 0,1
4	War	1642	80	1884,7	55 1,80	2	—	46,79	0,2	1884,7	5 7,8	2	—	46,0	0,05	− 0,03 − 3,3
5	Val	913	90	1885,0	55 31,86	6	0,00	46,83	2,0	1885,0	5 54,1	6	− 0,1	42,5	1,5	+ 0,01 + 0,2
6	Strb	2440	00	1891,1	56 1,85	2½	0,00	46,80	1,2	1890,9	6 42,9	2	+ 0,1	42,7	0,6	− 0,01 0,0
7	Gl_2	611	90	1891,8	55 31,75	2	+ 0,08	46,76	0,2	1891,8	5 54,7	3	+ 0,7	42,3	0,2	− 0,05 + 0,4
8	RC_{90}	1748	90	1892,2	55 31,80	3	+ 0,03	46,76	0,8	1892,2	5 54,3	3	− 0,1	42,7	0,6	− 0,05 0,0
9	Kop	66	00	1908,1	56 1,86	10	—	46,81	2,3	1908,1	6 42,8	10	—	42,8	1,9	+ 0,02 − 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0016$ $\mu_\delta = +0'',001$

Nr. 58. BD + 22°1577

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	13739	00	1796,2	6 55 18,72	1	+ 0,16	50,34	0,01	1796,2	+ 22 59 51,4	1	− 1,8	35,7	0,02	+ 0,72 − 3,7
2	Par_1	8654	45	1845,9	58 1,18	2	+ 0,00	49,72	0,3	1845,9	56 12,5	1	+ 0,1	39,6	0,1	+ 0,03 + 0,1
3	RC_2	758	60	1855,3	58 55,50	5	− 0,01	49,76	0,5	1857,5	54 57,6	5	− 1,1	39,4	0,3	+ 0,04 − 0,1
4	7y	544	60	1860,2	58 55,47	3	− 0,03	49,71	0,9	1860,2	54 55,6	3	+ 0,2	38,7	0,5	0,00 − 0,8
5	Pu M	1154	55	1860,8	58 37,29	6	+ 0,02	49,66	0,9	1860,8	55 22,2	6	+ 0,2	39,5	1,1	− 0,05 0,0
6	N 7y	891	64	1861,1	59 9,99	2	− 0,01	49,77	0,6	1861,1	54 35,9	2	+ 0,2	39,5	0,6	+ 0,06 0,0
7	Bo VI	1577	55	1863,3	58 37,36	5	− 0,02	49,70	0,3	1863,3	55 21,5	5	− 0,3	38,9	0,3	− 0,01 − 0,6
8	Ma T	1514	75	1866,6	59 49,70	14	+ 0,05	49,75	0,6	1866,6	53 37,0	14	+ 0,6	37,6	0,4	+ 0,04 − 1,9
9	Berl A Anh.	54	75	1870,7	59 49,71	2	− 0,06	49,65	1,1	1870,7	53 40,3	2	+ 0,3	40,6	0,5	− 0,07 + 1,1
10	Par_3	8654	75	1873,6	59 49,69	2	+ 0,01	49,70	0,3	1873,6	53 39,7	2	+ 0,2	39,9	0,3	− 0,02 + 0,4
11	Du_4	87	75	1877,2	59 49,80	3	—	49,80	0,3	1877,2	53 40,0	3	—	40,0	0,3	+ 0,07 + 0,5
12	Berl B	2778	75	1880,2	59 49,72	2	− 0,04	49,68	2,2	1880,2	53 39,5	2	+ 0,4	39,9	1,4	− 0,05 + 0,4
13	II 10y	2152	90	1896,8	0 44,11	1	+ 0,06	49,92	0,6	1896,8	52 21,6	1	+ 0,1	39,9	0,3	+ 0,17 + 0,4
14	Kop	67	00	1908,2	1 20,17	10	—	49,76	2,2	1908,2	51 28,5	9	—	39,5	1,3	− 0,01 − 0,1

$\mu_\alpha = +0^s,0013$ $\mu_\delta = +0'',001$

Nr. 59. BD — 7°1742

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W	1881	25	1824,2	6 58 27,76	1	+ 0,06	53,08	0,06	1824,2	− 7 17 43,1	1	+ 0,2	1,0	0,08	− 0,23 − 1.2
2	Du_4	1888	75	1878,6	7 0 53,42	4	—	53,42	0,4	1878,6	21 57,5	4	—	57,5	0,4	+ 0,05 + 0,1
3	Gou	8958	75	1880,0	0 53,43	3	− 0,04	53,39	0,6	1880,0	21 56,2	3	+ 0,1	56,1	0,2	+ 0,02 + 1,4
4	Hz_2	2507	90	1890,2	1 36,95	1	—	53,37	0,2	1890,2	23 17,4	1	—	58,0	0,3	− 0,01 − 0,9
5	Ott	2426	00	1895,1	2 5,99	2	− 0,00	53,35	1,1	1895,1	24 9,6	2	+ 0,1	56,5	0,5	− 0,04 + 0,4
6	Kop	68	00	1909,0	2 6,01	10	—	53,38	1,5	1909,1	24 9,4	8	—	56,5	0,8	− 0,02 − 0,2

$\mu_\alpha = +0^s,0010$ $\mu_\delta = +0'',042$

Nr. 60. BD — 11°1805

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	13864	00	1797,2	6 58 42,40	1	+ 0,08	12,82	0,01	1797,2	— 11 37 12,6	1	— 2,2	47,0	0,02	— 0,38 — 5,1
2	W	1943	25	1825,1	59 53,15	2	+ 0,06	13,44	0,08	1825,1	39 17,1	2	+ 0,6	40,4	0,1	+ 0,28 + 1,3
3	Par_2	8729	60	1859,1	7 1 31,15	2	— 0,00	13,22	0,2	1859,2	42 21,5	1	+ 0,2	41,5	0,2	+ 0,12 — 0,1
4	San_3	811	60	1857	1 31,08	3	— 0,05	13,10	0,2	1857	42 19,9	3	+ 0,7	39,4	0,1	0,00 + 2,0
5	Pu Mo	622	55	1862,2	1 16,82	1	— 0,00	12,90	0,1	1862,2	41 56,0	1	+ 0,5	42,2	0,2	— 0,19 — 1,8
6	Du_4	89	75	1878,5	2 13,02	3	—	13,02	0,2	1878,5	43 40,9	3	—	40,9	0,2	— 0,04 + 0,3
7	Gou	8993	75	1880,1	2 13,06	3	— 0,03	13,03	0,6	1880,1	43 41,8	3	+ 0,1	41,7	0,2	— 0,03 — 0,5
8	Kop	69	00	1908,7	3 23,19	9	—	13,03	1,0	1908,7	45 56,6	9	—	41,0	0,5	+ 0,02 0,0

$\mu_\alpha = -0^s,0017$ $\mu_\delta = +0'',008$

Nr. 61. BD + 14°1594

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Berl A	2683	75	1870,9	7 5 12,33	3	— 0,06	12,27	1,6	1870,9	+ 14 54 49,1	3	— 0,1	49,0	0,7	0,00 + 0,1
2	Lpz I	2762	75	1890,1	5 12,31	2	— 0,06	12,25	0,6	1890,1	54 47,6	2	+ 0,4	48,0	0,4	— 0,03 — 0,3
3	Kop	70	00	1908,3	6 37,62	7	—	12,30	1,8	1908,3	52 25,6	8	—	47,8	1,5	0,00 + 0,1

$\mu_\alpha = +0^s,0009$ $\mu_\delta = -0'',032$

Nr. 62. BD + 48°1504

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		
1	A Oe	7722	42	1843,2	7 6 20,38	1	+ 0,05	49,90	0,1	1843,2	+ 48 47 33,7	1	+ 0,5	21,9	0,05	— —
2	Bo	5864	75	1883,2	8 49,84	2	— 0,08	49,76	0,3	1883,2	44 21,2	2	+ 0,1	21,3	0,2	— —

$\mu_\alpha = -0^s,0035$ $\mu_\delta = -0'',015$

Nr. 63. BD + 25°1643

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Ya	3021	60	1869,2	7 12 25,91	2	— 0,04	20,92	0,4	1868,4	+ 25 15 20,2	4	— 0,1	46,1	0,3	0,00 0,0
2	Ox. ph.	25°20422	00	1908,1	14 53,01	1	—	21,30	0,8	1908,1	11 6,5	1	—	45,8	0,4	+ 0,23 — 0,1
3	Kop	71	00	1908,7	14 52,68	8	—	20,97	1,6	1908,7	11 6,7	8	—	46,0	0,8	— 0,10 + 0,1

$\mu_\alpha = +0^s,0040$ $\mu_\delta = -0'',005$

Nr. 64. BD — 3°1886

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W	534	25	1824,2	7 16 10,38	1	+ 0,06	39,68	0,05	1824,2	— 3 53 45,3	1	+ 0,2	17,3	0,05	+ 0,10 — 0,2
2	Strb	2679	00	1890,2	19 54,16	2	— 0,01	39,55	1,0	1890,2	4 2 6,8	2	+ 0,2	16,7	0,6	— 0,02 + 0,1
3	Kop	73	00	1908,9	19 54,18	4	—	39,58	1,2	1908,9	2 6,7	4	—	16,8	0,8	+ 0,02 — 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0002$ $\mu_\delta = +0,''004$

Nr. 65. BD — 2°2101

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Sj	2680	65	1863,2	7 18 27,20	1	+ 0,02	57,31	0,08	1863,2	— 2 52 17,3	1	— 0,2	25,0	0,08	+ 0,01 — 1,0
2	War	1880	80	1892,7	19 12,25	2	—	57,21	0,1	1892,7	53 55,2	2	—	21,3	0,02	— 0,05 + 3,3
3	Strb	2682	00	1890,1	20 12,47	2	— 0,01	57,26	1,0	1890,1	56 15,2	2	+ 0,3	24,3	0,6	0,00 + 0,2
4	Kop	74	00	1908,5	20 12,43	6	—	57,23	1,6	1908,4	56 15,7	3	—	25,1	0,6	0,00 — 0,2

$\mu_\alpha = -0^s,0017$ $\mu_\delta = -0'',020$

Nr. 66. BD — 11°1941

Nr.	Katalog		Aq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.	
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	W	617	25	1825,1	7 18 51,38	1	+0,06	12,32	0,06	1825,1	−11 22 32,1	1	+0,6	14,5	0,08	+0,32	+0,1
2	San_3	869	60	1857	20 29,48	2	−0,05	11,69	0,1	1857	26 31,4	2	+0,6	14,7	0,1	−0,30	0,0
3	Kop	75	00	1909,9	22 22,22	2	—	11,98	0,7	1909,1	31 9,9	2	—	14,8	0,4	+0,01	0,0

$\mu_\alpha = -0^s,0005$ $\mu_\delta = -0'',003$

Nr. 67. BD + 24°1686

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Lal*)	14596	00	1795,1	7 19 45,86	1	+0,17	19,84	0,01	1795,1	+24 54 33,8	1	−1,7	45,1	0,02	+0,28	−10,2
2	Kam_2	2055	75	1865,2	24 19,52	2	—	19,52	0,1	1865,2	45 54,6	2	—	54,6	0,1	+0,04	+0,9
3	Par_3	9244	75	1876,2	24 19,61	4	+0,02	19,63	0,5	1876,2	45 53,9	4	+0,2	54,1	0,6	+0,14	+0,6
4	Berl B	2992	75	1880,0	24 19,48	2	−0,03	19,45	2,5	1880,0	45 52,6	2	+0,3	52,9	0,4	−0,04	−0,5
5	Cbr E.	4017	75	1883,9	24 19,48	4	−0,08	19,40	0,6	1883,9	45 52,8	4	+0,6	53,4	0,5	−0,08	+0,1
6	Cp_{00}	1057	00	1902,7	25 50,61	5	—	19,46	1,1	1902,7	42 51,1	5	—	52,9	1,0	−0,01	0,0
7	Kop 76		00	1908,3	25 50,61	11	—	19,46	2,4	1908,3	42 50,8	11	—	52,6	2,0	0,00	−0,2
8	Par. ph.	149, 89	00	1892,1	25 50,65	1	—	19,50	1,5	1892,1	42 51,5	1	—	53,3	0,7	+0,02	+0,2
9	Abb. III		00	1903,4	25 50,63	3	—	19,48	2,0	1903,4	42 51,5	3	—	53,3	1,5	+0,01	+0,4

$\mu_\alpha = -0^s,0009$ $\mu_\delta = -0'',022$

*) Lal. δ ausgeschlossen.

Nr. 68. BD + 8°1847 a

					h m s		s			° ′ ″			″			
1	Kam_2	2112	75	1880,2	7 34 33,21	4	—	33,21	0,2	1880,2	+ 8 40 7,0	4	—	7,0	0,2	—	—
2	Kop	78	00	1908,2	35 54,57	1	—	33,12	—	1908,2	36 45,4	1	—	7,7	—	—	—

$\mu_\alpha = -0^s,0032$ $\mu_\delta = +0'',028$

Nr. 69. BD + 5°1797

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	W	1237	25	1822,1	7 39 27,18	1	+0,06	6,86	0,06	1822,1	+ 5 49 15,2	1	0,0	8,4	0,08	−0,01	+0,9
2	Lpz II	4127	75	1887,8	42 6,92	3	−0,07	6,85	1,2	1887,8	42 7,4	3	+0,1	7,5	0,9	0,00	−0,3
3	Kop	79	00	1908,4	43 26,63	3	—	6,84	0,9	1908,4	38 31,1	3	—	8,4	0,6	0,00	+0,8

$\mu_\alpha = -0^s,0004$ $\mu_\delta = +0'',006$

Nr. 70. BD — 22°2160

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″			
1	AW	6482	50	1851,0	8 1 0,30	1	+0,07	5,27	0,1	1851,0	−22 28 54,6	1	−0,5	8,6	0,05	—	—
2	RI	226	80	1882,2	2 18,67	2	—	5,83	0,1	—	—	—	—	—	—	—	—
3	Kop	81	00	1908,1	3 10,34	3	—	5,49	—	1908,1	37 23,2	3	—	7,4	—	—	—

$\mu_\alpha = -0^s,0015$ $\mu_\delta = +0'',021$

Nr. 71. BD + 3°1958

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal *)	16320	00	1797,1	8 9 40,10	1	+ 0,12	35,37	0,01	1797,1	+ 3 22 56,1	1	— 2,4	16,7	0,02	+ 0,20 — 5,1
2	Bo VI	1958	55	1856,2	12 32,55	1	— 0,06	35,17	0,5	1856,2	13 3,4	1	— 0,9	22,3	0,05	+ 0,05 — 1,4
3	Par_3	10190	75	1879,2	13 35,09	2	+ 0,01	35,10	0,3	1879,2	9 24,7	2	+ 0,2	24,9	0,3	0,00 + 0,4
4	Alb	3317	75	1880,2	13 35,15	2	— 0,05	35,10	0,7	1880,2	9 24,7	2	+ 0,2	24,9	0,4	0,00 + 0,4
5	RC_{90}	2127	90	1890,1	14 22,03	3	+ 0,01	35,05	0,8	1890,1	6 40,0	3	— 0,6	25,3	0,6	— 0,04 + 0,5
6	Kop	82	00	1908,8	14 53,41	3	—	35,09	0,9	1908,8	4 47,8	3	—	24,8	0,6	+ 0,07 — 0,6

$\mu_\alpha = -0^s,0009$ $\mu_\delta = +0'',033$

*) Lalandes Beobachtung ist um $+8^s$ korrigiert worden.

Nr. 72. BD — 17°2442

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	AW	6735	50	1850,1	8 12 56,48	1	— 0,03	4,27	0,1	1850,1	— 17 47 45,4	1	— 0,8	24,0	0,05	+ 0,22 — 2,4
2	Wa	3292	00	1896,6	15 11,88	3	—	4,06	0,6	1896,6	57 1,2	3	—	21,4	0,6	— 0,03 + 0,2
3	Kop	83	00	1908,2	15 11,93	1	—	4,11	—	1908,2	57 1,4	1	—	21,6	—	+ 0,01 0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0011$ $\mu_\delta = 0'',000$

Nr. 73. BD + 17°1973

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	TM	394	55	1756,2	8 41 32,88	3	— 0,12	20,18	0,05	1756,2	+ 18 8 46,3	3	+ 1,2	21,4	0,09	— 0,12 + 1,4
2	D'Ag	1624	00	1785,3	44 4,6	1	+ 0,12	19,22	0,01	1785,3	17 58 55,5	1	— 1,5	16,5	0,02	— 1,10 — 2,7
3	Lal	17576	00	1797,1	44 5,96	1	+ 0,11	20,57	0,01	1797,1	58 59,7	1	— 1,9	20,3	0,02	+ 0,26 + 1,1
4	Pi	206	00	1803,1	44 5,76	5	+ 0,16	20,42	0,05	1803,1	58 59,0	5	— 1,9	19,6	0,07	+ 0,11 + 0,4
5	W_2	1172	25	1825,2	45 30,63	1	+ 0,05	20,26	0,06	1825,2	53 26,4	1	+ 0,6	19,7	0,08	— 0,05 + 0,3
6	Wro	529	30	1833,0	45 47,57	8	+ 0,03	20,21	0,1	—	— —	—	—	—	—	— 0,10 —
7	K Zod	282	35	1830,7	46 4,55	6	+ 0,11	20,30	0,4	1830,7	51 13,3	6	+ 0,6	19,4	0,2	— 0,01 0,0
8	Rob	1973	40	1831,2	46 21,60	2	+ 0,04	20,32	0,1	1852,2	50 7,4	5	— 0,1	19,2	0,3	+ 0,01 — 0,3
9	Tay D	3860	35	1832,3	46 4,77	9	+ 0,04	20,45	0,3	1832,2	51 14,3	5	— 0,1	19,6	0,1	+ 0,14 + 0,2
10	Rü	2690	36	1841	46 7,93	1	— 0,01	20,18	0,05	1841	51 1,8	1	+ 0,3	20,8	0,05	— 0,13 + 1,4
11	Ed	1205	40	1837,1	46 21,75	3	— 0,06	20,37	0,3	1837,2	50 7,7	3	— 0,1	19,4	0,4	+ 0,06 0,0
12	Par_1	10970	45	1841,2	46 38,56	3	+ 0,00	20,27	0,4	—	— —	—	—	—	—	— 0,04 —
13	Par_2	10970	60	—	— —	—	—	—	—	1858,7	45 42,0	2	+ 0,0	20,9	0,3	— + 1,4
14	Berl A	3591	75	1870,2	48 20,31	2	+ 0,01	20,32	1,1	1870,2	42 18,5	2	+ 0,5	19,1	0,5	+ 0,01 — 0,5
15	W Pal	1019	75	1873,1	48 19,82	1	—	19,82	0,05	—	— —	—	—	—	—	— 0,49 —
16	Par_3	10970	75	1873,7	48 20,24	2	+ 0,03	20,27	0,3	1875,2	42 18,3	1	+ 0,2	18,5	0,2	— 0,04 — 1,1
17	Du_4	115	75	1877,7	48 20,29	4	—	20,29	0,3	1877,7	42 19,4	4	—	19,4	0,3	— 0,03 — 0,2
18	Brü 82	480—83	82	1882,2	48 43,97	4	—	20,25	0,1	—	— —	—	—	—	—	— 0,07 —
19	Bc Ha	117	85	1885,6	48 54,18	6	—	20,30	0,3	1885,9	40 5,4	6	—	20,0	0,3	— 0,02 + 0,3
20	II 10y	2577	90	1892,0	49 11,11	6	+ 0,06	20,35	3,0	1892,0	38 57,5	6	+ 0,3	19,7	1,5	+ 0,03 0,0
21	Di S	331	95	1895,5	49 28,08	4	—	20,33	1,2	1895,5	37 50,0	4	—	19,5	1,0	+ 0,01 — 0,2
22	RC_{00}	777	00	1896,2	49 44,90	3	— 0,02	20,22	1,2	1896,2	36 42,5	3	— 0,2	19,4	1,4	— 0,10 — 0,3
23	LG_2	602	00	—	— —	—	—	—	—	1897,2	36 42,7	11	—	19,8	1,2	— + 0,1
24	Ci_3	1680	00	1900,0	49 45,02	3	+ 0,02	20,36	0,8	1900,0	36 42,0	3	+ 0,0	19,1	0,5	+ 0,04 — 0,6
25	Cp_{00}	1234	00	1901,9	49 45,01	5	—	20,33	1,1	1901,9	36 43,0	5	—	20,1	1,0	+ 0,01 + 0,4
26	Bord. ph.	381, 25	00	1899,2	49 45,07	1	—	20,39	1,5	1899,2	36 43,7	1	—	20,8	0,7	+ 0,07 + 1,1
27	Kop	84	00	1908,9	49 44,99	12	—	20,31	2,5	1908,9	36 42,9	11	—	20,0	2,0	— 0,01 + 0,2
28	Abb V		00	1905,2	49 44,92	2	—	20,24	1,8	1905,2	36 43,0	2	—	20,1	1,2	— 0,08 + 0,3
29	Abb VI		00	1906,2	49 45,01	1	—	20,33	1,5	1906,2	36 43,2	1	—	20,3	1,0	+ 0,01 + 0,5
30	Abb VII		00	1907,2	49 45,02	1	—	20,34	1,5	1907,2	36 42,1	1	—	19,2	1,0	+ 0,02 — 0,6

$\mu_\alpha = +0^s,0001$ $\mu_\delta = +0'',005$

Nr. 74. BD −8°2525

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	RC_2	909	60	1858,2	8 48 51,15	5	0,00	34,97	0,5	1858,2	− 8 36 33,9	3	+ 0,5	55,8	0,2	+ 0,04 − 0,2
2	Pu M	1424	55	1860,5	48 36,45	5	− 0,00	34,87	0,7	1860,5	35 26,9	5	+ 0,4	55,2	1,0	− 0,06 + 0,5
3	Bo VI	—	55	1864,4	48 36,55	5	− 0,05	34,93	0,5	1864,4	35 26,2	5	− 0,1	56,0	0,4	+ 0,01 − 0,3
4	N 7y	1108	64	1864,9	49 2,77	3	+ 0,03	34,94	0,9	1864,9	37 27,4	3	− 0,2	56,1	0,8	+ 0,02 − 0,4
5	Ma P	1994	75	1865,5	49 34,88	10	+ 0,04	34,92	0,4	1865,5	39 56,5	10	+ 0,1	56,4	0,3	0,00 − 0,7
6	Du_4	117[a]	75	1878,9	49 35,02	1½	—	35,02	0,2	1878,9	39 55,7	1½	—	55,7	0,2	+ 0,13 + 0,2
7	Gou	12120	75	1880,3	49 34,87	3	− 0,03	34,84	0,6	1880,3	39 55,1	3	+ 0,1	55,0	0,2	− 0,05 + 0,9
8	HZ_2	3140	90	1891,2	50 18,80	1	—	34,98	0,2	1891,2	43 21,3	1	—	58,2	0,2	+ 0,12 − 2,2
9	RC_{90}	2294	90	1891,6	50 18,67	3	+ 0,05	34,89	0,8	1891,6	43 19,3	3	− 0,1	56,3	0,6	+ 0,03 − 0,3
10	Ott	3476	00	1893,2	50 47,84	3	+ 0,02	34,83	1,8	1893,2	45 34,4	3	− 0,0	55,5	0,9	− 0,02 + 0,5
11	Kop	85	00	1908,2	50 47,85	8	—	34,82	2,0	1908,2	45 35,1	9	—	56,2	1,5	0,00 0,0

$\mu_\alpha = -0^s,0023$ $\mu_\delta = -0'',011$

Nr. 75. BD + 20°2243

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2	1200	25	1825,2	8 46 39,44	1	+ 0,06	31,55	0,06	1825,2	+ 20 30 44,2	1	+ 0,6	33,7	0,08	− 0,13 − 0,6
2	Par_1	10994	45	1837,2	47 48,42	1	+ 0,00	31,61	0,2	—	— —	—	—	—	—	− 0,05 —
3	RC_2	908	60	1856,1	48 40,16	3	− 0,00	31,74	0,3	1856,1	22 58,2	1	− 1,0	34,9	0,1	+ 0,10 + 0,7
4	7y	679	60	1860,3	48 40,27	1	− 0,02	31,83	0,3	1860,3	22 56,4	1	+ 0,2	34,4	0,2	+ 0,19 + 0,3
5	Pu M	1422	55	1860,8	48 22,82	5	+ 0,02	31,62	0,8	1860,8	24 3,9	5	+ 0,3	34,7	1,0	− 0,02 + 0,6
6	Bo VI	2243	55	1863,7	48 22,87	4	− 0,02	31,53	0,4	1863,7	24 3,9	4	− 0,5	33,9	0,3	− 0,11 − 0,2
7	N 7y	1107	64	1863,8	48 53,82	3	− 0,00	31,64	0,9	1863,8	22 1,9	3	+ 0,2	33,7	0,8	0,00 − 0,4
8	Ma P	1992	75	1865,8	49 31,61	10	+ 0,05	31,66	0,4	1865,8	19 32,2	10	+ 0,5	32,7	0,3	+ 0,02 − 1,4
9	Kam_2	2498	75	1873,2	49 31,69	2	—	31,69	0,2	1873,2	19 33,8	2	—	33,8	0,2	+ 0,06 − 0,3
10	Du_4	117	75	1877,2	49 31,58	3	—	31,58	0,3	1877,2	19 34,0	3	—	34,0	0,3	− 0,04 − 0,1
11	Berl. B	3600	75	1880,2	49 31,65	2	− 0,04	31,61	2,2	1880,2	19 33,9	2	+ 0,4	34,3	1,4	− 0,01 + 0,2
12	Kop	86	00	1908,4	50 57,49	8	—	31,60	2,0	1908,4	13 55,0	9	—	34,0	1,5	+ 0,01 + 0,1
13	Abb. V		00	1905,2	50 57,49	2	—	31,59	1,8	1905,2	13 55,0	2	—	34,0	1,2	0,00 + 0,1
14	Abb. VI		00	1906,2	50 57,44	1	—	31,54	1,5	1906,2	13 54,9	1	—	33,9	1,0	− 0,05 0,0
15	Abb. VII		00	1907,2	50 57,54	1	—	31,64	1,5	1907,2	13 54,7	1	—	33,7	1,0	+ 0,05 − 0,2

$\mu_\alpha = -0^s,0010$ $\mu_\delta = -0'',005$

Nr. 76. BD + 11°1954

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	17689	00	1796,2	8 47 22,62	1	+ 0,11	28,10	0,01	1796,2	+ 11 36 33,1	1	− 2,2	37,6	0,02	− 0,31 − 1,6
2	W	1299	25	1822,2	48 45,20	1	+ 0,06	28,78	0,06	1822,2	30 58,9	1	0,0	41,2	0,08	+ 0,37 + 2,1
3	Lpz I	3604	75	1870,9	51 28,37	3	− 0,04	28,33	0,8	1870,9	19 38,1	3	+ 0,4	38,5	0,5	− 0,08 − 0,3
4	Gl	2300	70	1871,2	51 12,08	2	+ 0,02	28,44	0,2	1873,4	20 45,9	4	+ 0,4	38,1	0,2	+ 0,03 − 0,7
5	Kop	87	00	1908,2	52 50,10	8	—	28,43	1,0	1908,3	13 56,8	6	—	38,9	0,6	+ 0,02 + 0,3

$\mu_\alpha = -0^s,0000$ $\mu_\delta = -0'',005$

Nr. 77. BD + 14°2048

Nr.	Katalog	Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	L Bo 604	00	1801,3	9 2 48,03	1	+ 0,06	56,85	0,01	1801,3	+ 15 1 37,2	1	— 1,4	30,0	0,02	— 0,07 — 0,9
2	W 100	25	1823,2	4 11,17	1	+ 0,06	57,00	0,05	1823,2	14 55 37,8	1	+ 0,2	32,1	0,06	+ 0,08 + 1,4
3	W_2 106	25	1825,2	4 11,01	1	+ 0,05	56,83	0,06	1825,3	55 33,6	1	+ 0,5	28,2	0,08	— 0,09 — 2,4
4	Sj 3387	65	1862,1	6 23,62	1	0,00	56,75	0,08	1862,1	45 57,9	1	0,0	32,1	0,08	— 0,19 + 1,8
5	Lpz I 3690	75	1869,6	6 57,04	2	— 0,05	56,99	0,6	1869,6	43 29,8	2	+ 0,4	30,2	0,4	+ 0,05 — 0,1
6	Bord XIII	00	1899,6	8 19,71	2	—	56,93	1,8	1899,6	37 24,4	2	—	30,4	1,2	0,00 + 0,4
7	Kop 88	00	1909,3	8 19,74	6	—	56,96	1,6	1909,3	37 23,5	6	—	29,5	1,2	+ 0,03 — 0,4

$\mu_\alpha = +0^s,0003$ $\mu_\delta = -0'',009$

Nr. 78. BD — 1°2312

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal 19312	00	1796,2	9 40 47,52	1	+ 0,11	36,71	0,01	1796,2	— 1 6 3,3	1	— 2,2	47,6	0,02	— 0,23 — 5,0
2	$Mü_1$ 4614	80	1843,2	44 52,19	1	— 0,03	36,90	0,05	1843,2	28 6,3	1	— 1,5	44,5	0,05	— 0,03 — 1,1
3	Kli 2545	60	1861,3	43 51,48	1	—	37,28	0,05	1861,3	22 32,7	1	—	42,2	0,05	+ 0,36 + 1,5
4	C B 3314/5	75	1868,2	44 36,95	2	—	36,95	0,3	1868,2	26 43,4	2	—	43,4	0,2	+ 0,03 + 0,4
5	Nic 2955	75	1886,3	44 36,96	2	+ 0,01	36,97	0,7	1886,3	26 43,8	2	+ 0,7	43,1	0,2	+ 0,05 + 1,0
6	Abb. VII	00	1907,3	45 53,24	1	—	36,92	1,5	1907,3	33 41,7	1	—	44,7	1,0	+ 0,01 — 0,3
7	Alg. phot. 193, 67	00	1892,2	45 53,18	1	—	36,86	1,5	1892,2	33 37,7	1	—	40,7	0,0	— 0,06 + 3,5
8	Kop 89	00	1908,1	45 53,26	8	—	36,94	1,5	1908,0	33 41,5	7	—	44,5	1,0	+ 0,03 — 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0002$ $\mu_\delta = -0'',016$

Nr. 79. BD — 12°3218

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal 20556	00	1798,3	10 27 40,53	1	+ 0,11	22,39	0,01	1798,3	— 12 20 56,6	1	— 2,5	9,7	0,02	— 0,40 — 4,2
2	W 544	25	1824,2	28 55,05	1	+ 0,05	22,97	0,06	1824,2	28 40,1	1	+ 0,2	6,4	0,08	+ 0,13 — 0,6
3	Ed 1416	40	1844,3	29 39,26	3	— 0,03	22,74	0,3	1844,3	33 18,0	1	— 0,7	7,6	0,1	— 0,13 — 1,5
4	Pu M 1654	55	1845,0	30 23,70	4	— 0,00	22,85	0,5	1845,0	37 55,6	4	+ 0,5	6,2	0,8	— 0,02 — 0,1
5	$Mü_1$ 5540	80	1845,3	31 37,80	1	+ 0,10	23,11	0,05	1845,3	45 39,5	1	— 0,6	7,2	0,05	+ 0,24 — 1,1
6	Jac 374	50	1850,2	30 9,23	4	— 0,02	23,15	0,2	1850,2	36 20,2	4	— 0,9	4,8	0,2	+ 0,25 + 1,4
7	$Durh_1$ 106	50	—	30 8,89	1	—	22,83	0,05	—	36 20,6	1	—	4,3	0,05	— 0,06 + 1,9
8	Wro_2 408	50	1850,2	30 8,83	5	—	22,77	0,1	—	— —	—	—	—	—	— 0,12 —
9	Cp_{50} 1927	50	—	— —	—	—	—	—	1852,2	36 20,3	1	— 0,1	4,1	0,2	— + 2,1
10	San_4 1284	60	1857,0	30 38,51	2	+ 0,04	22,92	0,1	1857	39 28,2	2	+ 0,5	6,0	0,1	+ 0,02 + 0,3
11	Par_2 13024	60	—	— —	—	—	—	—	1858,2	39 28,2	1	+ 0,1	6,4	0,2	— — 0,1
12	Ya 4523	60	1860,1	30 38,54	2	— 0,01	22,90	0,4	1854,3	39 28,2	2	+ 0,0	6,5	0,2	0,00 — 0,2
13	Q 4416	65	1863,0	30 53,31	3	+ 0,03	22,92	0,7	1865,3	41 0,8	3	+ 0,2	6,1	0,6	+ 0,01 + 0,3
14	Cp_{65} 890	65	1868,4	30 53,32	1	+ 0,00	22,90	0,3	1868,4	41 1,9	1	— 0,3	7,8	0,1	— 0,02 — 1,2
15	Arm_2 1235	75	1872,5	31 23,04	5	+ 0,07	23,11	0,2	1872,5	44 7,6	5	— 0,6	8,2	0,2	+ 0,18 — 1,6
16	Du_4 132	75	1878,4	31 22,82	4	—	22,82	0,4	1878,4	44 6,9	4	—	6,9	0,4	— 0,12 — 0,3
17	Cp_{80} 5827	80	1879,2	31 37,71	2	+ 0,04	22,86	0,5	1879,2	45 39,8	2	— 0,2	7,1	0,5	— 0,08 — 0,5
18	Par_3 13024	75	1879,2	31 22,88	2	+ 0,02	22,90	0,3	1879,2	44 6,2	2	+ 0,3	5,9	0,3	— 0,04 + 0,7
19	RC_{90} 2756	90	1885,3	32 7,28	3	+ 0,08	22,99	0,8	1885,3	48 45,1	3	— 0,4	6,8	0,6	+ 0,04 — 0,1
20	10y 1712	80	1885,7	31 37,70	6	+ 0,04	22,95	2,6	1885,6	45 40,1	8	+ 0,4	6,8	1,6	0,00 — 0,1
21	Cp_{90} 1237	90	1887,3	32 7,38	6	+ 0,02	23,03	1,3	1887,3	48 45,0	6	+ 0,1	6,2	1,2	+ 0,07 + 0,5
22	II 10y 2915	90	1891,3	32 7,26	4	+ 0,05	22,94	2,2	1891,1	48 46,0	5	+ 0,6	6,7	1,3	— 0,02 + 0,1
23	Kop 90	00	1908,2	32 36,93	10	—	22,97	2,3	1908,2	51 51,8	11	—	7,1	1,5	— 0,02 — 0,1

$\mu_\alpha = +0^s,0019$ $\mu_\delta = -0'',014$

Nr. 80. BD + 68°617

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Schw	647	28	1828,8	10 32 59,79	1	+ 0,27	21,49	0,1	1828,2	+ 68 18 36,6	1	— 0,3	58,5	0,1	+ 0,09 + 0,4
2	A Oe	11067/9	42	1842,7	34 0,10	2	+ 0,10	21,35	0,1	1843,2	14 14,8	1	+ 0,3	58,2	0,05	— 0,06 0,0
3	R C	2543	45	1851,6	34 13,29	3	— 0,08	21,47	0,6	1851,0	13 18,8	3	+ 0,6	58,5	0,3	+ 0,06 + 0,3
4	Chri	1658	75	1872,2	36 21,46	2	— 0,06	21,40	0,8	1872,2	3 57,9	2	— 0,1	57,8	0,1	— 0,02 — 0,4
5	II 10y	2935	90	1892,5	37 25,04	8	+ 0,04	21,37	3,8	1892,1	67 59 16,8	$7\frac{1}{3}$	— 0,1	57,8	1,7	— 0,07 — 0,5
6	Gr. ph.	67°3584	00	1894,9	38 7,59	3	—	21,57	3,0	1894,9	56 10,0	3	—	58,9	2,0	+ 0,13 + 0,6
7	Kop	91	00	1908,3	38 7,54	8	—	21,52	2,0	1908,3	56 8,8	8	—	57,7	1,5	+ 0,07 — 0,6
8	II 9y	7221	00	1901,6	38 7,47	8	—	21,45	6,7	1901,3	56 8,9	8	—	57,8	1,5	+ 0,01 — 0,5

$\mu_\alpha = +0^s,0006$ $\mu_\delta = +0'',002$

Nr. 81. BD — 20°3283

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	20918	00	1797,2	10 41 54,47	1	+ 0,11	32,75	0,01	1797,2	— 20 11 36,9	1	— 2,3	20,6	0,02	— 0,31 — 2,6
2	A W	8838	50	1851,1	44 20,25	1	+ 0,06	33,08	0,1	1851,1	27 19,2	1	— 0,6	14,5	0,05	+ 0,20 + 1,6
3	Ta H	291	50	1868,3	44 19,81	2	—	32,58	0,1	1868,3	27 21,6	2	—	16,2	0,1	— 0,23 — 0,7
4	Gou	14842	75	1874,3	45 32,88	4	— 0,03	32,85	0,8	1874,3	35 14,5	4	— 0,5	15,0	0,3	+ 0,05 + 0,3
5	Du_4	136	75	1878,4	45 32,92	4	—	32,92	0,5	1878,4	35 16,0	4	—	16,0	0,4	+ 0,14 — 0,8
6	Ci Z	1958	85	1885,5	46 2,10	4	—	32,98	0,2	1885,5	38 23,3	4	—	13,2	0,1	+ 0,22 + 1,8
7	$R\,C_{90}$	2816	90	1887,0	46 16,28	3	+ 0,10	32,70	0,8	1887,0	39 59,5	3	— 0,2	14,5	0,6	— 0,05 + 0,4
8	Kop	92	00	1908,4	46 45,49	5	—	32,68	1,4	1908,4	43 10,1	2	—	14,6	0,4	0,00 — 0,4

$\mu_\alpha = -0^s,0035$ $\mu_\delta = +0'',034$

Nr. 82. BD + 70°644

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A Oe	11338/9	42	1843,7	10 52 33,69	2	+ 0,10	49,75	0,2	1843,7	+ 70 5 50,9	2	+ 0,3	17,0	0,1	+ 0,24 — 0,4
2	Chri	1700	75	1875,2	54 49,36	3	— 0,06	49,30	1,1	1875,2	69 55 17,8	3	— 0,1	17,7	0,1	— 0,16 + 0,3
3	Gr. ph.	69°4343	00	1896,3	56 31,47	2	—	49,44	3,0	1896,3	47 15,9	2	—	17,5	2,0	+ 0,01 + 0,1
4	Kop	93	00	1908,0	56 31,44	5	—	49,41	1,4	1908,0	47 15,7	5	—	17,3	1,0	+ 0,01 — 0,1
5	II 9y	5828	00	1902,6	56 31,47	5	—	49,44	3,8	1902,7	47 15,7	5	—	17,3	1,2	+ 0,03 — 0,1
6	Berl C	1514	05	1906,2	56 51,70	2	—	49,36	2,2	1906,2	45 38,0	2	—	16,0	2,0	— 0,05 — 1,4

$\mu_\alpha = -0^s,0017$ $\mu_\delta = -0'',000$

Nr. 83. BD — 13°3407

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W	491	25	1824,2	11 26 52,27	1	+ 0,06	23,63	0,06	1824,2	— 13 37 31,4	1	+ 0,2	4,2	0,08	— —
2	Kop	94	00	1908,3	30 39,28	2	—	23,56	—	1908,3	14 2 22,8	2	—	5,9	—	— —

$\mu_\alpha = -0^s,0008$ $\mu_\delta = -0'',020$

Nr. 84. BD — 5°3456

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Pu M	1833	55	1862,4	12 7 10,30	6	+ 0,01	11,83	0,8	1862,4	— 5 13 46,2	6	+ 0,4	26,6	1,1	— 0,02 0,0
2	Bo VI		55	1862,7	7 10,39	4	— 0,03	11,88	0,4	1862,7	13 45,0	4	— 0,2	26,0	0,3	+ 0,03 + 0,6
3	Ma T	2764	75	1875,2	8 11,93	10	+ 0,04	11,97	0,4	1875,2	20 28,2	10	— 0,0	28,2	0,3	+ 0,12 — 1,6
4	Strb	4532	00	1890,7	9 28,74	4	— 0,01	11,80	1,6	1890,7	28 46,8	4	+ 0,0	26,0	1,1	— 0,05 + 0,6
5	Kop	95	00	1908,3	9 28,79	5	—	11,87	1,4	1908,3	28 47,7	5	—	26,9	1,0	+ 0,02 — 0,3

$\mu_\alpha = -0^s,0001$ $\mu_\delta = -0'',001$

Nr. 85. BD + 1°2694

Nr.	Katalog	Äq	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W 277	25	1823,2	12 16 17,01	1	+ 0,03	50,47	0,06	1823,2	+ 1 44 23,4	1	+ 0,2	44,0	0,08	— 0,10 — 0,9
2	San$_1$ 2°141	40	1839,4	17 3,16	4	0,00	50,56	0,1	1839,4	39 24,0	4	+ 1,1	45,1	0,08	— 0,01 + 0,1
3	Mü$_1$ 8025	80	1842,3	19 5,77	2	+ 0,08	50,51	0,08	1842,3	26 6,3	2	— 1,4	44,8	0,08	— 0,07 — 0,3
4	Gl 3161	70	1871,0	18 35,14	3	+ 0,05	50,53	0,2	1871,0	29 25,2	3	+ 0,4	45,7	0,2	— 0,05 + 0,5
5	Du$_4$ 145	75	1878,7	18 50,69	4	—	50,69	0,4	1878,7	27 45,8	4	—	45,7	0,4	+ 0,11 + 0,4
6	Alb 4481	75	1881,0	18 50,61	3	— 0,04	50,57	0,9	1881,0	27 44,9	3	+ 0,2	45,1	0,6	— 0,01 — 0,2
7	Mü$_2$ 4418	80	1884,3	19 5,99	1	+ 0,13	50,77	0,05	1884,3	26 6,4	1	+ 0,0	46,3	0,05	+ 0,19 + 1,0
8	Abb. VII	00	1907,4	20 7,29	3	—	50,55	2,0	1907,4	19 26,3	3	—	45,7	1,5	— 0,03 + 0,2
9	Kop 96	00	1908,4	20 7,33	8	—	50,60	2,0	1908,4	19 25,9	8	—	45,3	1,5	+ 0,02 — 0,2

$\mu_\alpha = + 0^s,0001$ $\mu_\delta = + 0'',008$

Nr. 86. BD + 46°1817

				h m s		s	s			° ′ ″					
1	Fed*) 2139	90	1790,1	12 35 14,83	1	—	—	0	1790,1	+ 46 35 36,2	1	—	—	0	— —
2	D'Ag 3056/7	00	1783,3	35 42,70	2	+ 0,12	16,06	0,02	1783,8	32 9,8	2	+ 0,4	26,4	0,03	+ 0,94 + 0,8
3	Lal 23793	90	1791,3	35 13,20	1	+ 0,23	15,19	0,01	1791,3	35 31,6	1	— 0,9	28,6	0,02	+ 0,06 + 3,0
4	Grb 1922	10	1811,4	36 10,49	3	— 0,05	15,17	0,1	1811,4	28 51,3	3	— 0,2	25,3	0,2	+ 0,04 — 0,4
5	12 y 1025	40	—	— —	—	—	—	—	1840,0	18 57,1	4	+ 0,1	25,2	0,5	— — 0,9
6	A Oe 12961	42	1843,4	37 41,44	1	+ 0,03	15,14	0,1	1843,4	18 18,1	1	0,0	30,5	0,05	0,00 + 4,4
7	Pu$_1$ occ 131	45	1843,4	37 49,94	2	+ 0,02	15,11	0,8	—	— —	—	—	—	—	— 0,02 —
8	Par$_1$ 15670	45	1844,3	37 49,96	2	+ 0,02	15,13	0,3	1844,3	17 20,0	4	+ 0,2	27,2	0,4	0,00 + 1,1
9	Ed 1709	40	1844,4	37 35,63	3	— 0,03	14,96	0,2	1844,4	18 58,0	2	0,0	26,0	0,2	— 0,17 — 0,1
10	12 y 1025	45	1845	37 50,06	3	0,00	15,21	0,4	1847	17 20,3	2	+ 0,1	27,4	0,2	+ 0,08 + 1,2
11	Pu M 1920	55	1846,5	38 18,42	4	+ 0,00	15,17	1,4	1846,5	14 1,3	4	+ 0,1	26,1	0,8	+ 0,04 — 0,1
12	Rob 2740	40	1847,6	37 35,75	5	+ 0,00	15,11	0,3	1852,3	18 58,6	5	— 0,6	26,0	0,3	— 0,02 — 0,2
13	R C 2910	45	1847,6	37 50,04	5	— 0,07	15,12	0,6	1846,8	17 19,1	5	— 0,2	25,8	0,4	— 0,01 — 0,4
14	Jac 438	50	1850,3	38 3,86	4	+ 0,03	14,84	0,1	1850,3	15 40,5	4	+ 0,1	26,4	0,3	— 0,30 + 0,2
15	Par$_2$ 15670	60	—	— —	—	—	—	—	1864,6	12 23,0	6	+ 0,2	26,8	0,7	— + 0,4
16	Sa C 208	65	1865,0	38 46,85	6	+ 0,01	15,22	1,0	—	— —	—	—	—	—	+ 0,08 —
17	Pu$_2$ occ 223	65	1865,4	38 46,75	2	— 0,03	15,08	1,1	—	— —	—	—	—	—	— 0,06 —
18	Aust 317	68	1868,0	38 55,33	5	—	15,18	0,4	—	— —	—	—	—	—	+ 0,04 —
19	Rog 553	75	1873,8	39 15,17	13	— 0,00	15,17	5,7	1873,8	7 26,2	13	+ 0,1	26,3	1,0	+ 0,03 — 0,2
20	Bo 8653	75	1874,4	39 15,07	2	— 0,03	15,04	0,3	1874,4	7 27,3	2	+ 0,4	27,7	0,2	— 0,10 + 1,2
21	Re$_1$ 709	75	—	— —	—	—	—	—	1876,3	7 24,9	24	+ 0,5	25,4	1,0	— — 1,1
22	Par$_3$ 15670	75	1878,5	39 14,99	10	+ 0,05	15,04	1,3	1878,5	7 26,9	10	— 0,1	26,7	1,3	— 0,10 + 0,2
23	Du$_4$ 152	75	1880,1	39 15,06	4	—	15,06	0,4	1880,1	7 26,7	4	—	26,7	0,4	— 0,08 + 0,2
24	10 y 1991	80	1884,8	39 29,26	6	+ 0,01	15,10	2,6	1884,8	5 47,0	6	+ 0,0	25,8	1,3	— 0,04 — 0,8
25	Cp$_{90}$ 1454	90	1888,1	39 57,43	3	+ 0,08	15,01	0,7	1889,9	2 30,6	4	— 0,6	26,3	0,8	— 0,13 — 0,3
26	Kü Bl$_2$ 649	90	1891,1	39 57,66	4	—	15,15	1,0	1891,1	2 30,3	4	—	26,5	1,0	0,00 — 0,1
27	II 10 y 3358	90	1891,3	39 57,66	4	+ 0,05	15,20	2,2	1891,3	2 30,2	4	+ 0,1	26,5	1,1	+ 0,05 — 0,1
28	Oert 728	00	1896,8	40 25,94	11	+ 0,02	15,15	5,5	1896,8	45 59 13,4	11	— 0,3	26,7	2,5	0,00 0,0
29	Kop 97	00	1909,2	40 25,99	8	—	15,19	2,0	1909,2	59 13,3	9	—	27,0	1,7	+ 0,04 + 0,2

$\mu_\alpha = + 0^s,0002$ $\mu_\delta = + 0'',010$

*) Die Beobachtung ist ausgeschlossen worden, da sie mehr als 3° von der Mitte der Zone entfernt ist.

Nr. 87. BD + 66°780

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Fed	2181	90	1790,2	12 48 6,23	1	+ 0,11	29,92	0,01	1790,1	+ 67 8 2,5	1	— 0,3	17,8	0,02	— 0,44 — 1,6
2	A Oe	13158	42	1843,2	50 11,85	1	+ 0,30	30,90	0,1	1843,2	66 51 4,4	1	+ 0,0	18,9	0,05	+ 0,44 + 0,7
3	Chri	1950	75	1870,8	51 30,51	2	— 0,06	30,45	0,8	1870,8	40 19,0	2	+ 0,4	19,4	0,1	— 0,06 + 1,8
4	Du_4	155b	75	1879,8	51 30,22	4	—	30,22	0,5	1879,8	40 16,1	4	—	16,1	0,5	— 0,30 — 1,3
5	II 10y	3386	90	1893,6	52 6,18	7	+ 0,04	30,53	3,4	1894,5	35 23,8	5	— 0,1	16,8	1,3	0,00 — 0,3
6	Pu_{15} N	1248	00	—	— —	—	—	—	—	1897,3	32 8,9	1	—	17,3	1,0	— + 0,3
7	Gr. ph.	66°3954	00	1895,3	52 30,05	2	—	30,62	3,0	1895,3	32 9,3	2	—	17,7	2,0	+ 0,07 + 0,7
8	Kop	98	00	1908,8	52 29,91	7	—	30,48	1,8	1908,9	32 8,0	9	—	16,4	1,3	— 0,09 — 0,4
9	II 9y	8000	00	1900,8	52 30,06	5	—	30,63	5,8	1900,6	32 8,5	5	—	16,9	1,0	+ 0,07 0,0

$\mu_\alpha = + 0^s,0018$ $\mu_\delta = - 0'',022$

Nr. 88. BD + 38°2389

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	24201	00	1794,2	12 49 58,35	1	+ 0,20	30,96	0,01	1794,2	+ 38 54 2,9	1	— 0,9	36,3	0,02	+ 0,16 + 0,2
2	W_2	1046	25	1829,3	51 9,30	1	+ 0,05	30,84	0,06	1829,3	45 50,7	1	+ 0,2	34,5	0,08	+ 0,07 — 1,5
3	Par_2	15978	60	—	— —	—	—	—	—	1867,3	34 29,0	1	+ 0,2	36,5	0,2	— + 0,5
4	Lu	5596	75	1879,4	53 30,80	2	— 0,06	30,74	0,5	1879,4	29 35,9	2	— 0,0	35,9	0,5	+ 0,01 0,0
5	Par_3	15978	75	1881,4	53 30,57	2	+ 0,04	30,62	0,3	1881,4	29 36,0	2	— 0,1	35,9	0,3	— 0,11 0,0
6	Kop	99	00	1909,3	54 41,33	8	—	30,72	1,0	1909,3	21 28,6	8	—	35,9	0,8	+ 0,01 0,0

$\mu_\alpha = - 0^s,0008$ $\mu_\delta = - 0'',002$

Nr. 89. BD — 2°3638

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	24439	00	1795,3	12 59 25,25	1	+ 0,11	16,87	0,01	1795,3	— 2 18 51,6	1	— 3,0	4,9	0,02	+ 0,02 + 3,1
2	W	14	25	1822,3	13 0 42,89	1	— 0,42	16,84	0,06	1822,3	27 2,6	1	+ 1,7	7,1	0,08	+ 0,09 + 2,4
3	$Mü_1$	8937	80	1843,9	3 32,04	2	+ 0,03	16,62	0,08	1843,9	44 39,1	2	— 0,6	12,5	0,08	— 0,05 — 1,9
4	Au	556	60	1858,3	2 30,37	1	—	16,70	0,05	—	— —	—	—	—	—	+ 0,08 —
5	San_5	522	60	1862,4	2 30,14	3	—	16,47	0,2	1862,4	38 24,5	3	—	15,1	0,1	— 0,14 — 3,5
6	Par_3	16170	75	1876,4	3 16,50	2	+ 0,02	16,52	0,3	1876,4	43 12,0	2	+ 0,0	12,0	0,3	— 0,04 + 0,4
7	War	3236	80	1881,4	3 32,03	4	—	16,58	0,1	1881,4	44 49,0	4	—	12,6	0,1	+ 0,04 0,0
8	A N 126,	23	90	1885,3	4 2,92	2	—	16,58	0,1	1885,3	48 1,5	2	—	12,3	0,1	+ 0,05 + 0,6
9	Strb	4774	00	1890,4	4 33,74	2	— 0,01	16,48	1,0	1890,4	51 15,3	2	+ 0,2	13,3	0,6	— 0,03 — 0,2
10	Cp_{00}	1784	00	1903,5	4 33,70	5	—	16,45	1,1	1903,5	51 15,6	5	—	13,8	1,0	— 0,01 0,0
11	Kop	100	00	1909,4	4 33,75	5	—	16,50	1,1	1909,4	51 15,8	6	—	14,0	1,0	+ 0,06 + 0,2

$\mu_\alpha = - 0^s,0036$ $\mu_\delta = - 0'',054$

Nr. 90. BD + 40°2929

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	L Bo	2313	00	1802,5	15 42 22,66	1	+ 0,06	3,20	0,01	1802,5	+ 40 11 14,7	1	— 0,1	12,1	0,02	+ 0,06 + 1,8
2	Pu Mo	947	55	1862,9	44 22,55	2	+ 0,04	3,40	0,4	1862,9	0 53,7	2	+ 0,3	10,8	0,5	+ 0,03 + 0,2
3	Du_4	182	75	1880,4	45 3,62	2	—	3,61	0,2	1880,4	39 57 11,4	2	—	11,4	0,2	+ 0,18 + 0,7
4	Bo	10173	75	1882,2	45 3,48	5	— 0,08	3,40	0,5	1882,2	57 9,9	5	+ 0,0	10,0	0,4	— 0,04 — 0,7
5	Lu	6543	75	1885,3	45 3,51	22	— 0,10	3,41	1,2	1885,3	57 10,3	22	+ 0,1	10,4	1,1	— 0,04 — 0,3
6	Kop	101	00	1908,9	45 57,09	9	—	3,56	1,2	1908,9	52 33,6	9	—	11,1	0,9	+ 0,02 + 0,3

$\mu_\alpha = + 0^s,0038$ $\mu_\delta = + 0'',005$

Nr. 91. BD + 50°2251

Nr.	Katalog	Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A Oe 15880	42	1841,4	15 59 52,41	1	− 0,01	46,74	0,1	1841,4	+ 50 56 0,3	1	− 0,5	26,8	0,1	− 0,04 + 0,1
2	Cbr. M. 1908	75	1876,7	16 0 47,04	5	− 0,14	46,90	0,8	1878,0	50 26,9	4	− 0,0	26,9	0,5	+ 0,01 0,0
3	Kop 102	00	1908,5	1 28,21	10	—	47,00	1,2	1908,5	46 23,6	10	—	27,1	1,0	0,00 0,0

$\mu_\alpha = + 0^s,0033$ $\mu_\delta = + 0'',005$

Nr. 92. BD − 12°4510

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Gou 22279	75	1879,5	16 19 46,41	3	+ 0,03	46,44	0,6	1879,5	− 12 8 30,3	3	− 0,6	30,9	0,2	+ 0,11 − 0,8
2	Du_4 189	75	1879,7	19 46,29	3	—	46,29	0,3	1879,7	8 29,4	3	—	29,4	0,5	− 0,04 + 0,7
3	RC_{90} 4260	90	1885,4	20 36,31	3	+ 0,06	46,38	0,8	1885,4	10 36,1	3	− 0,5	30,2	0,6	+ 0,04 − 0,1
4	Kop 103	00	1908,5	21 9,70	7	—	46,36	—	1908,5	12 1,1	4	—	30,2	—	0,00 0,0

$\mu_\alpha = + 0^s,0011$ $\mu_\delta = - 0'',004$

Nr. 93. BD − 19°4644

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A W 13400	50	1850,5	17 20 52,88	3	+ 0,05	21,30	0,2	1850,5	− 19 20 47,3	3	− 1,2	12,1	0,1	+ 0,05 + 0,9
2	Ya 7398	60	1864,5	21 28,15	3	+ 0,04	21,22	0,6	1865,5	21 22,5	2	+ 0,3	11,9	0,2	− 0,02 + 1,2
3	Du_4 202	75	1877,7	22 21,20	4	—	21,20	0,5	1877,7	22 13,0	4	—	13,0	0,5	− 0,04 + 0,2
4	Gou 23701	75	1879,6	22 21,16	3	+ 0,04	21,20	0,6	1879,6	22 13,9	3	− 0,6	14,5	0,2	− 0,04 − 0,7
5	Ci Z 2852	85	1886,5	22 56,68	3	—	21,33	0,1	1886,5	22 46,0	3	—	13,4	0,1	+ 0,09 − 0,2
6	RC_{90} 4552	90	1891,9	23 14,08	3	+ 0,10	21,16	0,8	1891,9	23 2,6	3	− 0,4	14,4	0,6	− 0,18 − 1,2
7	Tn Z 41	98	1898,5	23 42,53	4	+ 0,02	21,22	2,1	1898,5	23 27,8	4	0,0	13,6	2,4	− 0,02 − 0,4
8	Du_9 210	00	1899,5	23 49,63	5	—	21,23	2,0	1899,5	23 35,0	5	—	14,6	1,0	− 0,01 − 1,3
9	Tu H 1998	00	1899,5	23 49,62	8	+ 0,02	21,24	3,0	1899,5	23 33,7	8	0,0	13,3	3,1	0,00 0,0
10	$Wa_{00}\,Z_1$ 125	00	1900,5	23 49,68	5	—	21,28	3,0	1900,5	23 33,1	5	—	12,7	4,0	+ 0,05 + 0,6
11	Cp_{00} 2387	00	1900,8	23 49,61	5	—	21,21	1,1	1900,8	23 34,0	5	—	13,6	1,0	− 0,02 − 0,3
12	Tu Z 1998	00	1901,5	23 49,64	2	+ 0,02	21,26	1,0	1901,5	23 33,7	2	0,0	13,3	1,2	+ 0,03 0,0
13	Kop 104	00	1908,3	23 49,61	10	—	21,21	2,0	1908,5	23 33,5	5	—	13,1	1,0	− 0,02 + 0,2

$\mu_\alpha = - 0^s,0002$ $\mu_\delta = - 0'',004$

Nr. 94. BD − 18°4634

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A W 13616	50	1851,5	17 36 7,99	1	+ 0,05	36,02	0,1	1851,5	− 18 35 7,7	1	− 1,2	59,4	0,05	− 0,13 + 1,9
2	$Mü_1$ 14562	80	1847,5	37 53,79	1	+ 0,08	36,27	0,05	1847,5	36 9,0	1	− 1,0	0,2	0,05	+ 0,12 + 1,1
3	Par_3 22621	75	1873,0	37 36,20	2	+ 0,04	36,24	0,3	1873,0	36 1,5	2	− 0,1	1,6	0,3	+ 0,07 − 0,3
4	Du_4 205	75	1878,7	37 36,17	4	—	36,17	0,4	1878,7	36 2,0	4	—	2,0	0,4	0,00 − 0,7
5	Gou 24070	75	1879,6	37 36,11	3	+ 0,04	36,15	0,6	1879,6	36 2,2	3	− 0,6	2,8	0,2	− 0,02 − 1,5
6	Kop 105	00	1909,4	39 4,19	7	—	36,19	1,0	1909,3	36 47,9	2	—	0,6	0,3	0,00 + 0,6

$\mu_\alpha = + 0^s,0006$ $\mu_\delta = + 0'',001$

Nr. 95. BD − 15°4923

				h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A W 14237	50	1850,6	18 10 45,00	1	+ 0,03	11,13	0,1	1850,6	− 15 40 2,5	1	− 1,2	38,6	0,05	+ 0,19 + 0,5
2	Wa 6673	00	1895,1	13 37,04	2	—	10,89	0,5	1895,1	39 9,8	2	—	38,0	0,5	− 0,14 − 0,1
3	Kop 108	00	1909,4	13 37,29	2	—	11,14	0,7	1909,4	39 9,3	5	—	37,5	1,0	+ 0,08 − 0,1

$\mu_\alpha = + 0^s,0020$ $\mu_\delta = + 0'',026$

Nr. 96. BD + 0°3918

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	33733	00	1794,5	18 9 14,92	1	+ 0,12	4,01	0,01	1794,5	+ 0 46 18,8	1	— 3,4	28,7	0,02	+ 0,16 — 4,8
2	W	263	25	1822,5	10 31,43	1	— 0,02	4,06	0,06	1822,5	46 41,6	1	0,0	33,2	0,08	+ 0,22 — 0,2
3	Rü	6384	36	1840	11 4,60	9	+ 0,04	3,71	0,3	1840	46 50,9	7	0,0	32,0	0,2	— 0,12 — 1,4
4	$Mü_1$	15961	80	1850,1	13 19,10	16	— 0,06	3,78	0,4	1850,1	47 39,6	16	— 0,8	33,1	0,4	— 0,05 — 0,2
5	Mo Z	856	60	1859,6	12 18,09	4	+ 0,01	3,90	1,2	1859,6	47 16,5	4	+ 0,6	33,7	1,2	+ 0,08 + 0,4
6	Par_2	23747	60	1859,8	12 18,02	3	+ 0,05	3,87	0,3	1860,5	47 18,0	2	— 0,4	34,2	0,3	+ 0,05 + 0,9
7	Pu Mo	1050	55	1861,6	12 2,66	1	+ 0,04	3,77	0,1	1861,6	47 11,0	1	+ 0,5	33,4	0,2	— 0,05 + 0,1
8	Sj	6662/3	65	1863,0	12 33,25	2	+ 0,02	3,80	0,1	1863,0	47 22,7	2	— 0,9	33,0	0,1	— 0,02 — 0,3
9	Du_4	210	75	1878,8	13 3,89	3	—	3,89	0,3	1878,8	47 33,7	3	—	33,7	0,3	+ 0,08 + 0,4
10	Nic	4544	75	1879,2	13 3,83	3	+ 0,01	3,84	0,9	1879,2	47 34,1	3	+ 0,6	34,7	0,2	+ 0,03 + 1,4
11	Kü	8103	00	1895,0	14 20,06	2	0,00	3,71	2,4	1895,0	48 3,1	2	— 0,0	33,0	1,7	— 0,09 — 0,3
12	Mod	951	00	1896,9	14 20,13	4	—	3,79	1,0	1896,9	48 2,5	4	—	32,4	1,0	— 0,01 — 0,9
13	Kop	109	00	1909,4	14 20,16	8	—	3,82	1,8	1909,4	48 3,7	8	—	33,6	1,2	+ 0,02 + 0,3
14	Abb. VI		00	1906,6	14 20,16	2	—	3,82	1,8	1906,6	48 4,3	2	—	34,3	1,2	+ 0,02 + 1,1
15	Abb. VII		00	1907,6	14 20,19	2	—	3,85	1,8	1907,6	48 2,4	2	—	32,4	1,2	+ 0,05 — 0,8

$\mu_\alpha = -0^s,0005$ $\mu_\delta = -0'',002$

Nr. 97. BD + 36°3168

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lu	7740	75	1880,5	18 28 0,53	2	— 0,06	0,47	0,5	1880,5	+ 36 54 26,6	2	— 0,0	26,5	0,5	— 0,08 0,0
2	Par_3	24248	75	1881,6	28 0,80	1	+ 0,07	0,88	0,1	1881,6	54 26,9	1	— 0,5	26,4	0,2	+ 0,33 — 0,1
3	Kop	111	00	1909,0	28 52,48	7	—	0,58	—	1909,0	55 29,3	6	—	27,3	—	0,00 0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0011$ $\mu_\delta = +0'',028$

Nr. 98. BD — 7°4633

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	$Mü_1$	16776	80	1843,6	18 30 33,53	1	— 0,14	17,13	0,05	1843,6	— 7 42 4,6	1	— 0,4	18,2	0,05	0,00 + 1,1
2	Kli	4616	60	1858,4	29 28,59	1	—	17,35	0,05	1858,4	42 59,4	1	—	20,2	0,05	+ 0,09 — 0,9
3	Du_6	691	85	1885,5	30 50,38	1	—	17,86	0,1	1885,5	41 53,3	1	—	19,9	0,1	+ 0,34 — 0,6
4	$Mü_2$	7606	80	1887,6	30 34,02	1	+ 0,04	17,80	0,05	1887,6	42 4,7	1	— 0,1	18,0	0,05	+ 0,26 + 1,3
5	Hz_2	4856	90	1889,6	31 6,42	1	—	17,65	0,2	1889,6	41 39,3	1	—	19,4	0,2	+ 0,08 — 0,1
6	Ott	6234	00	1893,1	31 38,90	2	+ 0,00	17,63	1,1	1893,1	41 12,3	2	+ 0,3	19,5	0,4	+ 0,03 — 0,2
7	Kop	112	00	1909,4	31 38,98	6	—	17,70	1,4	1909,4	41 12,3	6	—	19,2	0,8	— 0,06 + 0,1

$\mu_\alpha = +0^s,0097$ $\mu_\delta = +0'',001$

Nr. 99. BD + 36°3243

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2	1146	25	1829,5	18 36 44,90	1	+ 0,05	29,17	0,06	1829,5	+ 36 47 22,8	1	— 0,2	6,5	0,08	+ 0,02 — 3,0
2	Lu	7847	75	1880,5	38 29,25	2	— 0,04	29,21	0,5	1880,5	50 8,8	2	— 0,0	8,8	0,5	+ 0,03 + 0,2
3	Kü	8301	00	1898,6	39 21,31	2	— 0,01	29,17	2,4	1898,6	51 32,9	2	+ 0,0	8,3	1,7	— 0,02 0,0
4	Kop	114	00	1909,4	39 21,34	6	—	29,22	1,6	1909,4	51 32,9	6	—	8,2	1,0	+ 0,02 + 0,1

$\mu_\alpha = +0^s,0006$ $\mu_\delta = -0'',018$

Nr. 100. BD — 8°4726

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	L Bo	2774	00	1801,6	18 39 28,19	1	+ 0,06	32,61	0,01	1801,6	— 8 7 36,6	1	— 2,9	68,5	0	— 0,33 —
2	San_2	8°367	40	1844,5	41 39,18	2	— 0,01	33,20	0,05	1844,5	5 1,5	2	+ 1,0	50,8	0	+ 0,30 —
3	Pu Mo	1076	55	1862,0	42 27,65	3	+ 0,00	32,80	0,4	1862,0	4 11,5	3	+ 0,5	56,1	0,7	— 0,08 + 0,4
4	$Mü_1$	17625	80	1863,7	43 49,17	4	— 0,08	32,81	0,1	1863,7	2 38,9	4	— 0,4	58,3	0,1	— 0,07 — 1,8
5	Gou	25775	75	1879,7	43 32,86	3	+ 0,05	32,91	0,6	1879,7	2 56,5	3	— 0,6	57,1	0,2	+ 0,05 — 0,4
6	Du_6	707	85	1885,6	44 5,42	1	—	32,86	0,2	1885,6	2 20,0	2	—	58,0	0,1	+ 0,01 — 1,2
7	Wi B	1908	85	1887,7	44 5,44	4	—	32,88	0,3	1887,7	2 18,2	4	—	56,3	0,3	+ 0,03 + 0,5
8	RC_{90}	4963	90	1889,9	44 21,64	3	+ 0,05	32,83	0,8	1889,9	1 58,7	3	— 0,5	56,6	0,6	— 0,02 + 0,2
9	IF_{93}	883	93	1893,6	44 31,42	1	+ 0,04	32,83	0,2	1893,6	1 49,4	1	+ 0,2	59,2	0,2	— 0,01 — 2,3
10	Ott	6374	00	1894,0	44 54,31	2	— 0,01	32,87	1,1	1894,0	1 20,7	2	+ 0,1	56,7	0,5	+ 0,03 + 0,2
11	Viaro	4	00	1900,7	44 54,36	3	—	32,93	0,2	1900,7	1 20,6	3	—	56,7	0,3	+ 0,09 + 0,3
12	Kop	115	00	1909,4	44 54,25	7	—	32,82	1,1	1909,4	1 20,9	7	—	57,0	0,8	— 0,01 + 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0011$ $\mu_\delta = -0'',013$

Nr. 101. BD — 8°4764

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	$Mü_1$	17983	80	1843,7	18 48 56,07	1	— 0,08	39,67	0,05	1843,7	— 8 20 17,8	1	— 0,4	39,4	0	— 0,14 —
2	Kli	4747	60	1858,4	47 50,73	1	—	39,69	0,05	1858,4	21 37,3	1	—	34,4	0,05	— 0,11 — 1,2
3	$Mü_2$	8019	80	1887,6	48 55,85	1	+ 0,04	39,57	0,05	1887,6	20 14,4	1	— 0,1	35,7	0,05	— 0,19 — 1,4
4	Hz_2	4974	90	1890,4	49 28,78	1	—	39,83	0,3	1890,4	19 29,9	1	—	33,8	0,3	+ 0,07 + 0,6
5	Ott	6443	00	1894,1	50 1,39	2	— 0,02	39,79	1,1	1894,1	18 47,2	2	0,0	34,3	0,4	+ 0,03 + 0,2
6	Kop	116	00	1909,5	50 1,26	2	—	39,68	0,7	1909,5	18 48,3	2	—	35,4	0,4	— 0,06 — 0,4

$\mu_\alpha = -0^s,0012$ $\mu_\delta = -0'',036$

Nr. 102. BD + 0°4064

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	$Mü_1$	18133	80	1849,6	18 51 25,90	3	— 0,02	10,56	0,1	1852,6	+ 0 17 54,9	2	— 1,1	31,5	0,1	+ 0,05 + 0,5
2	Du_4	221	75	1875,6	51 10,47	3	—	10,47	0,4	1875,6	17 30,8	3	—	30,8	0,3	— 0,02 — 0,3
3	Kop	117	00	1909,4	52 27,11	5	—	10,48	1,0	1909,4	19 23,8	5	—	31,4	0,7	0,00 + 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0005$ $\mu_\delta = +0'',007$

Nr. 103. BD + 14°3729

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	$Mü_1$	18249	80	1842,6	18 53 3,19	1	— 0,07	49,41	0,05	1842,6	+ 14 12 15,5	1	+ 1,2	—	0	— 0,13 —
2	Lpz I	6939	75	1870,5	52 49,61	2	— 0,05	49,56	0,6	1870,5	11 45,9	2	+ 0,4	46,3	0,4	+ 0,04 — 0,1
3	Du_4	222	75	1878,1	52 49,42	2	—	49,42	0,2	1878,1	11 46,8	2	—	46,8	0,3	— 0,09 + 0,3
4	$Mü_2$	8111	80	1885,6	53 3,17	1	+ 0,04	49,50	0,05	1885,6	12 9,7	1	— 0,1	46,9	0,05	0,00 + 0,3
5	Kop	118	00	1908,8	53 58,05	2	—	49,48	0,6	1908,8	13 42,6	2	—	46,9	0,3	0,00 0,0

$\mu_\alpha = -0^s,0009$ $\mu_\delta = +0'',012$

Nr. 104. BD — 5°4858

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	35611	00	1796,5	18 53 43,09	1	+ 0,12	43,64	0,01	1796,5	— 5 58 1,9	1	— 3,3	3,2	0,02	+ 0,11 + 3,3
2	W	1442	25	1823,7	55 3,16	1	— 0,03	43,40	0,06	1823,7	56 12,6	1	+ 0,2	8,1	0,08	— 0,15 — 2,0
3	San_2 6°	358	40	1844,5	55 51,57	2	— 0,01	43,75	0,05	1844,5	54 59,7	2	+ 1,0	6,6	0,05	+ 0,18 — 0,8
4	Par_1	25279	45	1846,8	56 7,34	4	+ 0,04	43,53	0,5	1848,5	54 33,3	1	— 0,3	5,7	0,1	— 0,04 0,0
5	Par_2	25279	60	1856,6	56 55,57	1	+ 0,05	43,69	0,1	1855,7	53 19,2	1	— 0,3	5,0	0,2	+ 0,11 + 0,5
6	$Mü_1$	18579	80	1861,5	57 59,70	9	— 0,11	43,56	0,2	1863,3	51 41,2	8	— 0,9	7,1	0,2	— 0,02 — 1,7
7	Par_3	25279	75	1874,6	57 43,57	3	+ 0,05	43,62	0,4	1874,5	52 5,3	2	— 0,3	5,6	0,3	+ 0,03 — 0,4
8	Du_4	222c	75	1876,5	57 43,53	2½	—	43,53	0,3	1876,5	52 4,7	2½	—	4,7	0,3	— 0,06 + 0,5
9	Gou	26115	75	1879,7	57 43,60	3	+ 0,05	43,65	0,6	1879,7	52 5,1	3	— 0,6	5,7	0,2	+ 0,05 — 0,6
10	RC_{90}	5038	90	1883,6	58 31,57	3	+ 0,04	43,53	0,8	1883,6	50 49,0	3	— 0,6	5,0	0,6	— 0,07 + 0,1
11	War	4587	80	1885,0	57 59,64	9	—	43,61	0,1	1886,0	51 41,3	8	—	6,3	0,05	+ 0,01 — 1,3
12	Wi B	1935	85	1885,1	58 15,74	4	—	43,68	0,2	1885,1	51 13,6	4	—	3,8	0,2	+ 0,08 + 1,2
13	Val	2270	90	1889,1	58 31,74	6	0,00	43,66	2,0	1889,1	50 49,6	6	— 0,1	4,5	1,5	+ 0,06 + 0,5
14	Strb	6453	00	1891,5	59 3,78	2½	+ 0,01	43,67	1,2	1891,5	49 58,6	2½	+ 0,1	4,8	0,7	+ 0,06 + 0,1
15	Ott	6545	00	1893,0	59 3,71	2	+ 0,01	43,61	1,1	1893,0	49 58,8	2	— 0,0	5,0	0,4	0,00 — 0,1
16	Kop	120	00	1909,0	59 3,70	9	—	43,58	1,7	1909,0	49 58,7	9	—	5,0	1,4	— 0,04 — 0,4

$\mu_\alpha = + 0^s,0008$ $\mu_\delta = + 0'',017$

Nr. 105. W Aquilae

					h m s			s			° ′ ″			″		s ″
1	Hz_1	2261	91	1890,1	19 9 27,66	2	—	39,15	0,8	1890,1	— 7 14 15,4	2	—	44,6	0,5	+ 0,03 + 0,2
2	Ott	6645	00	1893,6	9 59,95	2	— 0,00	39,10	1,1	1893,6	13 15,9	2	+ 0,2	45,0	0,5	— 0,02 — 0,2
3	Kop	121	00	1908,7	9 59,97	1	—	39,12	—	1908,7	13 15,8	1	—	45,1	—	0,00 0,0

$\mu_\alpha = 0^s,0000$ $\mu_\delta = - 0'',018$

Nr. 106. BD — 16°5272

					h m s		s	s			° ′ ″					s ″
1	Br	2426	55	1756,7	19 5 6,83	1	— 0,10	59,85	0,05	—	— — —	—	—	—	—	— 0,09 —
2	Lal	36284	00	1794,6	7 41,82	1	+ 0,08	0,02	0,01	1794,6	— 16 15 30,7	1	— 2,9	2,3	0,02	+ 0,09 — 1,0
3	12y	1702	40	—	— —	—	—	—	—	1837	11 36,0	2	+ 0,4	1,7	0,2	— — 0,1
4	12y II	1702	45	1845	10 16,56	2	+ 0,05	59,82	0,2	—	— — —	—	—	—	—	— 0,10 —
5	$Mü_1$	19563	80	1847,6	12 16,66	1	+ 0,08	59,54	0,05	1847,6	7 29,7	1	— 2,3	3,0	0,05	— 0,38 — 1,4
6	Par_1	25812	45	1848,0	10 16,66	6	+ 0,04	59,91	0,7	1848,0	11 4,2	5	— 0,2	0,7	0,4	— 0,01 + 0,9
7	AW	15251	50	1849,6	10 33,73	1	+ 0,05	59,79	0,1	1849,6	10 35,3	1	— 1,2	3,1	0,05	— 0,13 — 1,5
8	Jac	1063	50	1849,6	10 34,12	4	— 0,02	0,11	0,2	1849,6	10 34,1	6	— 0,6	1,2	0,2	+ 0,19 + 0,4
9	Do_{49}	226	49	1849,7	10 30,22	2	—	59,67	0,1	—	— — —	—	—	—	—	— 0,25 —
10	Cp_{50}	3801	50	1852,6	10 33,88	1	+ 0,03	59,92	0,1	1850,8	10 34,6	2	— 0,1	1,3	0,3	0,00 + 0,3
11	Ml Ca	390	60	1854	11 8,64	2	—	—	0	1854	9 38,6	2	—	—	0	— —
12	Q	8040	65	1869,0	11 25,38	5	+ 0,09	59,87	1,1	—	— — —	—	—	—	—	— 0,05 —
13	Bl	412	75	1857,5	11 59,92	4	+ 0,02	59,94	4,0	1877,5	8 1,6	4	— 0,3	1,9	3,0	+ 0,02 — 0,1
14	Gou	26450	75	1879,7	11 59,89	3	+ 0,06	59,95	0,6	1879,7	8 2,0	3	— 0,6	2,6	0,2	+ 0,03 — 0,7
15	Brü 82	1374	82	1882,7	12 23,98	1	—	59,90	0,3	—	— — —	—	—	—	—	— 0,02 —
16	RC_{90}	5117	90	1883,0	12 51,48	3	+ 0,09	59,99	0,8	1883,0	6 29,0	3	— 0,4	2,8	0,6	+ 0,07 — 0,9
17	Wa	7212	00	1896,1	13 25,84	2	—	59,87	0,5	1896,1	5 25,1	2	—	1,5	0,5	— 0,04 + 0,5
18	Kop	122	00	1908,7	13 25,86	9	—	59,89	2,0	1908,7	5 25,5	9	—	1,9	1,5	— 0,02 + 0,2

$\mu_\alpha = - 0^s,0002$ $\mu_\delta = - 0'',007$

Nr. 107. BD + 10°3857

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.	
					h m s			s			° ′ ″			″			
1	Tou$_1$	2988	00	1894,5	19 13 47,94	4	—	36,91	—	1894,5	+ 10 19 57,6	4	—	20,2	—	—	—
2	Kop	123	00	1908,7	13 47,97	7	—	36,94	—	1908,7	19 57,0	7	—	19,6	—	—	—

$\mu_\alpha = +0^s,0021$ $\mu_\delta = -0'',044$

Nr. 108. BD − 10°5057

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Lal	36491/3	00	1794,6	19 12 7,00	2	+ 0,09	15,93	0,02	1794,6	− 11 4 23,3	2	− 3,2	28,0	0,03	− 0,01	+ 0,9
2	Pi	86	00	—	12 6,75	7	+ 0,09	15,68	0,07	—	4 21,9	8	− 3,2	26,6	0,1	—	—
3	W	361	25	1822,7	13 30,08	1	− 0,03	15,91	0,06	1822,7	1 52,3	1	0,0	30,5	0,08	0,00	− 2,4
4	Tay D	8878	35	1837,1	14 3,27	3	− 0,07	15,88	0,1	1837,4	0 44,7	3	− 0,4	26,7	0,1	− 0,01	+ 1,0
5	Par$_1$	25984	45	1841,6	14 36,28	1	+ 0,04	15,83	0,2	—	— —	—	—	—	—	− 0,06	—
6	San$_2$	10°407	40	1844,5	14 19,89	2	0,00	15,98	0,05	1844,5	0 16,8	2	+ 1,0	29,3	0,05	+ 0,09	− 1,8
7	Rob	4029	40	1851,7	14 19,83	4	+ 0,06	15,99	0,3	—	— —	—	—	—	—	+ 0,12	—
8	Par$_2$	25984	60	1855,5	15 25,99	1	+ 0,05	15,79	0,1	1854,7	10 58 3,7	1	− 0,2	26,1	0,2	− 0,08	+ 1,1
9	San$_3$	2137	60	1857	15 25,92	2	− 0,04	15,63	0,05	1857	58 3,1	2	− 0,1	25,4	0,05	− 0,24	+ 1,8
10	Mü$_1$	19873	80	1857,5	16 32,35	6	+ 0,07	15,85	0,2	1857,5	55 53,3	6	− 2,1	28,2	0,2	− 0,02	− 1,0
11	Par$_3$	25984	75	1878,6	16 15,88	1	+ 0,05	15,93	0,1	1878,6	56 25,9	1	− 0,2	26,1	0,2	+ 0,09	+ 0,5
12	Gou	26562	75	1879,7	16 15,74	3	+ 0,06	15,80	0,6	1879,7	56 26,1	3	− 0,6	26,7	0,2	− 0,04	− 0,1
13	Wi B	1968	85	1885,9	16 48,77	4	—	15,62	0,1	1885,9	55 22,2	4	—	27,9	0,1	− 0,21	− 1,5
14	R C$_{90}$	5144	90	1886,5	17 5,55	3	+ 0,06	15,88	0,8	1886,5	54 46,7	3	− 0,5	25,9	0,6	+ 0,05	+ 0,5
15	Tu Pi	2339	00	1899,6	17 38,70	2	0,00	15,82	1,2	1899,6	53 41,0	2	0,0	26,1	1,2	0,00	0,0
16	Kop	124	00	1908,6	17 38,68	8	—	15,80	1,2	1908,6	53 40,8	9	—	25,9	1,0	− 0,01	− 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0012$ $\mu_\delta = +0'',027$

Nr. 109. BD + 76°734

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Fed	3209	90	1790,0	19 28 47,39	1	− 0,23	58,04	0,01	1790,0	+ 76 8 6,9	1	− 1,0	40,3	0,02	− 0,63	+ 1,5
2	Lal	37241	90	1790,6	28 46,63	1	+ 0,40	57,91	0,01	1790,6	8 2,1	1	− 0,6	35,9	0,02	− 0,76	− 2,9
3	Schw	1159	28	1828,8	27 32,77	1	+ 0,27	58,59	0,1	1828,8	12 52,1	1	− 0,3	40,0	0,1	0,00	+ 1,4
4	A Oe	19336	42	1841,7	27 4,55	1	+ 0,10	58,10	0,1	1841,7	14 36,5	1	− 0,3	40,1	0,05	− 0,35	+ 1,6
5	R C	4348	45	1848,7	26 58,71	5	+ 0,02	58,15	1,2	1848,6	14 56,1	4	+ 0,9	38,7	0,3	− 0,27	+ 0,2
6	Par$_1$	26331	45	1853,4	26 58,96	10	+ 0,09	58,47	0,9	—	— —	—	—	—	—	+ 0,07	—
7	6y	1269	50	1853,6	26 49,08	4	− 0,07	58,48	0,8	1853,1	15 33,7	8	− 0,0	38,1	0,7	+ 0,08	− 0,4
8	Q	8217	65	1861,5	26 18,94	5	− 0,04	58,61	1,3	1869,1	17 24,5	2	+ 0,3	38,4	0,5	+ 0,24	0,0
9	Wa$_2$	3997	75	1871,6	25 58,20	3	− 0,00	58,20	0,8	1871,6	18 38,7	3	− 0,0	38,7	0,4	− 0,12	+ 0,3
10	Kas	3272	75	1872,2	25 58,13	8	+ 0,08	58,21	0,8	1872,2	18 39,1	8	− 0,2	38,9	0,3	− 0,11	+ 0,5
11	9y	1786	72	1873,3	26 4,31	6	+ 0,05	58,27	5,7	1873,6	18 17,2	5	− 0,3	38,9	1,0	− 0,04	+ 0,5
12	Du$_4$	229	75	1876,6	25 58,29	4	—	58,28	0,3	1876,6	18 35,4	4	—	—	0	− 0,02	—
13	Ya	8557	60	1877,6	26 28,52	3	+ 0,09	58,22	0,6	1872,9	16 48,0	4	+ 0,3	38,8	0,3	− 0,08	+ 0,4
14	10y	3184	80	1879,0	25 48,10	7	+ 0,09	58,40	2,9	1879,0	19 14,7	7	+ 0,2	38,2	1,5	+ 0,11	− 0,1
15	Re$_2$	804	80	—	— —	—	—	—	—	1880,5	19 14,6	20	+ 0,1	37,8	1,8	—	− 0,5
16	LG	1916	90	1887,7	25 27,48	6	− 0,01	58,10	1,0	—	— —	—	—	—	—	− 0,16	—
17	II 10y	4967	90	1888,9	25 27,54	6	+ 0,01	58,18	3,0	1889,0	20 27,5	6	+ 0,1	37,6	1,5	− 0,08	− 0,7
18	Pu$_{15}$ N	917	00	—	— —	—	—	—	—	1898,0	21 41,1	13	—	38,3	3,0	—	+ 0,1
19	Gr. ph.	76°7005	00	1896,0	25 7,18	2	—	58,36	3,0	1896,0	21 41,2	2	—	38,4	2,0	+ 0,14	+ 0,2
20	Kop	125	00	1908,6	25 7,03	10	—	58,21	2,3	1908,6	21 40,9	9	—	38,1	1,7	+ 0,04	0,0
21	II 9y	2697	00	1901,5	25 7,03	5	—	58,21	5,5	1901,5	21 41,6	5	—	38,8	1,0	+ 0,01	+ 0,6

$\mu_\alpha = -0^s,0043$ $\mu_\delta = -0'',006$

Nr. 110. BD + 45°2906

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.	
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″			
1	A Oe	19290	42	1841,6	19 24 4,41	1	+ 0,03	3,57	0,1	1841,6	+ 45 43 9,4	1	— 0,3	7,7	0,05	—	—
2	Bo	13040	75	1874,6	25 3,65	2	— 0,08	3,57	0,3	1874,6	47 8,3	2	+ 0,2	8,5	0,2	—	—
3	Kop	126	00	1908,6	25 48,41	8	—	3,62	—	1908,6	50 11,2	5	—	8,7	—	—	—

$\mu_\alpha = +0^s,0011$ $\mu_\delta = +0'',009$

Nr. 111. BD — 16°5360

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Lal	36981	00	1794,6	19 22 50,47	1	+ 0,08	8,96	0,01	1794,6	— 16 47 37,6	1	— 2,9	35,3	0,02	— 0,11	— 0,1
2	$Mü_1$	20718	80	1847,7	27 26,13	1	+ 0,08	9,00	0,05	1847,7	37 56,2	1	— 2,1	35,6	0,05	— 0,07	— 1,2
3	A W	15505	50	1849,6	25 42,82	1	+ 0,05	8,95	0,1	1849,6	41 36,7	1	— 1,2	33,2	0,05	— 0,12	+ 1,2
4	Par_2	26382	60	1856,6	26 17,50	2	+ 0,05	9,20	0,2	1858,5	40 24,1	1	— 0,1	33,1	0,2	+ 0,13	+ 1,1
5	Du_4	228	75	1876,6	27 9,12	4	—	9,11	0,4	1876,6	38 34,6	4	—	34,6	0,4	+ 0,04	— 0,6
6	Par_3	26382	75	1878,7	27 8,91	1	+ 0,06	8,97	0,1	1878,7	38 34,6	1	— 0,2	34,8	0,2	— 0,10	— 0,9
7	Gou	26806	75	1879,7	27 8,99	3	+ 0,05	9,04	0,6	1879,7	38 33,9	3	— 0,6	34,5	0,2	— 0,03	— 0,6
8	RC_{90}	5207	90	1885,7	28 0,61	3	+ 0,09	9,06	0,8	1885,7	36 41,3	3	— 0,4	33,8	0,6	— 0,01	0,0
9	Wa	7348	00	1895,2	28 35,20	2	—	9,15	0,5	1895,2	35 26,5	2	—	34,0	0,5	+ 0,08	— 0,3
10	Cp_{00}	2695	00	1900,7	28 35,12	5	—	9,07	1,1	1900,7	35 25,9	5	—	33,4	1,0	0,00	+ 0,2
11	Kop	127	00	1908,8	28 35,11	7	—	9,06	1,2	1908,8	35 26,0	7	—	33,5	0,8	— 0,01	0,0

$\mu_\alpha = -0^s,0000$ $\mu_\delta = +0'',015$

Nr. 112. BD + 32°3522

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Bo VI	3522	55	1858,6	19 35 23,63	2	+ 0,04	9,66	0,2	1858,6	+ 32 17 0,2	2	— 1,4	40,6	0,2	+ 0,14	— 0,1
2	Lei	7568	75	1872,1	36 9,52	2	— 0,03	9,49	0,9	1872,1	19 40,8	2	+ 0,1	40,9	0,6	— 0,03	0,0
3	Po. ph.	132, 165	00	1893,6	37 7,00	1	—	9,51	0,6	1893,6	23 6,4	1	—	41,3	0,4	— 0,01	+ 0,2
4	Kop	128	00	1908,9	37 7,02	10	—	9,53	1,8	1908,9	23 6,4	10	—	41,3	1,2	0,00	0,0

$\mu_\alpha = -0^s,0001$ $\mu_\delta = +0'',012$

Nr. 113. BD — 18°5480

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″			
1	A W	15669	50	1849,6	19 37 44,89	2	+ 0,06	11,86	0,2	1849,6	— 18 30 39,8	2	— 1,3	12,3	0,1	—	—
2	$Mü_1$	21667	80	1847,7	39 29,18	1	+ 0,10	11,90	0,05	1847,7	26 32,1	1	— 2,1	16,3	0,05	—	—
3	Kop	129	00	1908,7	40 38,79	2	—	11,88	—	1908,7	23 40,8	4	—	12,4	—	—	—

$\mu_\alpha = +0^s,0062$ $\mu_\delta = +0'',020$

Nr. 114.

					h m s		s			° ′ ″			″			
1	Bord. ph.	293, 808	00	1897,6	19 42 47,21	1	—	38,93	1,5	1897,6	+ 15 49 11,2	1	—	35,0	0,7	—	—
2	Kop	130	00	1908,7	42 47,10	1	—	38,82	—	1908,7	49 11,2	1	—	35,0	—	—	—

$\mu_\alpha = -0^s,0100$ $\mu_\delta = 0'',000$

Nr. 115. BD + 43°3425

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Grb	2988	10	1812,6	19 51 4,51	4	− 0,03	10,46	0,2	1812,6	+ 43 45 23,0	4	+ 0,1	35,7	0,2	+ 0,11 + 1,0
2	W_2	1734	25	1827,7	51 33,42	2	+ 0,05	10,38	0,1	1829,7	47 41,9	2	− 0,4	33,6	0,1	+ 0,05 − 1,0
3	RC	4524	45	1848,0	52 11,99	3	+ 0,04	10,18	0,4	1846,7	50 49,9	2	− 0,2	33,7	0,2	− 0,12 − 0,8
4	Bo	13586	75	1885,0	53 10,42	3	− 0,08	10,34	0,4	1885,0	55 34,6	3	+ 0,3	34,9	0,3	+ 0,10 + 0,6
5	II 10y	5185	90	1894,9	53 39,24	4	+ 0,03	10,20	2,2	1894,9	57 57,0	4	− 0,0	34,1	1,1	− 0,02 − 0,1
6	Kop	132	00	1908,8	53 58,67	8	—	10,21	2,0	1908,8	59 32,6	8	—	34,3	1,0	+ 0,01 + 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0016$ $\mu_\delta = -0'',006$

Nr. 116. BD + 9°4369

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	38208	00	1794,5	19 51 27,64	1	+ 0,15	4,04	0,01	1794,5	+ 8 58 29,0	1	− 3,1	19,4	0,02	+ 0,29 − 0,1
2	$Mü_1$	22643	80	1851,5	55 18,17	9	− 0,08	3,68	0,2	1851,5	9 11 8,5	9	− 0,1	20,1	0,2	+ 0,02 + 0,8
3	Par_2	27239	60	1858,1	54 20,25	3	+ 0,06	3,55	0,3	1857,8	7 55,0	2	− 0,3	19,0	0,3	− 0,10 − 0,3
4	Kli	5090	60	1858,6	54 20,35	1	—	3,59	0,05	1858,6	7 55,6	1	—	19,9	0,05	− 0,06 + 0,6
5	Lpz II	9756	75	1884,6	55 3,69	4	− 0,05	3,64	1,6	1884,6	10 18,9	4	+ 0,1	19,0	1,1	+ 0,03 − 0,2
6	Kop	133	00	1908,7	56 15,62	5	—	3,56	1,4	1908,7	14 21,5	5	—	19,2	1,0	− 0,02 + 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0015$ $\mu_\delta = -0'',004$

Nr. 117. BD + 20°4390

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Berl B	7435	75	1881,6	19 56 54,29	5	− 0,04	54,25	3,4	1881,6	+ 20 44 35,4	5	+ 0,4	35,8	2,7	0,00 0,0
2	Abb IV		00	1904,7	57 59,98	2	—	54,20	1,8	1904,7	48 41,5	2	—	35,7	1,2	− 0,03 0,0
3	Abb V		00	1905,8	58 0,05	1	—	54,27	1,5	1905,8	48 41,1	1	—	35,3	1,0	+ 0,04 − 0,4
4	Kop	135	00	1908,3	57 59,96	7	—	54,21	1,6	1908,3	48 41,7	6	—	35,9	1,2	− 0,01 + 0,3

$\mu_\alpha = -0^s,0010$ $\mu_\delta = -0'',005$

Nr. 118. BD + 20°4417

					h m s			s			° ′ ″			″		s ″
1	Du_4	234a	75	1880,1	19 57 34,63	3	—	34,63	0,4	1880,1	+ 20 17 39,6	3	—	39,6	0,4	+ 0,22 + 0,8
2	Berl B	7460	75	1881,3	57 34,43	3	− 0,04	34,39	2,8	1881,3	17 38,3	3	+ 0,3	38,6	2,0	− 0,02 − 0,2
3	RC_{00}	1533	00	1898,7	— —	3	—	34,36	1,5	1898,7	— —	3	—	38,7	1,8	− 0,04 + 0,2
4	Abb IV		00	1904,7	0 40,45	2	—	34,36	1,8	1904,7	21 49,1	2	—	38,3	1,2	− 0,04 − 0,1
5	Kop	136	00	1908,6	0 40,53	8	—	34,44	2,0	1908,6	21 49,2	8	—	38,4	1,5	+ 0,05 + 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0007$ $\mu_\delta = -0'',018$

Nr. 119. BD + 41°3632

					h m s			s			° ′ ″			″		
1	Du_4	237	75	1877,7	20 5 24,94	2	—	24,94	0,2	1877,7	+ 41 7 33,8	2	—	33,8	0,2	— —
2	Kop	137	00	1908,6	6 16,68	2	—	24,79	—	1908,6	11 55,9	2	—	34,3	—	— —

$\mu_\alpha = -0^s,0048$ $\mu_\delta = +0'',016$

Nr. 120. BD + 47°3031

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		
1	Bo	13838	75	1887,7	20 5 41,91	2	− 0,08	41,83	0,3	1887,7	+ 47 30 13,2	2	+ 0,1	13,3	0,2	— —
2	Kop	138	00	1908,5	6 27,56	5	—	41,88	—	1908,5	34 34,4	6	—	12,4	—	— —

$\mu_\alpha = +0^s,0024$ $\mu_\delta = -0'',043$

Nr. 121. BD + 38°3957

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Grb	3081	10	1812,8	20 6 30,02	3	— 0,05	51,45	0,1	1812,8	+ 38 9 38,6	3	+ 0,5	8,2	0,2	+ 0,18 — 0,3
2	W_2	306	25	1825,7	7 2,68	1	+ 0,04	51,55	0,06	1825,7	12 16,3	1	+ 0,5	7,9	0,08	+ 0,26 — 0,4
3	R C	4651	45	1847,3	7 46,01	3	+ 0,04	51,36	0,4	1846,4	15 49,0	3	— 0,3	8,1	0,2	+ 0,03 + 0,2
4	Ya	8982	60	1871,4	8 18,48	4	+ 0,08	51,22	0,7	—	— —	—	—	—	—	— 0,14 —
5	Lu	9135	75	1881,5	8 51,36	2	— 0,05	51,31	0,5	1881,5	21 8,1	2	— 0,0	8,1	0,5	— 0,06 + 0,8
6	II 10y	5319	90	1890,0	9 24,04	3	+ 0,03	51,41	2,2	1890,0	23 47,6	3	— 0,1	6,9	0,9	+ 0,02 — 0,3
7	Kop	139	00	1908,5	9 45,87	8	—	51,44	2,0	1908,5	25 34,7	5	—	6,7	0,8	+ 0,02 — 0,2

$\mu_\alpha = +0^s,0015$ $\mu_\delta = -0'',017$

Nr. 122. BD — 21°5672

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	38839	00	1795,6	20 5 23,10	1	+ 0,06	47,56	0,01	1795,6	— 21 55 11,1	1	— 3,2	59,6	0,02	+ 0,03 + 1,2
2	L Bo	3241/2	00	1801,6	5 22,93	2	+ 0,06	47,39	0,02	1801,6	55 15,6	2	— 2,5	3,4	0,03	— 0,12 — 2,4
3	Ba V	1114/7	05	1805,6	5 40,76	4	—	47,51	0	—	— —	—	—	—	—	0,00 —
4	A W	16016	50	1849,7	8 19,28	1	+ 0,05	47,39	0,1	1849,7	46 29,7	1	— 1,3	3,4	0,05	— 0,02 + 0,4
5	Ml Ca	446	60	1854	8 53,91	3	—	—	0	1854	44 57,8	3	—	—	0	— —
6	Par_2	27791	60	—	— —	—	—	—	—	1859,8	44 43,0	1	+ 0,1	2,0	0,2	— — 0,1
7	Du_4	238	75	1877,0	9 47,45	3	—	47,45	0,3	1877,0	41 2,3	3	—	2,3	0,4	+ 0,10 — 0,2
8	Gou	27776	75	1878,7	9 47,32	4	+ 0,06	47,38	0,8	1878,7	42 1,7	4	— 0,5	3,2	0,3	+ 0,03 — 1,1
9	$R C_{90}$	5441	90	1884,0	10 39,95	3	+ 0,11	47,26	0,8	1884,0	39 19,5	3	— 0,2	1,5	0,6	— 0,08 + 0,8
10	Ci Z	3369	85	1885,7	10 22,56	4	—	47,36	0,2	1885,7	40 14,7	4	—	2,5	0,1	+ 0,02 — 0,2
11	$Mü_2$	9991	80	1885,7	10 4,90	1	+ 0,15	47,45	0,05	1885,7	41 11,7	1	— 1,5	7,0	0,05	+ 0,11 — 4,7
12	Kop	140	00	1908,7	11 15,25	8	—	47,27	1,0	1908,7	37 32,5	8	—	2,8	0,5	— 0,01 — 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0022$ $\mu_\delta = -0'',016$

Nr. 123. BD + 39°4208

					h m s		s			° ′ ″			″			
1	Po. ph.	1211, 234	00	1896,5	20 25 12,58	1	—	18,10	0,6	1896,5	+ 39 38 56,6	1	—	0,6	0,4	— —
2	Kop	142	00	1908,6	25 12,53	4	—	18,05	—	1908,6	38 55,9	4	—	59,9	—	— —

$\mu_\alpha = -0^s,0042$ $\mu_\delta = -0'',058$

Nr. 124. BD + 68°1140

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A Oe	20928	42	1841,8	20 35 35,83	1	— 0,10	51,90	0,1	1841,8	+ 68 0 19,1	1	— 0,3	14,6	0,05	— 0,16 — 0,4
2	Chri	3207	75	1872,3	35 52,12	2	— 0,01	52,11	0,8	1872,3	7 11,7	2	+ 0,4	12,1	0,1	0,00 — 1,0
3	Gr. ph.	68°7859	00	1894,3	36 4,16	2	—	52,17	3,0	1894,3	12 27,5	2	—	12,2	2,0	+ 0,03 + 0,3
4	Kop	145	00	1908,7	36 4,04	3	—	52,05	0,9	1908,7	12 25,6	3	—	10,2	0,6	— 0,12 — 0,8
5	II 9y	6787	00	1902,3	36 4,19	5	—	52,20	3,0	1902,3	12 26,6	5	—	11,2	1,5	+ 0,04 — 0,1

$\mu_\alpha = +0^s,0015$ $\mu_\delta = -0'',062$

Nr. 125. BD + 45°3271

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A Oe	21083/4	42	1842,6	20 41 28,32	2	+ 0,04	35,55	0,2	1842,6	+ 45 28 28,0	2	— 0,4	37,4	0,1	+ 0,02 + 0,2
2	Bo	14663	75	1881,8	42 35,59	3	— 0,08	35,51	0,4	1881,8	35 36,9	3	+ 0,3	37,2	0,3	— 0,03 — 0,2
3	Kop	146	00	1908,7	43 26,47	5	—	35,55	1,0	1908,7	41 4,7	5	—	37,5	0,6	+ 0,02 0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0002$ $\mu_\delta = +0,''004$

Nr. 126. BD + 41°4114

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Bo	15402	75	1871,3	21 17 41,76	2	− 0,08	41,68	0,3	1871,3	+ 41 51 45,2	2	+ 0,1	45,3	0,2	− 0,05 − 1,4
2	Du_4	248b	75	1876,9	17 41,78	5	—	41,78	0,5	1876,9	51 47,3	5	—	47,3	0,4	+ 0,04 + 0,7
3	Kop	149	00	1908,7	18 39,14	2	—	41,80	—	1908,7	58 7,2	2	—	45,8	—	0,00 0,0

$\mu_\alpha = + 0^s,0018$ $\mu_\delta = - 0'',024$

Nr. 127. BD + 49°3535

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A Oe	22339	42	1842,6	21 23 49,30	1	+ 0,06	58,04	0,1	1842,6	+ 49 38 44,5	1	− 0,4	19,0	0,05	+ 0,07 − 1,2
2	Bo	15585	75	1887,8	24 57,91	3	− 0,08	57,83	0,4	1887,8	47 21,4	3	+ 0,0	21,4	0,3	− 0,06 + 0,6
3	Kop	150	00	1908,7	25 45,95	3	—	57,88	0,7	1908,7	53 52,2	3	—	20,8	0,5	+ 0,02 − 0,3

$\mu_\alpha = - 0^s,0017$ $\mu_\delta = + 0'',014$

Nr. 128. BD + 77°827

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Fed	3896	90	1789,8	21 37 32,48	1	− 0,40	44,51	0,01	1789,8	+ 77 40 39,5	1	− 1,5	41,9	0,02	+ 0,62 + 1,2
2	A Oe	22734	42	1841,8	37 3,75	1	− 0,60	43,34	0,05	1841,8	54 43,1	1	− 0,4	39,5	0,05	− 0,85 − 1,1
3	Pu M	3165	55	1861,3	36 56,59	4	− 0,04	44,33	2,2	1861,3	58 15,5	4	− 0,1	40,7	0,8	+ 0,03 + 0,2
4	Bo VI	827	55	1862,2	36 55,01	1	+ 0,10	42,89	0,1	1862,2	58 19,8	1	− 0,8	44,8	0,1	− 1,41 + 4,3
5	Bo VI	827	55	1862,9	36 56,67	5	+ 0,10	44,55	0,7	1862,9	58 14,7	5	− 0,8	39,2	0,4	+ 0,24 − 1,3
6	Ma P	4787	75	1871,2	36 44,20	10	− 0,01	44,19	0,4	1871,2	78 3 40,9	10	− 0,2	40,7	0,3	− 0,17 + 0,2
7	Du_4	250	75	1877,2	36 44,82	2	—	44,82	0,1	1877,2	3 37,2	2	—	37,2	0,1	+ 0,43 − 3,3
8	Bm_1	1452	95	1894,7	36 31,57	4	− 0,04	44,40	2,0	1894,7	9 5,5	5	− 0,0	40,5	2,5	− 0,09 + 0,1
9	Kas App.	3767	75	1894,7	36 44,47	5	+ 0,08	44,55	0,7	1894,7	3 40,4	5	− 0,2	40,2	0,3	+ 0,06 − 0,2
10	Kop	152	00	1908,7	36 28,29	8	—	44,49	1,5	1908,7	10 26,3	8	—	40,0	1,2	− 0,08 − 0,4
11	II 9y	2007	00	1901,9	36 28,49	5	—	44,69	2,8	1901,9	10 27,1	5	—	40,8	1,5	+ 0,16 + 0,4

$\mu_\alpha = + 0^s,0057$ $\mu_\delta = - 0'',003$

Nr. 129. BD + 34°4500

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Lal	42342	00	1793,6	21 33 35,39	1	+ 0,20	44,81	0,01	1793,6	+ 34 36 13,8	1	− 1,4	25,9	0,02	+ 0,01 − 2,4
2	Pi	253	00	—	33 35,15	8	+ 0,20	44,57	0	—	36 15,0	8	− 1,4	27,1	0	− 0,23 —
3	W_2	889	25	1825,7	34 38,35	1	+ 0,52	45,05	0,06	1825,7	42 56,9	1	+ 0,0	27,2	0,08	+ 0,25 − 0,8
4	Tay D	10063	35	1837,1	35 3,95	2	− 0,01	44,90	0,07	1837,2	45 39,0	4	+ 0,5	28,1	0,1	+ 0,10 + 0,7
5	Par_2	30817	60	1867,7	36 6,90	1	+ 0,07	44,84	0,1	1867,7	52 25,4	1	− 0,1	26,9	0,1	+ 0,04 − 0,8
6	Q	9653	65	1868,1	36 19,44	3	+ 0,08	44,77	0,7	1866,7	53 45,0	3	− 0,1	27,4	0,6	− 0,03 − 0,3
7	Lei	9087	75	1871,6	36 44,78	2	− 0,02	44,76	0,9	1871,6	56 27,9	2	+ 0,2	28,1	0,6	− 0,04 + 0,4
8	Du_4	249a	75	1877,6	36 44,87	4	—	44,87	0,4	1877,6	56 27,8	4	—	27,8	0,4	+ 0,07 + 0,1
9	Lu Anh	417	75	1878,9	36 44,73	2	− 0,00	44,73	0,5	1878,9	56 27,5	2	+ 0,0	27,5	0,4	− 0,07 − 0,2
10	Par_3	30817	75	1879,8	36 44,68	1	+ 0,08	44,76	0,1	1879,8	56 29,1	1	− 0,4	28,7	0,2	− 0,04 + 1,0
11	Lu	10275	75	1885,1	36 44,83	3	− 0,00	44,83	0,7	1885,1	56 28,6	3	+ 0,0	28,6	0,6	+ 0,03 + 1,0
12	II 10y	5972	90	1888,7	37 22,66	3	+ 0,04	44,81	1,7	1888,7	35 0 31,6	3	− 0,1	27,5	0,9	+ 0,01 − 0,1
13	Ci_3	3867	00	1900,3	37 47,91	3	0,00	44,75	0,6	1900,3	3 14,5	3	− 0,0	27,4	0,6	− 0,05 − 0,1
14	Arc (24)		05	1905,7	38 0,61	4	—	44,82	0,5	1905,7	4 35,9	4	—	27,2	0,4	+ 0,02 − 0,3
15	Kop	153	00	1908,7	37 47,97	10	—	44,81	1,8	1908,7	3 14,2	10	—	27,1	1,0	+ 0,01 − 0,4

$\mu_\alpha = - 0^s,0000$ $\mu_\delta = - 0'',007$

Nr. 130. BD + 37°4407

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.	
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	W_2	923	25	1825,7	21 36 2,29	1	+ 0,04	6,13	0,06	1825,7	+ 37 13 9,7	1	+ 0,5	44,1	0,08	+ 0,12	— 2,6
2	Bo VI	4407	55	1862,6	37 16,50	2	+ 0,03	6,07	0,2	1862,6	21 20,3	2	— 1,2	45,2	0,1	+ 0,04	— 1,1
3	Ya	9765	60	1868,7	37 28,80	2	+ 0,06	6,03	0,4	1848,2	22 42,8	4	+ 0,4	47,9	0,3	0,00	+ 1,4
4	9y	2034	72	1873,8	37 58,61	2	+ 0,02	6,07	0,8	1873,8	25 57,9	2	— 0,4	46,5	0,4	+ 0,03	+ 0,3
5	Du_4	251	75	1877,7	38 5,94	5	—	5,94	0,4	1877,7	26 45,9	5	—	45,9	0,4	— 0,10	— 0,3
6	Lu	10295	75	1880,7	38 6,10	2	— 0,04	6,06	0,5	1880,7	26 45,9	2	— 0,0	45,9	0,5	+ 0,02	— 0,2
7	Kop	154	00	1908,4	39 8,02	7	—	6,05	1,0	1908,4	33 34,7	7	—	45,9	0,8	0,00	0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0005$ $\mu_\delta = -0'',010$

Nr. 131. BD + 49°3673

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Pu Mo	1269	55	1862,2	21 49 50,75	2	— 0,02	35,16	0,4	1862,2	+ 49 48 41,5	2	+ 0,2	20,1	0,5	+ 0,07	+ 0,5
2	Du_4	257	75	1877,1	50 35,02	5	—	35,02	0,4	1877,1	54 19,1	5	—	19,1	0,4	— 0,08	— 0,4
3	Kop	156	00	1908,1	51 30,72	3	—	35,13	—	1908,1	1 23,1	3	—	19,2	—	0,00	0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0011$ $\mu_\delta = -0'',011$

Nr. 132. BD + 53°2736

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	A Oe	23070	42	1842,6	21 49 33,82	1	— 0,15	42,66	0,1	1842,6	+ 53 44 14,6	1	— 0,4	32,5	0,05	— 0,18	— 0,6
2	Cbr M	7350	75	1883,8	50 43,10	3	— 0,15	42,95	0,7	1883,8	53 31,6	3	— 0,1	31,5	0,3	+ 0,03	+ 0,3
3	Kop	157	00	1908,4	51 35,28	5	—	42,95	1,0	1908,4	54 0 34,2	5	—	30,1	0,7	— 0,01	— 0,0

$\mu_\alpha = +0^s,0019$ $\mu_\delta = -0'',045$

Nr. 133. BD + 60°2432

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″			
1	Hels	13378	75	1877,0	22 39 29,50	2	— 0,07	29,43	0,4	1877,0	+ 61 4 21,7	2	0,0	21,7	0,3	—	—
2	Kop	158	00	1908,0	40 25,46	7	—	29,40	—	1908,0	12 12,4	7	—	21,4	—	—	—

$\mu_\alpha = -0^s,0010$ $\mu_\delta = -0'',010$

Nr. 134. BD + 48°4051

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	A Oe	25585	42	1842,9	23 19 30,74	1	+ 0,04	3,47	0,1	1842,9	+ 48 38 53,2	1	— 0,4	44,5	0,05	— 0,04	— 0,2
2	Bo	17793	75	1880,1	21 3,59	10	— 0,08	3,51	0,9	1880,0	49 43,3	9	+ 0,2	43,5	0,8	+ 0,01	0,0
3	Kop	160	00	1908,5	22 13,91	3	—	3,49	0,9	1908,5	57 56,7	3	—	42,5	0,6	— 0,01	0,0

Nr. 135. BD + 2°4709

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	Br	3162	55	1754,4	23 33 52,97	20	— 0,11	0,67	0,7	1755,4	+ 2 7 44,1	8	+ 0,9	39,3	0,4	— 0,03 + 0,3
2	T M	1009	55	1756,8	33 52,88	4	— 0,11	0,58	0,06	1756,8	7 43,5	4	+ 0,9	38,7	0,1	— 0,12 — 0,3
3	Lac Zod	501	65	1761	34 23,77	3	— 0,26	0,67	0,04	1761	11 6,8	3	—	41,8	0,01	0,00 + 3,0
4	Lefr	149	90	—	35 39,13	—	—	—	0,00	—	— —	—	—	—	—	— —
5	Zach	375	00	1787,9	36 10,88	2	—	0,79	0,01	—	— —	—	—	—	—	+ 0,20 —
6	Z Zod	1661	00	—	36 10,70	—	+ 0,23	0,84	0,01	—	— —	—	—	—	—	— —
7	Lal	46575	00	1794,9	36 10,72	1	+ 0,13	0,76	0,01	1794,9	22 45,3	1	— 2,6	39,8	0,02	+ 0,20 + 1,8
8	Pi	182	00	—	36 10,60	27	+ 0,13	0,64	0,2	—	22 44,4	8	— 2,6	38,9	—	— —
9	Ba V	2481	05	1805,9	36 25,88	1	—	0,46	0,1	—	— —	—	—	—	—	— 0,06 —
10	Po A	559	15	1817,2	36 56,54	3	0,00	0,47	0,2	1815,8	27 39,2	17	— 0,8	36,2	0,4	— 0,01 — 1,3
11	W	792	25	1821,9	37 27,39	1	— 0,03	0,64	0,06	1821,9	30 59,1	1	— 0,1	37,2	0,08	+ 0,17 — 0,1
12	K Zod	736	35	1828,9	37 57,80	8	+ 0,04	0,48	0,5	1829,4	34 16,9	7	+ 0,4	36,1	0,2	+ 0,04 — 1,1
13	Po_{720}	713	30	—	— —	—	—	—	—	—	32 40,1	10	— 1,2	37,4	0,3	— —
14	Po	1100	30	—	37 42,63	12	— 0,09	0,50	0,4	1830,1	32 40,6	10	— 0,9	38,2	0,7	+ 0,06 + 1,0
15	Pia	515	30	1831,4	37 42,64	6	— 0,01	0,59	0,2	1831,8	32 36,6	6	+ 3,2	38,2	0,2	+ 0,15 + 1,0
16	Tay D	10852	35	1833,4	37 57,78	13	— 0,05	0,36	0,4	1832,8	34 20,1	4	— 0,4	38,4	0,1	— 0,07 + 1,3
17	Ed	3541	40	1837,8	38 13,06	3	— 0,01	0,35	0,3	1837,8	35 58,0	3	— 0,1	36,8	0,4	— 0,06 — 0,2
18	$Brü_{38}$	651	38	1838	38 7,18	1	—	0,61	0,1	—	— —	—	—	—	—	+ 0,20 —
19	San_1 2°	283	40	1839,0	38 13,03	3	0,00	0,33	0,08	1839,0	35 56,4	3	+ 0,6	35,9	0,05	— 0,08 — 1,0
20	Gf W	4140	50	1843,5	38 43,72	19	—	0,37	0,3	1843,5	39 16,3	16	—	35,5	0,2	— 0,03 — 1,4
21	Gi W	1226	40	1841	38 13,06	3	—	0,36	0,1	—	— —	—	—	—	—	— 0,04 —
22	Pu M	3488	55	1845,3	38 59,15	4	+ 0,01	0,48	0,5	1845,3	40 56,9	4	+ 0,4	36,7	0,8	+ 0,09 — 0,1
23	Rü	11550	36	1846	38 0,76	7	— 0,02	0,31	0,3	1846	34 38,3	7	+ 0,1	37,1	0,2	— 0,08 + 0,3
24	Rob	5249	40	1846,8	38 13,06	2	+ 0,03	0,39	0,1	1850,9	35 56,9	2	— 0,9	34,9	0,2	0,00 — 1,8
25	Par_1	34201	45	1848,8	38 28,45	7	+ 0,04	0,47	0,8	1842,8	37 39,1	1	— 0,3	37,8	0,1	+ 0,10 + 0,9
26	Ya	10772	60	1854,1	39 14,38	10	+ 0,01	0,38	1,6	1867,8	42 36,3	2	— 0,0	35,9	0,2	+ 0,02 — 0,4
27	7 y	1990	60	1856,5	39 14,30	6	+ 0,03	0,32	1,6	1856,6	42 36,8	5	+ 0,1	36,5	0,8	— 0,03 0,0
28	Par_2	34201	60	1856,7	39 14,27	5	+ 0,06	0,34	0,5	1857,5	42 37,6	4	— 0,3	36,9	0,5	— 0,01 + 0,4
29	Cp_{60}	1143	60	1857,8	39 14,30	2	+ 0,04	0,33	0,5	1857,8	42 36,9	2	— 0,1	36,4	0,7	— 0,02 — 0,1
30	Mo Z	1108	60	1859,2	39 14,33	3	+ 0,01	0,33	0,5	1859,2	42 36,2	3	+ 0,1	35,9	0,5	— 0,01 — 0,6
31	Kli	6775	60	1861,9	39 14,41	1	—	0,40	0,05	1861,9	42 37,4	1	—	37,0	0,05	+ 0,07 + 0,6
32	R C_2	2353	60	1860,3	39 14,35	6	+ 0,05	0,39	0,6	1858,2	42 37,3	5	+ 0,5	37,4	0,3	+ 0,05 + 0,9
33	Sj	9826/7	65	1862,4	39 29,50	2	+ 0,02	0,18	0,1	1862,4	44 16,5	2	— 1,0	35,2	0,1	— 0,15 — 1,2
34	Ml SC	1106	70	1863,2	39 45,02	10	—	0,35	0,4	1863,1	45 56,5	8	—	36,4	0,3	+ 0,02 0,0
35	Q	10637	65	1863,6	39 29,58	5	+ 0,06	0,31	1,1	1863,2	44 16,2	3	+ 0,0	35,9	0,6	— 0,02 — 0,5
36	N 7 y	2721	64	1863,7	39 26,53	3	+ 0,05	0,31	0,9	1863,7	43 57,1	3	+ 0,0	36,8	0,8	— 0,02 + 0,4
37	Cp_{65}	1878	65	1865,7	39 29,69	2	— 0,02	0,33	0,5	1865,7	44 17,2	2	— 0,1	36,8	0,2	+ 0,01 + 0,5
38	Gl	6298	70	1866,6	39 44,87	7	+ 0,07	0,27	0,6	1864,9	45 55,4	5	— 0,1	35,2	0,3	— 0,05 — 1,1
39	Ma P	5237	75	1870,5	40 0,27	5	+ 0,04	0,31	0,2	1870,5	47 36,7	5	+ 0,1	36,8	0,2	+ 0,01 + 0,6
40	Du_4	273	75	1877,3	40 0,30	4	—	0,30	0,4	1877,3	47 35,6	4	—	35,6	0,4	+ 0,02 — 0,5
41	Re_2	991	80	—	— —	—	—	—	—	1879,8	49 16,0	22	+ 0,2	36,3	0,5	— + 0,3
42	$Brü_{79}$	694/7	79	1879,9	40 12,48	4	—	0,22	0,2	—	— —	—	—	—	—	— 0,05 —
43	Alb	8154	75	1880,2	40 0,15	3	— 0,00	0,15	0,9	1880,2	47 36,5	3	+ 0,4	36,9	0,6	— 0,12 + 0,9
44	$Brü_{80}$	1074/8	80	1880,8	40 15,52	5	—	0,19	0,3	—	— —	—	—	—	—	— 0,08 —
45	$Brü_{81}$	834/5	81	1881,4	40 18,67	2	—	0,27	0,1	—	— —	—	—	—	—	0,00 —
46	Par_3	34201	75	1881,9	40 0,27	2	+ 0,06	0,33	0,3	1881,9	47 36,7	3	— 0,2	36,5	0,4	+ 0,06 + 0,5
47	$Brü_{82}$	2092/5	82	1882,8	40 21,69	4	—	0,23	0,2	—	— —	—	—	—	—	— 0,03 —
48	Goun	509	85	1883,6	40 30,92	12	—	0,26	2,0	—	— —	—	—	—	—	0,00 —

Nr. 135. BD + 2°4709 (fortgesetzt).

Nr.	Katalog		Aq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.	
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
49	10y	3993	80	1885,3	23 40 15,56	13	+ 0,04	0,27	4,9	1885,3	+ 2 49 15,3	13	+ 0,4	35,9	2,2	+ 0,02	0,0
50	Loe	509	86	1886,0	40 33,95	80	+ 0,04	0,26	5,0	—	— —	—	—	—	—	+ 0,01	—
51	L G	2456	90	1886,5	40 46,26	5	+ 0,02	0,28	0,4	—	— —	—	—	—	—	+ 0,03	—
52	Hi	266	90	1888,3	40 46,24	15	—	0,25	2,0	—	— —	—	—	—	—	+ 0,01	—
53	II 10y	6764	90	1888,8	40 46,13	3	+ 0,04	0,17	1,7	1888,8	52 35,4	3	+ 0,3	36,1	0,9	− 0,07	+ 0,3
54	Gl_2	2118	90	1891,8	40 46,20	5	+ 0,07	0,27	0,4	1891,8	52 34,8	5	+ 0,3	35,5	0,3	+ 0,04	− 0,2
55	Ni H	549	93	1893,5	40 55,39	13	+ 0,07	0,26	2,0	—	— —	—	—	—	—	+ 0,03	—
56	Di S	769	95	1896,0	41 1,55	5	—	0,22	1,5	1896,0	54 14,7	5	—	35,2	1,5	− 0,00	− 0,4
57	RC_{00}	1755	00	1897,1	41 16,87	3	—	0,21	1,5	1897,1	55 55,0	3	—	35,6	1,5	0,00	0,0
58	Mod	1290	00	1897,3	41 16,85	6	—	0,19	1,0	1897,3	55 55,2	6	—	35,8	1,0	− 0,02	+ 0,2
59	Oert	1413	00	1898,0	41 16,76	2	− 0,02	0,08	1,2	1898,0	55 54,9	2	+ 0,0	35,5	1,0	− 0,13	− 0,1
60	Ci_3	4225	00	1899,5	41 16,89	3	+ 0,02	0,25	0,8	1899,5	55 54,8	3	+ 0,0	35,4	0,5	+ 0,04	− 0,2
61	$Wa_{00}Z_1$	463	00	1900,8	41 16,87	1	—	0,21	0,8	1900,8	55 54,9	1	—	35,5	1,2	+ 0,01	− 0,1
62	Cp_{00}	3325	00	1901,6	41 16,89	5	—	0,23	1,1	1901,6	55 54,9	5	—	35,5	1,0	+ 0,03	0,0
63	Kop	161	00	1908,4	41 16,86	13	—	0,20	2,0	1908,4	55 54,9	13	—	35,5	1,5	+ 0,02	+ 0,1

$\mu_\alpha = -0^s,0034$ $\mu_\delta = -0'',023$

Nr. 136. BD + 5°5223

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	Lal	46658	00	1794,9	23 38 52,79	1	+ 0,01	42,33	0,01	1794,9	+ 5 16 16,9	1	− 2,4	13,1	0,02	− 0,02	− 2,2
2	W	856	25	1822,0	40 9,60	1	− 0,03	42,61	0,06	1822,0	24 36,9	1	− 1,1	16,1	0,08	+ 0,27	+ 0,7
3	Rü	11618	36	1847	40 42,72	2	− 0,02	42,08	0,1	1847	28 14,7	2	+ 0,1	13,4	0,08	− 0,25	− 2,2
4	Par_2	34281	60	1855,8	41 56,28	1	+ 0,06	42,26	0,1	1855,8	36 16,6	1	− 0,3	16,2	0,2	− 0,06	+ 0,6
5	Kli	6792	60	1861,9	41 56,42	1	—	42,34	0,05	1861,9	36 16,1	1	—	16,0	0,05	+ 0,02	+ 0,3
6	Par_3	34281	75	1879,7	42 42,28	1	+ 0,06	42,34	0,1	1879,7	41 16,2	1	− 0,2	16,0	0,2	+ 0,03	+ 0,3
7	Lpz II	11779	75	1884,6	42 42,35	4	− 0,05	42,30	1,6	1884,6	41 15,6	4	+ 0,1	15,7	1,1	− 0,01	− 0,1
8	Tou_1	3681	00	1893,6	43 58,89	6	—	42,33	1,5	1893,6	49 35,6	6	—	15,7	1,0	+ 0,03	− 0,1
9	Kop	162	00	1908,7	43 58,84	8	—	42,28	1,5	1908,7	49 35,8	9	—	15,9	1,0	− 0,02	0,0

$\mu_\alpha = -0^s,0005$ $\mu_\delta = +0'',005$

Nr. 137. BD + 60°2634

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s	″
1	A Oe	26123	42	1841,8	23 45 8,87	1	− 0,11	45,39	0,1	1841,8	+ 60 7 25,6	1	− 0,4	25,6	0,05	+ 0,01	+ 0,4
2	Bo VI	2634	55	1860,9	45 46,65	2	+ 0,04	45,32	0,2	—	— —	—	—	—	—	− 0,05	—
3	Bo VI	2634	55	1862,8	45 46,61	1	+ 0,04	45,28	0,1	1862,8	11 45,2	1	− 0,5	25,0	0,1	− 0,09	− 0,1
4	Hels	14467	75	1877,7	46 45,49	2	+ 0,05	45,44	0,4	1877,7	18 25,2	2	− 0,1	25,1	0,3	+ 0,08	0,0
5	Kop	163	00	1908,8	47 58,88	3	—	45,32	0,5	1908,7	26 45,5	6	—	25,1	0,4	− 0,02	0,0

$\mu_\alpha = -0^s,0006$ $\mu_\delta = -0'',002$

Nr. 138. BD + 56°3126

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″			
1	Hels	14563	75	1870,7	23 52 47,71	2	− 0,05	47,66	0,4	1870,7	+ 56 16 39,7	2	− 0,2	39,5	0,3	—	—
2	Du_9	320	00	1898,8	54 3,09	4	—	47,73	0,8	1898,8	25 1,4	4	—	40,4	0,5	—	—
3	Kop	164	00	1908,5	54 3,16	6	—	47,80	0,8	1908,5	25 0,3	6	—	39,3	0,5	—	—

$\mu_\alpha = +0^s,0033$ $\mu_\delta = +0'',009$

Nr. 139. BD + 59°2810

Nr.	Katalog		Äq.	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	Epoche	Kat.-Angabe	Beob.	Red.	1875,0	p	B.—Ausgl.
					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	A Oe	26287	42	1841,8	23 53 14,55	1	— 0,11	53,85	0,1	1841,8	+ 59 28 33,0	1	— 0,3	34,1	0,05	— 0,04 — 0,5
2	RC	6259	45	1854,9	53 23,54	3	+ 0,04	53,98	0,6	1851,8	29 32,0	3	+ 0,6	33,9	0,2	+ 0,05 — 0,5
3	Pu Mo	1395	55	1862,7	53 53,53	2	— 0,01	53,84	0,5	1862,7	32 54,0	2	0,0	34,9	0,5	— 0,12 + 0,7
4	Hels	14597	75	1873,3	54 54,08	2	— 0,03	54,05	0,4	1873,3	39 33,8	2	+ 0,0	33,8	0,3	+ 0,06 — 0,1
5	Du_4	280	75	1878,7	54 53,33	4	—	53,32	0	1878,7	39 32,9	4	—	32,9	0,3	— — 0,9
6	Kop	165	00	1908,5	56 9,77	5	—	54,09	0,8	1908,5	47 54,4	5	—	33,3	0,6	0,00 + 0,1

$\mu_\alpha = + 0^s,0030$ $\mu_\delta = - 0'',022$

Nr. 140. BD + 42°4827

					h m s		s	s			° ′ ″		″	″		s ″
1	W_2	1235/7	25	1828,2	23 55 38,80	2	+ 0,03	11,56	0,06	1828,2	+ 42 34 35,7	2	— 0,0	18,1	0,08	+ 0,28 0,0
2	Bo	18432	75	1871,1	58 11,24	4	— 0,08	11,16	0,5	1871,1	51 17,9	4	+ 0,3	18,2	0,4	— 0,07 0,0
3	Kop	166	00	1908,6	59 27,85	5	—	11,21	1,0	1908,6	59 39,4	5	—	18,2	0,7	+ 0,02 0,0

$\mu_\alpha = - 0^s,0011$ $\mu_\delta = + 0'',001$

Verzeichnis von Positionen und Eigenbewegungen für 140 Sterne des IV. Secchischen Typus für das Äquinoktium 1875,0.

Das nachfolgende Verzeichnis enthält nach der laufenden Nummer und der BD-Nummer die Sterngrösse nach der Bonner Durchmusterung. Die Positionen beziehen sich auf das Fundamentalsystem des Berliner Jahrbuchs und auf das Aquinoktium und die Epoche 1875,0; sie sind aus dem ganzen vorstehenden Material durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate abgeleitet worden. Die Präzessionen sind mittels der Newcombschen Konstanten berechnet.

Nr.	BD	Grösse	AR. 1875	Praec.	Var. saec.	EB	Dekl. 1875	Praec.	Var. saec.	EB	
			h m s	s	s	s	° ′ ″	″	″	″	m m
1	+ 49°41	var	0 10 55,46	+3,1467	+ 0,0392	+ 0,0022	+ 49 35 33,4	+20,026	— 0,030	+ 0,004	ST Cass. 7,8—9
2	+ 43°53	8,2	0 13 18,20	3,1468	0,0328	— 0,0043	+ 44 0 55,7	20,015	0,035	— 0,024	
3	+ 2°37	8,0	0 13 44,71	3,0751	0,0039	+ 0,0003	+ 2 20 22,4	20,013	0,035	+ 0,010	
4	+ 34°56	8,1	0 20 55,10	3,1568	0,0249	— 0,0004	+ 34 53 44,4	19,965	0,050	— 0,022	
5	+ 25°205	7,0	1 9 16,16	3,2583	0,0205	— 0,0006	+ 25 6 29,2	19,140	0,150	— 0,000	
6	+ 60°399	9,1	1 49 43,94	4,1533	0,0860	— 0,0043	+ 60 20 32,1	17,794	0,287	+ 0,024	
7	+ 11°305	var	2 8 16,29	3,2182	0,0134	+ 0,0016	+ 11 39 14,5	16,990	0,256	+ 0,021	V Arietis 8,9-9,10
8	+ 51°575	9,0	2 18 12,56	4,0246	0,0576	+ 0,0059	+ 51 29 26,3	16,512	0,340	+ 0,008	
9	— 10°513	8,0	2 28 59,94	2,9293	0,0044	+ 0,0013	— 9 59 30,6	15,959	0,265	— 0,023	
10	+ 38°525	9,4	2 30 35,53	3,7242	0,0348	— 0,0021	+ 38 37 31,9	15,874	0,338	+ 0,014	
11	+ 56°724	var	2 41 25,06	4,3776	0,0712	0,0000	+ 56 27 43,7	15,278	0,420	+ 0,008	W Persei 8,9-10,11
12	+ 57°647	8,9	2 41 45,05	4,4241	0,0743	— 0,0018	+ 57 20 7,2	15,260	0,425	— 0,009	
13	+ 57°702	7,9	3 1 49,25	4,5628	0,0723	+ 0,0009	+ 57 25 31,6	14,064	0,480	+ 0,001	
14	+ 47°783	9,0	3 5 0,02	4,1202	0,0456	— 0,0011	+ 47 21 16,0	13,864	0,440	— 0,003	
15	+ 43°726	var	3 19 13,24	4,0488	0,0380	+ 0,0037	+ 43 44 14,4	12,938	0,456	+ 0,011	Y Persei 8,9-9,10
16	+ 62°596	var	3 31 4,56	5,0937	0,0868	+ 0,0008	+ 62 14 25,2	12,130	0,597	— 0,006	U Camel. 6,7-8,9
17	+ 51°762	8,9	3 32 16,19	4,3958	0,0490	+ 0,0001	+ 51 5 47,4	12,047	0,517	— 0,007	
18	+ 61°667	7,5	3 55 1,70	5,1719	0,0741	+ 0,0007	+ 61 26 51,3	10,399	0,649	— 0,000	
19	+ 50°961	9,5	4 7 8,93	4,4910	0,0394	+ 0,0097	+ 50 18 38,0	9,478	0,581	+ 0,041	
20	+ 36°911	8,9	4 25 38,70	3,9756	0,0202	+ 0,0006	+ 36 25 14,5	8,023	0,535	+ 0,005	
21	+ 65°422a	var	4 27 55,15	5,8208	0,0781	+ 0,0072	+ 65 53 31,8	7,840	0,784	— 0,007	T Camel. 7-<12
22	+ 27°677	9,2	4 31 10,64	3,7276	0,0147	+ 0,0008	+ 27 55 15,5	7,577	0,506	— 0,010	
23	+ 67°350	7,0	4 38 16,85	6,1633	0,0823	— 0,0010	+ 67 56 39,6	6,998	0,845	— 0,001	
23a	+ 21°702	8,6	4 40 19,85	3,5774	0,0112	+ 0,0023	+ 21 54 48,3	6,830	0,493	+ 0,011	
24	+ 34°911	8,8	4 41 1,40	3,9455	0,0166	+ 0,0026	+ 34 46 43,5	6,773	0,544	— 0,029	
25	+ 28°707	8,1	4 43 41,32	3,7523	0,0132	0,0000	+ 28 18 38,5	6,553	0,520	+ 0,007	
26	+ 38°955	8,8	4 44 4,77	4,0698	0,0181	+ 0,0036	+ 38 17 31,4	6,521	0,564	— 0,028	
27	+ 22°770	9,2	4 46 21,12	3,5988	0,0108	+ 0,0014	+ 22 33 44,8	6,332	0,501	— 0,016	
28	+ 50°1112	8,9	4 53 42,90	4,6231	0,0255	+ 0,0032	+ 50 26 55,4	5,718	0,648	— 0,016	
29	— 15°915	var	4 53 54,99	2,7286	0,0038	— 0,0013	— 14 59 45,9	5,701	0,383	+ 0,013	R Leporis 6,7-8,9
30	+ 0°939	var	4 58 56,46	3,0945	0,0053	+ 0,0006	+ 1 0 13,7	5,278	0,438	+ 0,002	W Orionis 6-7

Nr.	BD	Grösse	AR. 1875	Praec.	Var. saec.	EB	Dekl. 1875	Praec.	Var. saec.	EB
			h m s	s	s	s	° ′ ″	″	″	″
31	+ 38°1035	9,2	5 0 30,39	+ 4,1119	+ 0,0150	+ 0,0009	+ 38 50 11,2	+ 5,146	— 0,582	— 0,013
32	— 5°1174	8,7	5 3 40,14	2,9430	0,0043	+ 0,0007	— 5 40 32,9	4,878	0,418	— 0,001
33	+ 35°1046	8,9	5 10 48,28	4,0088	0,0115	+ 0,0004	+ 35 39 24,1	4,271	0,573	— 0,016
34	+ 32°957	9,3	5 13 40,38	3,9023	0,0099	+ 0,0010	+ 32 23 1,7	4,025	0,559	— 0,003
35	+ 7°929	8,2	5 26 29,09	3,2357	0,0043	— 0,0009	+ 7 3 43,4	2,921	0,468	+ 0,011 R T Orionis m 8,9-10,11 m
36	+ 22°947	9,0	5 27 10,78	3,6088	0,0058	+ 0,0023	+ 22 5 19,3	2,861	0,522	— 0,025
37	+ 68°398	var	5 27 31,43	6,4693	0,0368	— 0,0177	+ 68 43 14,7	2,829	0,935	— 0,062 S Camel. 8,9-10
38	+ 24°898	9,5	5 30 51,26	3,6880	0,0057	— 0,0010	+ 24 55 33,1	2,543	0,534	— 0,048
39	+ 17°979	8,0	5 34 6,13	3,4895	0,0045	— 0,0008	+ 17 27 17,8	2,261	0,507	+ 0,002
40	+ 24°943	8,5	5 37 34,06	3,6743	0,0047	+ 0,0009	+ 24 21 50,2	1,959	0,534	+ 0,004
41	+ 20°1083	var	5 38 12,46	3,5731	+ 0,0043	+ 0,0018	+ 20 38 24,9	1,903	0,520	+ 0,013 Y Tauri 6,7-8,9
42	+ 44°1288	9,2	5 39 25,99	4,3937	+ 0,0074	+ 0,0036	+ 44 47 44,2	1,797	0,639	—
43	+ 30°1014	8,5	5 40 5,42	3,8588	+ 0,0049	+ 0,0016	+ 30 34 58,8	1,740	0,561	— 0,000
44	+ 28°929	9,3	5 45 22,85	3,7892	+ 0,0036	— 0,0079	+ 28 16 5,6	1,278	0,552	+ 0,012
45	+ 26°1117	7,4	6 3 7,46	3,7248	+ 0,0011	+ 0,0013	+ 26 2 10,8	— 0,273	0,543	— 0,010
46	+ 27°1024	9,0	6 5 42,14	3,7585	+ 0,0007	— 0,0014	+ 27 11 52,9	0,499	0,548	— 0,003
48	+ 3°1214	9,0	6 15 49,67	3,1530	+ 0,0008	+ 0,0021	+ 3 28 58,7	1,383	0,458	— 0,041
49	+ 25°1250	9,5	6 16 13,54	3,6957	+ 0,0009	+ 0,0021	+ 25 4 32,6	1,418	0,536	0,000
50	+ 14°1283	6,5	6 18 20,26	3,4236	— 0,0001	+ 0,0015	+ 14 47 18,6	1,602	0,497	— 0,010
51	—	9,1	6 18 52,55	3,5342	— 0,0005	(+ 0,0383)	+ 19 8 30,1	1,649	0,512	(+ 0,050)
52	+ 38°1539	6,3	6 27 57,18	4,1288	— 0,0050	+ 0,0031	+ 38 32 38,1	2,439	0,597	— 0,014
53	+ 31°1388	8,1	6 34 3,50	3,8841	— 0,0045	+ 0,0001	+ 31 34 13,8	2,968	0,559	— 0,007
54	+ 3°1381	9,3	6 38 6,83	3,1511	— 0,0005	+ 0,0052	+ 3 26 29,2	3,319	0,452	+ 0,017
55	— 4°1708	var	6 47 0,08	2,9706	— 0,0003	0,0000	— 4 25 29,4	4,082	0,423	— 0,072 S Monoc. 9,2-10,4
56	+ 6°1462	var	6 51 39,68	3,2164	— 0,0018	— 0,0002	+ 6 19 56,0	4,481	0,455	— 0,007 R V Monoc. 7-8
57	— 3°1685	7,7	6 54 46,84	3,0019	— 0,0008	— 0,0016	— 3 4 42,7	4,746	0,424	+ 0,001
58	+ 22°1577	var	6 59 49,73	3,6172	— 0,0060	+ 0,0013	+ 22 53 39,5	5,175	0,507	+ 0,001 R Gemin. 7-13,14
59	— 7°1742	8,3	7 0 53,37	2,9051	— 0,0005	+ 0,0010	— 7 21 57,7	5,264	0,406	+ 0,042
60	— 11°1805	var	7 2 13,07	2,8046	— 0,0000	— 0,0017	— 11 43 41,3	5,376	0,392	+ 0,008 Can. maj. 8,5-9,5
61	+ 14°1594	9,0	7 5 12,27	3,4135	— 0,0045	+ 0,0009	+ 14 54 48,8	5,627	0,475	— 0,032
62	+ 48°1504	9,0	7 8 49,80	4,5272	— 0,0220	— 0,0035	+ 48 44 21,4	5,931	0,628	— 0,015
63	+ 25°1643	9,2	7 13 20,94	3,6695	— 0,0083	+ 0,0040	+ 25 13 46,1	6,307	0,507	— 0,005
64	— 3°1886	8,7	7 18 39,57	2,9841	— 0,0016	— 0,0002	— 3 59 16,9	6,746	0,407	+ 0,004
65	— 2°2101	—	7 18 57,28	3,0083	— 0,0018	— 0,0017	— 2 53 24,2	6,772	0,409	— 0,020
66	— 11°1941	8,9	7 21 11,98	2,8174	— 0,0010	— 0,0005	— 11 28 14,7	6,954	0,383	— 0,003
67	+ 24°1686	8,2	7 24 19,49	3,6472	— 0,0096	— 0,0009	+ 24 45 53,5	7,211	0,493	— 0,022
68	+ 8°1847a	var	7 34 33,21	3,2586	— 0,0050	— 0,0032	+ 8 40 7,0	8,039	0,432	+ 0,028 U Can. min. 9-13,14
69	+ 5°1797	9,0	7 42 6,85	3,1923	— 0,0046	— 0,0004	+ 5 42 7,8	8,641	0,416	+ 0,006
70	— 22°2160	var	8 2 5,55	2,5938	+ 0,0007	— 0,0015	— 22 33 7,6	10,183	0,321	(+ 0,021) R U Puppis 8-11,12
71	+ 3°1958	8,3	8 13 35,10	3,1334	— 0,0051	— 0,0009	+ 3 9 24,3	11,035	0,377	+ 0,033
72	— 17°2442	9,1	8 14 4,07	2,7128	+ 0,0001	+ 0,0011	— 17 52 21,6	11,071	0,324	0,000
73	+ 17°1973	var	8 48 20,31	3,3886	— 0,0124	+ 0,0001	+ 17 42 19,6	13,437	0,361	+ 0,005 X Cancri 6,7-7,8
74	— 8°2525	var	8 49 34,90	2,9214	— 0,0017	— 0,0023	— 8 39 55,8	13,518	0,309	— 0,011 T Hydrae 7,8-13,14
75	+ 20°2243	var	8 49 31,62	3,4376	— 0,0140	— 0,0010	+ 20 19 34,1	13,514	0,365	— 0,005 T Cancri 8,9-10,11
76	+ 11°1954	8,5	8 51 28,41	3,2681	— 0,0093	— 0,0000	+ 11 19 38,8	13,640	0,343	— 0,005
77	+ 14°2048	8,8	9 6 56,94	3,3126	— 0,0113	+ 0,0003	+ 14 43 30,2	14,600	0,325	— 0,009
78	— 1°2312	8,9	9 44 36,92	3,0531	— 0,0035	— 0,0002	— 1 26 43,9	16,651	0,241	— 0,016
79	— 12°3218	var	10 31 22,93	2,9579	+ 0,0032	+ 0,0019	— 12 44 6,5	18,569	0,154	— 0,014 U Hydrae 4,5-6,7
80	+ 68°617	6,2	10 36 21,43	4,2566	— 0,1257	+ 0,0006	+ 68 3 58,2	18,728	0,214	+ 0,002

Nr.	BD	Grösse	AR. 1875	Praec.	Var. saec.	EB	Dekl. 1875	Praec.	Var. saec.	EB	
			h m s	s	s	s	° ′ ″	″	″	″	m m
81	— 20°3283	var	10 45 32,79	+2,9117	+0,0076	—0,0035	— 20 35 15,3	—19,001	—0,126	+0,034	V Hydrae 7-9,10
82	+ 70°644	8,9	10 54 49,46	4,0978	—0,1328	—0,0017	+ 69 55 17,4	19,244	0,160	—0,000	
83	— 13°3407	8,5	11 29 23,59	3,0279	+0,0073	—0,0008	— 13 54 5,2	19,871	0,050	—0,020	
84	— 5°3456	var	12 8 11,85	3,0763	+0,0052	—0,0001	— 5 20 26,6	20,036	+0,025	—0,001	T Virginis 8,9-13,14
85	+ 1°2694	var	12 18 50,58	3,0691	+0,0022	+0,0001	+ 1 27 45,3	19,981	0,045	+0,008	S S — 8,9-9,10
86	+ 46°1817	var	12 39 15,14	2,8350	—0,0217	+0,0002	+ 46 7 26,5	19,756	0,079	+0,010	60 B Can. ven. 5,6-8,9
87	+ 66°780	var	12 51 30,51	2,3812	—0,0321	+0,0018	+ 66 40 17,5	19,545	0,086	—0,022	R Y Drac. 6,7-7
88	+ 38°2389	8,6	12 53 30,73	2,8259	—0,0145	—0,0008	+ 38 29 35,9	19,505	0,104	—0,002	
89	— 2°3638	8,3	13 3 16,56	3,0892	+0,0067	—0,0036	— 2 43 12,3	19,290	0,130	—0,054	
90	+ 40°2929	var	15 45 3,41	2,1408	+0,0028	+0,0038	+ 39 57 10,6	11,134	0,264	+0,005	V Coronae 7,8-11,12
91	+ 50°2251	var	16 0 46,89	1,6477	+0,0067	+0,0033	+ 50 50 26,9	9,965	0,213	+0,005	R R Herculis 8,9-9,10
92	— 12°4510	var	16 19 46,33	3,3324	+0,0099	+0,0011	— 12 8 30,1	8,492	0,444	—0,004	V Oph. 7-10,11
93	— 19°4644	7,8	17 22 21,24	3,5354	+0,0059	—0,0002	— 19 22 13,1	3,279	0,511	—0,004	
94	— 18°4634	8,5	17 37 36,17	3,5195	+0,0042	+0,0006	— 18 36 1,3	— 1,956	0,512	+0,001	
95	— 15°4923	var	18 12 10,99	3,4460	+0,0005	+0,0020	— 15 39 38,4	+ 1,065	0,501	+0,026	Serpentis 8,5-9,5
96	+ 0°3918	7,9	18 13 3,81	3,0534	+0,0012	—0,0005	+ 0 47 33,3	1,142	0,444	—0,002	
97	+ 36°3168	var	18 28 0,54	2,0756	+0,0017	+0,0011	+ 36 54 26,4	2,444	0,300	+0,028	T Lyrae 9,10-12
98	— 7°4633	9,0	18 30 17,42	3,2511	—0,0006	+0,0097	— 7 42 19,3	2,643	0,468	+0,001	
99	+ 36°3243	7,5	18 38 29,18	2,0848	+0,0015	+0,0006	+ 36 50 8,7	3,351	0,298	—0,018	
100	— 8°4726	var	18 43 32,86	3,2575	—0,0015	—0,0011	— 8 2 56,7	3,787	0,465	—0,013	S Scuti 6-8
101	— 8°4764	var	18 48 39,78	3,2635	—0,0019	—0,0012	— 8 20 33,8	4,225	0,464	—0,036	T Scuti 8,9-9,10
102	+ 0°4064	9,2	18 51 10,49	3,0652	—0,0009	—0,0005	+ 0 17 31,1	4,440	0,434	+0,007	
103	+ 14°3729	9,0	18 52 49,51	2,7427	+0,0005	—0,0009	+ 14 11 46,5	4,580	0,388	+0,012	
104	— 5°4858	var	18 57 43,59	3,2049	—0,0021	+0,0008	— 5 52 5,2	4,997	0,450	+0,017	
105	—	var	19 8 39,12	3,2346	—0,0031	0,0000	— 7 15 44,5	5,916	0,448	—0,018	W Aquilae 6,7-8
106	— 16°5272	6,8	19 11 59,92	3,4396	—0,0054	—0,0002	— 16 8 1,8	6,195	0,474	—0,007	
107	+ 10°3857	9,5	19 12 36,87	2,8413	—0,0005	+0,0021	+ 10 17 21,1	6,246	0,391	—0,044	
108	— 10°5057	7,0	19 16 15,85	3,3161	—0,0045	—0,0012	— 10 56 26,7	6,549	0,454	+0,027	
109	+ 76°734	6,5	19 25 58,31	—2,0341	—0,1048	—0,0043	+ 76 18 38,3	7,346	—0,279	—0,006	
110	+ 45°2906	8,6	19 25 3,57	+1,7917	—0,0001	+0,0011	+ 45 47 8,5	7,271	+0,240	+0,009	
111	— 16°5360	var	19 27 9,07	3,4428	—0,0069	—0,0000	— 16 38 34,0	7,442	0,463	+0,015	Sagittae 6,5-8,0
112	+ 32°3522	var	19 36 9,52	2,2994	+0,0012	—0,0001	+ 32 19 40,9	8,167	0,303	+0,012	T T Cygni 7,8-<9
113	— 18°5480	9,1	19 39 11,88	3,4764	—0,0009	+0,0002	— 18 27 12,5	8,409	0,456	+0,020	
114	—	—	19 41 38,87	2,7311	—0,0002	—0,0100	+ 15 45 35,0	8,604	0,355	0,000	
115	+ 43°3425	8,2	19 53 10,25	1,9383	+0,0005	—0,0016	+ 43 55 34,4	9,503	0,245	—0,006	
116	+ 9°4369	8,7	19 55 3,63	2,8827	—0,0015	—0,0015	+ 9 10 19,2	9,648	0,364	—0,004	
117	+ 20°4390	9,0	19 56 54,26	2,6301	+0,0004	—0,0010	+ 20 44 35,8	9,789	0,331	—0,005	
118	+ 20°4417	8,9	19 57 34,42	2,6434	+0,0004	—0,0007	+ 20 17 38,9	9,992	0,330	—0,018	
119	+ 41°3632	9,5	20 5 24,86	2,0753	+0,0013	—0,0048	+ 41 7 34,1	10,432	0,254	+0,016	
120	+ 47°3031	var	20 5 41,85	1,8271	—0,0002	+0,0024	+ 47 30 12,8	10,453	0,223	—0,043	S V Cygni 8-9
121	+ 38°3957	var	20 8 51,37	2,1771	+0,0016	+0,0015	+ 38 21 7,4	10,688	0,264	—0,017	R S Cygni 7-10
122	— 21°5672	var	20 9 47,35	3,5207	—0,0125	—0,0022	— 21 41 2,1	10,757	0,429	—0,016	R T Capric. 7-10
123	+ 39°4208	var	20 24 18,07	2,1792	+0,0022	—0,0042	+ 39 34 0,3	11,806	0,251	—0,058	R W Cygni 8,9-10
124	+ 68°1140	8,8	20 35 52,12	0,4842	—0,0354	+0,0015	+ 68 7 13,0	12,608	0,049	—0,062	
125	+ 45°3271	8,8	20 42 35,54	2,0365	+0,0023	+0,0002	+ 45 35 37,3	13,060	0,220	+0,004	Cygni *) 8,0-9,0
126	+ 41°4114	var	21 17 41,74	2,2928	+0,0058	+0,0018	+ 41 51 46,6	15,228	0,211	—0,024	Y Y Cygni 8,9-10,1
127	+ 49°3535	9,4	21 24 57,91	2,0821	+0,0058	—0,0017	+ 49 47 20,6	15,634	0,183	+0,014	
128	+ 77°827	var	21 36 44,38	—0,6272	—0,1640	+0,0057	+ 78 3 40,5	16,258	—0,060	—0,003	S Cephei 8-12,13

*) Variabilität unsicher.

Nr.	BD	Grösse	AR. 1875	Praec.	Var. saec.	EB	Dekl. 1875	Praec.	Var. saec.	EB	
			h m s	s	s	s	° ′ ″	″	″	s	
129	+34°4500	6,2	21 36 44,80	+2,5254	+0,0068	−0,0000	+34 56 27,7	+16,258	+0,209	−0,007	m m
130	+37°4407	var	21 38 6,04	2,4778	+0,0074	+0,0005	+37 26 46,2	16,327	0,203	−0,010	R V Cygni 7-9,10
131	+49°3673	9,1	21 50 35,10	2,2223	+0,0094	+0,0011	+49 54 19,5	16,937	0,166	−0,011	
132	+53°2736	9,0	21 50 42,90	2,0921	+0,0089	+0,0019	+53 53 31,6	16,943	0,156	−0,045	
133	+60°2432	8,9	22 39 29,43	2,2397	+0,0212	−0,0010	+61 4 21,7	18,825	0,104	−0,010	
134	+48°4051	9,3	23 21 3,50	2,8134	+0,0278	−0,0002	+48 49 43,6	19,760	0,061	−0,033	
135	+2°4709	6,2	23 40 0,29	3,0662	+0,0022	−0,0034	+2 47 36,1	19,973	0,031	−0,023	
136	+5°5223	8,7	23 42 42,31	3,0618	+0,0038	−0,0005	+5 41 15,7	19,992	0,025	+0,005	
137	+60°2634	9,0	23 46 45,36	2,9365	+0,0489	−0,0006	+60 18 25,1	20,015	0,016	−0,002	
138	+56°3126	9,1	23 52 47,67	3,0089	+0,0444	+0,0033	+56 16 39,5	20,039	0,005	+0,009	
139	+59°2810	7,8	23 54 53,99	3,0210	+0,0509	+0,0030	+59 39 33,9	20,044	0,001	−0,022	
140	+42°4827	var	23 58 11,23	3,0620	+0,0293	−0,0011	+42 51 18,2	20,048	−0,005	+0,001	S U Androm. 9-<13